



HAL
open science

Modélisation numérique de la rhéologie des polymères en rayure

Nicolas Aleksy, Guillaume Kermouche, Jean-Michel Bergheau, Alain Vautrin

► **To cite this version:**

Nicolas Aleksy, Guillaume Kermouche, Jean-Michel Bergheau, Alain Vautrin. Modélisation numérique de la rhéologie des polymères en rayure. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01509005

HAL Id: hal-01509005

<https://hal.science/hal-01509005>

Submitted on 15 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Modélisation numérique de la rhéologie des polymères en rayure

Nicolas ALEKSY — Guillaume KERMOUCHE — Jean-Michel BERGHEAU — Alain VAUTRIN

LTDS UMR5513 CNRS/ECL/ENISE/ENSM-SE

58 rue Jean Parot

42023 Saint Etienne Cedex 2, France

nicolas.aleksy@enise.fr

RÉSUMÉ. Certains secteurs industriels deviennent de plus en plus demandeurs de films de protection de surfaces (Bucaille, 2001). Les caractéristiques du film protecteur, doivent permettre au matériau utilisé d'avoir une bonne tenue face à la rayure. Une réponse réside dans l'emploi de polymères amorphes déposés en couche mince en surface. Dans la première partie de cet article nous présentons des observations expérimentales de rayure de polymère (Gauthier et al., 2001), montrant les caractères viscoélastiques et viscoplastiques de ces matériaux. Afin de faciliter l'intégration de ce comportement, nous avons mis au point un algorithme permettant d'assembler en série des modèles rhéologiques. Nous en présentons enfin une application à la rayure des polymères amorphes. L'assemblage réalisé est le suivant : un modèle de viscoélasticité de type Kelvin-Voigt et un modèle d'élastoviscoplasticité type Bingham-Norton.

ABSTRACT. The protection of surfaces is a critical issue for many industrial sectors. Film characteristics have to display high resistance to scratch solicitations and thin layers of amorphous polymers seem to be the most promising technique. The first part of the article describes some experimental results of scratch test on polymers, revealing the viscoelastic and viscoplastic behaviour of this type of materials. An algorithm, called "series model", has been developed to assembly in series two rheological models; in the present case a Kelvin-Voigt viscoelastic model has been connected to a Bingham-Norton viscoplastic model. In the second part, an application dealing with scratch of an amorphous polymer is given.

MOTS-CLÉS : intégration numérique, loi tridimensionnelle, rayure, polymères amorphes.

KEYWORDS: numerical integration, tridimensional law, scratch, amorphous polymers.

1. Introduction

La protection de surfaces est devenue un thème de recherche important dans certains secteurs industriels tels que l'industrie optique et l'automobile. L'objectif majeur de ces recherches étant la prévention des dégâts occasionnés par la rayure, la solution adoptée consiste à déposer des couches minces sur les surfaces à protéger. Les polymères amorphes présentent des qualités particulièrement intéressantes pour ce type d'utilisation et sont, de ce fait, largement employés.

Les travaux expérimentaux de Gauthier (Gauthier *et al.*, 2001) ont permis de caractériser le comportement des polymères lorsqu'ils sont soumis à un essai de rayure. Il a notamment étudié l'influence de la vitesse de rayage. Il montre ainsi que pour des grandes vitesses de rayage (environ 0.70 mm.s^{-1}), le sillon laissé en surface après le passage d'indenteur sphérique (diamètre $100 \mu\text{m}$) a presque totalement disparu. On parle ici de "recouvrance élastique", cependant, du point de vue rhéologique, le polymère présente plutôt un comportement viscoélastique. En revanche, lorsque la vitesse de rayage diminue, le sillon derrière l'indenteur est de plus en plus visible, jusqu'à une vitesse d'environ 0.001 mm.s^{-1} à laquelle le sillon présente les caractéristiques géométriques de l'indenteur. De plus, il est possible d'observer la présence d'un bourrelet de matière devant l'indenteur. A ces faibles vitesses, le polymère a un comportement viscoplastique.

Nos travaux actuels visent à améliorer la compréhension des phénomènes locaux, liés à une sollicitation de rayure sur les polymères solides. L'outil numérique que nous développons permet de mettre sur pied des approches plus détaillées et plus pertinentes du comportement mécanique des polymères amorphes en rayure, conduisant *in fine* à une meilleure connaissance de l'influence de chaque paramètre séparément.

Dans ce but, nous avons développé un algorithme permettant un assemblage série de différents modèles de comportement. Cet outil numérique doit permettre de modéliser des comportements complexes en assemblant des lois bien maîtrisées. Cet algorithme est détaillé dans une première partie de cet article, puis une application à la rayure d'un polymère est simulée dans une seconde partie. Les lois utilisées sont une loi viscoélastique, de type Kelvin-Voigt et élastoviscoplastique, de type Bingham-Norton.

2. Modèle série

La réponse mécanique des matériaux réels est généralement complexe et peut présenter, selon les conditions de sollicitations et l'environnement, des aspects très divers. La rhéologie des solides permet de sélectionner et mettre au point des modèles de comportement susceptibles d'approcher, dans une fenêtre expérimentale bien définie, avec plus ou moins de précision, la réponse d'un matériau (Bardenhagen *et al.*, 1997).

Les essais expérimentaux de Gauthier (Gauthier *et al.*, 2001) montrent les caractères viscoélastique et viscoplastique d'un polymère lors d'une sollicitation de rayure. La modélisation du comportement d'un tel matériau pour cet essai nécessite donc deux modèles distincts. A cette fin, dans le cadre des petites perturbations, un modèle viscoélastique peut être assemblé en série avec un modèle viscoplastique. Afin de pouvoir tester différents types de rhéologies, nous avons développé un algorithme permettant des associations en série de n'importe quels modèles. Nous proposons par la suite d'illustrer son fonctionnement pour un assemblage des modèles de Kelvin-Voigt et de Bingham-Norton.

Les équations régissant ce modèle, en chaque point d'intégration de chaque élément du maillage et pour chaque pas de temps, s'écrivent :

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_1 + \bar{\varepsilon}_2 \quad \text{et} \quad \bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma} \quad [1]$$

Où $\bar{\varepsilon}$, $\bar{\varepsilon}_1$ et $\bar{\varepsilon}_2$ sont respectivement les tenseurs de déformation total, déformation du modèle 1 et déformation du modèle 2. De même, $\bar{\sigma}_1$, $\bar{\sigma}_2$ et $\bar{\sigma}$ sont les tenseurs de contrainte total, contrainte du modèle 1 et contrainte du modèle 2.

Les lois de comportements des modèles 1 et 2 sont connues :

$$\text{Modèle 1 :} \quad \bar{\sigma} = \bar{\sigma}_1(\bar{\varepsilon}_1, \dot{\bar{\varepsilon}}_1) \quad \text{Modèle 2 :} \quad \bar{\sigma} = \bar{\sigma}_2(\bar{\varepsilon}_2, \dot{\bar{\varepsilon}}_2)$$

La progression se fait par incrément de déformation : $\Delta\bar{\varepsilon} = \Delta\bar{\varepsilon}_1 + \Delta\bar{\varepsilon}_2$

Les grandeurs à l'instant t sont connues : $\bar{\varepsilon}(t)$, $\bar{\sigma}(t)$, $\bar{\varepsilon}_1(t)$, $\bar{\varepsilon}_2(t)$

De plus, $\bar{\varepsilon}(t + \Delta t)$ est également une donnée connue, les inconnues sont donc les grandeurs suivantes à l'instant $t + \Delta t$:

$$\bar{\sigma}(t + \Delta t), \bar{\varepsilon}_1(t + \Delta t), \bar{\varepsilon}_2(t + \Delta t) \quad [2]$$

Afin d'alléger les expressions la notation $X(t + \Delta t)$ est remplacé par X .

Plaçons-nous au temps $t + \Delta t$: nous choisissons d'initier le processus itératif en appliquant la totalité de l'incrément de déformation au bloc 1.

$$\text{Ainsi, à l'itération 0 :} \quad \bar{\varepsilon}_1^0 = \bar{\varepsilon}_1(t) + \Delta\bar{\varepsilon} \quad \text{et} \quad \bar{\varepsilon}_2^0 = \bar{\varepsilon}_2(t)$$

Connaissant les équations constitutives des lois de comportement dans les deux blocs, il est alors possible de calculer les contraintes dans chacun d'eux à l'instant courant. Comme ces deux tenseurs doivent être égaux compte tenu de l'assemblage série, nous pouvons donc vérifier cette prédiction en utilisant le critère de convergence :

$$\frac{(\bar{\sigma}_1^0 - \bar{\sigma}_2^0)_{eq}}{\sigma_{eq1}^0 + \sigma_{eq2}^0} < \alpha, \text{ avec } \alpha \text{ très petit.}$$

Si la précision n'est pas atteinte, il est nécessaire de corriger la répartition de l'incrément de déformation dans les deux blocs. Pour ce faire, nous choisissons d'utiliser la méthode itérative de Newton-Raphson, pour sa robustesse et sa rapidité de convergence. C'est une méthode numérique de résolution d'équations du type $R(x)=0$. Pour

progresser vers la solution, nous choisissons x_{n+1} tel qu'il soit l'intersection de la tangente à la courbe en x_n et l'axe des abscisses.

$$(x_{n+1} - x_n) R'(x_n) + R(x_n) = 0 \quad [3]$$

Appliqué en trois dimensions au modèle série l'itération $n + 1$ s'écrit :

$$\left[\frac{d(\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1)}{d\bar{\varepsilon}_1} \right] \{ \bar{\varepsilon}_1^{n+1} - \bar{\varepsilon}_1^n \} + \{ \bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1 \} = \{ \bar{0} \} \quad [4]$$

3. Application du modèle série

L'algorithme du modèle série présenté précédemment a été intégré au code de calcul par éléments finis *Systus/SysweldTM* (Systus/Sysweld, 2006).

Les polymères doivent être modélisés par une loi de comportement viscoélastique et viscoplastique (Gauthier *et al.*, 2001). Par suite, nous sélectionnons pour le bloc 1 du modèle série un modèle viscélastique linéaire de type Kelvin-Voigt, et le bloc 2 un modèle élastoviscoplastique de type Bingham-Norton. Les paramètres de ces deux modèles sont déterminés de manière empirique, afin d'illustrer nos propos. Leur identification fera l'objet de travaux ultérieurs. Nous simulons ainsi un essai de rayure sur un massif polymère. La gamme des vitesses de rayage simulée s'étend de 0.001 mm.s^{-1} à 1 mm.s^{-1} . La simulation numérique de la rayure utilise un algorithme de remaillage et une méthodologie précédemment publiée (Kermouche *et al.*, 2005).

La Figure 1 présente, à un instant donné, des courbes reliant les noeuds situés sur la ligne de symétrie du sillon laissé en surface du massif rayé, pour différentes vitesses de rayage. Ici nous visualisons le profil du sillon en fin de rayure. Les effets du temps sont clairement identifiables sur cette figure : pour une très faible vitesse de rayage 0.001 mm.s^{-1} , après le passage de l'indenteur, la ligne de surface du massif ne revient pas à sa position initiale, la déformation de la matière est alors de nature purement plastique. De plus, il est possible de voir un bourrelet frontal devant l'indenteur, autre indice de la plastification de la matière. Par contre, pour une vitesse de rayage de 0.5 mm.s^{-1} , la ligne du surface du fond du sillon tend à revenir à sa position initiale après le passage de l'indenteur. Le retour est de nature viscoélastique, nous parlons de recouvrance viscoélastique. Cette différence de comportement est uniquement due à un changement de la vitesse de rayage, donc de la vitesse de déformation.

La représentation graphique suivante (Figure 2) montre les mêmes profils, 10 000s après le retrait de l'indenteur. Ceci permet de mettre en évidence la réponse du matériau avec le temps. Ainsi, nous montrons que le retour de la surface rayée dépend de la vitesse de rayage. En effet, pour les faibles vitesses, la recouvrance est presque inexistante et le comportement est plastique. Nous parlerons plutôt de comportement

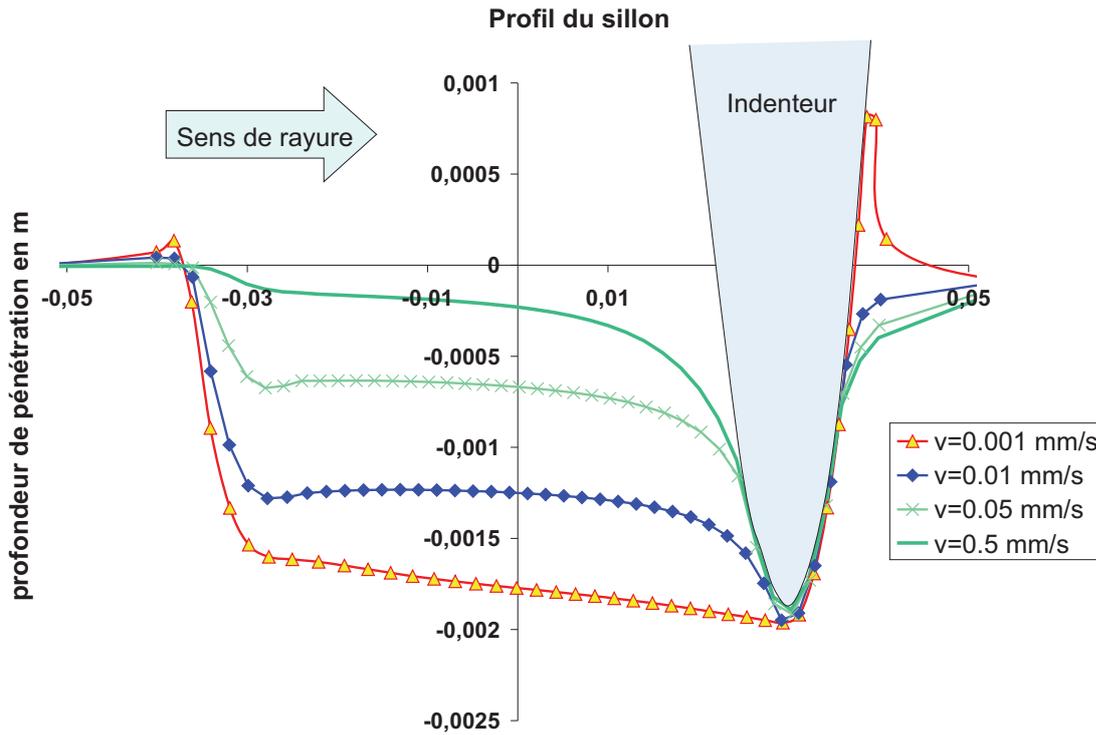


Figure 1. Profil du fond du sillon en fin de rayure.

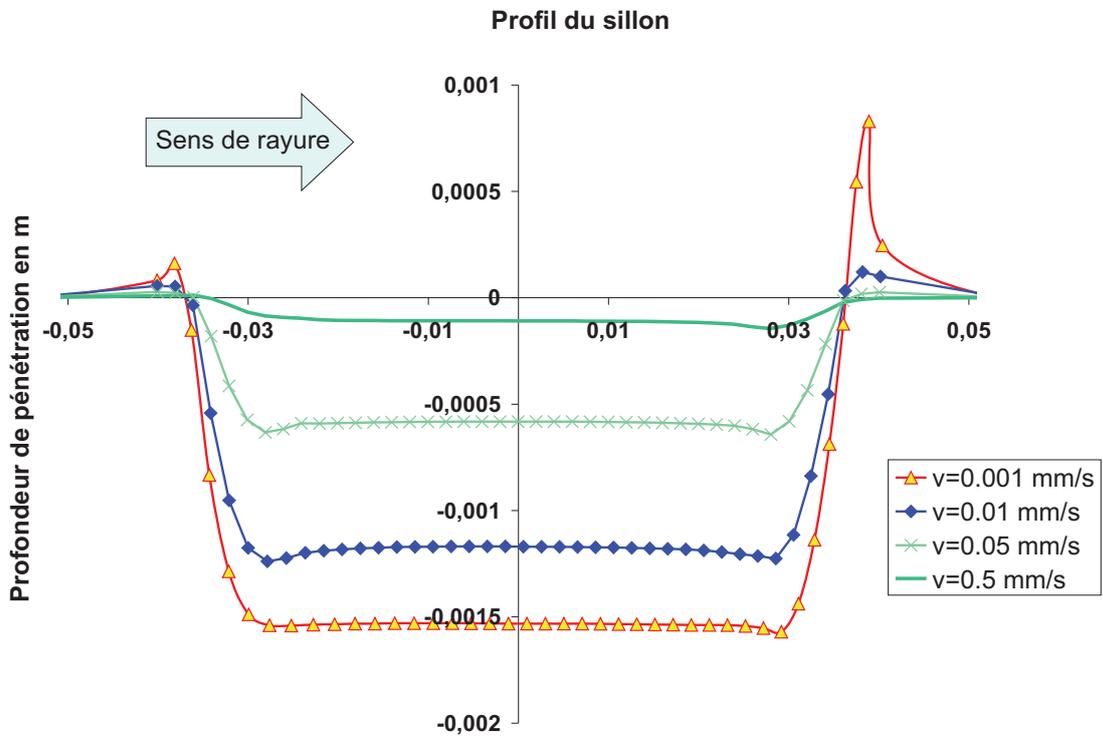


Figure 2. Profil du fond du sillon 10 000 s après le retrait de l'indenteur.

viscoplastique puisque la vitesse de déformation agit sur la profondeur du sillon résiduel.

De façon analogue, en Figure 2, les courbes relatives aux grandes vitesses de rayage mettent en évidence un comportement à dominante viscoélastique : le retour de matière est presque total, la recouvrance élastique est très marquée. Ici aussi les effets du temps sont significatifs, c'est pourquoi nous parlons de recouvrance viscoélastique.

Ces analyses montrent qualitativement les caractères viscoélastique et viscoplastique dont la distinction dépend de la vitesse de rayage. En ce sens, les résultats de cette simulation, via le modèle série, rejoignent conclusions de (Gauthier *et al.*, 2001). Néanmoins, les modèles utilisés ici ne prennent pas en compte le fort écrouissage caractéristique des polymères notamment. C'est pourquoi, nous envisageons l'association d'autres modèles, tel le modèle viscoplastique d'Arruda-Boyce (Arruda *et al.*, 1993).

4. Conclusions

Les analyses de rayure expérimentales (Gauthier *et al.*, 2001), mettent en évidence le comportement viscoélastique et viscoplastique des polymères amorphes vitreux. La modélisation d'un tel comportement nécessite l'association deux modèles en série ce qui nous a amené à développer un algorithme d'assemblage de modèles rhéologiques en série. L'intérêt de cet assemblage a été mis en relief à travers la modélisation d'un essai de rayure d'un PMMA. Les résultats de cette simulation numérique sont encourageants et permettent de retrouver les grandes tendances de comportement observées expérimentalement. Néanmoins, ils ne constituent qu'une première approximation et des améliorations seront apportées en utilisant par exemple des lois de comportement plus affinées (Arruda-Boyce (Arruda *et al.*, 1993)). Cette démarche fait l'objet de travaux en cours.

5. Bibliographie

- Arruda E., Boyce M., « Evolution of plastic anisotropy in amorphous polymers during finite straining », *International Journal of Plasticity*, vol. 9, p. 697-720, 1993.
- Bardenhagen S., Stout M., Gray G., « Tree-dimensional, finite deformation, viscoplastic constitutive models for polymeric materials », *Mechanics of Materials*, vol. 25, p. 235-253, 1997.
- Bucaille J., Simulation numérique de l'indentation et de la rayure des verres organiques, PhD thesis, ENSM de Paris, 2001.
- Gauthier C., Lafaye S., Schirrer R., « Elastic recovery of a scratch in a polymeric surface : experiments and analysis », *Tribology International*, vol. 34, p. 469-479, 2001.
- Kermouche G., Bergheau J.-M., « Simulation numérique de la rayure des matériaux », *Revue Européenne de Mécanique Numérique*, vol. 15, p. 221-232, 2005.
- Systus/Sysweld, *User's manual*, ESI Group, 2006.