



**HAL**  
open science

## Résolution par sous-domaines de problèmes d'élasticité

Caroline Japhet, François-Xavier Roux

► **To cite this version:**

Caroline Japhet, François-Xavier Roux. Résolution par sous-domaines de problèmes d'élasticité. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01507581

**HAL Id: hal-01507581**

**<https://hal.science/hal-01507581>**

Submitted on 13 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Résolution par sous-domaines de problèmes d'élasticité

## Une méthode avec conditions de raccord mixtes pour des maillages non coïncidents

Caroline Japhet\* — François-Xavier Roux\*\*

\* *Laboratoire Laboratoire d'Analyse, Géométrie et Applications, Université Paris XIII, Avenue J-B Clément, F-93430 Villetaneuse*  
*japhet@cmapx.polytechnique.fr*

\*\* *ONERA Unité Calcul à Haute Performance, 29 avenue de la Division Leclerc, F-92320 Châtillon*  
*roux@onera.fr*

---

*RÉSUMÉ. Cette présentation porte sur une méthode de résolution par sous-domaines avec des conditions de raccord mixtes, dans le cas de maillage non coïncidents aux interfaces. Elle sera illustrée par des applications en élasticité linéaire pour des problèmes hétérogènes.*

*ABSTRACT. This paper is devoted to a domain decomposition method with mixed interface matching conditions in the case of non conforming meshes. Application results for inhomogeneous elasticity problems will be presented.*

*MOTS-CLÉS : maillages non coïncidents, éléments mortier, méthodes de résolution par sous-domaines, conditions aux limites de Fourier.*

*KEYWORDS: non matching meshes, mortar elements, domain decomposition method, Robin boundary conditions.*

---

### Présentation

La méthode des éléments finis mortier, initialement établie pour le recollement, à l'aide de multiplicateurs de Lagrange, de champs définis sur des maillages non coïncidents, a été récemment étendue au cas où les conditions de raccord étaient formulées de façon mixte.

En élasticité linéaire, ce type de condition de raccord revient à introduire des variables d'interface de type :

$$\lambda = \sigma \cdot n + \alpha u$$

Ces variables sont déterminées par les conditions de continuité des déplacements et d'équilibres des forces d'interaction entre les sous-domaines, conditions qui peuvent elles même s'écrire de manière mixte.

Dans le cadre d'une discrétisation par éléments finis, ces conditions de raccord, formulées de manière faible, doivent être discrétisées. Le problème pour des maillages non coïncidents est de définir dans quels espaces se trouvent les multiplicateurs, de manière à éviter les verrouillages numériques tout en assurant suffisamment les continuités, afin que la solution globale soit optimale.

Dans la méthode des éléments mortier classique, les espaces de multiplicateurs sont construits à l'aide des traces des déplacements de l'un des deux domaines situés de part et d'autre de l'interface. La nouvelle méthode présente, entre autre, l'intérêt que les multiplicateurs sont dédoublés, de sorte que le multiplicateur défini d'un côté l'est dans un espace qui ne dépend que du maillage local. Ce qui revient à rendre le traitement symétrique, dans le sens que, de chaque côté de l'interface, les conditions de raccord s'écrivent, d'une manière naturelle, sur la trace du maillage local.

Par ailleurs, les conditions de raccord mixtes permettent de construire des méthodes de résolution par sous-domaines qui présentent l'avantage de donner toujours des problèmes locaux bien posés et de ne pas nécessiter de résoudre un problème local adjoint à chaque itération, pour préconditionner. Elles sont aussi particulièrement efficaces dans le cas où les sous-domaines ont des rigidités très contrastées.

La vitesse de convergence de ces méthodes dépend du choix du paramètre  $\alpha$ , qui peut être en fait un opérateur. En élasticité linéaire, c'est une raideur. Le paramètre optimal est celui qui correspond à la raideur frontière du sous-domaine voisin, ce qui est tout à fait naturel : si on impose sur la frontière d'une sous-structure, une loi de comportement qui correspond à la raideur frontière du reste de la structure, on résout directement le problème couplé.

En pratique, cette raideur ne peut pas être calculée exactement, d'une part parce que le coût de calcul serait prohibitif et d'autre part parce que c'est une matrice pleine sur la frontière du sous-domaine. Une méthodologie purement algébrique pour construire une approximation locale de cette raideur, qui présente l'avantage de pouvoir être mise en œuvre en « boîte noire », a été développée.

Cette présentation sera consacrée à la généralisation de cette méthode de résolution par sous-domaines au cas de maillages non coïncidents aux interface et à son application à des problèmes d'élasticité fortement hétérogènes.

## Bibliographie

Achdou Y., Japhet C., Maday Y., Nataf F., « A new cement to glue nonconforming grides with Robin interface conditions : the finite volume case », *Numerische Mathematik*, vol. 92, n° 4, 2002, p. 593-620.

Gander M.J., Japhet C., Maday Y., Nataf F., « A new cement to glue nonconforming grids with Robin interface conditions : the finite element case », *Lecture Notes in Computational Science and Engineering*, vol. 40, *Domain Decomposition Methods in Science and Engineering*, Springer, Berlin, 2005, p. 259-266.

Magoules F., Roux F.-X., Sériès L., « Algebraic approximation of Dirichlet-to-Neumann maps for the equations of linear elasticity », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195, n° 29-32, 2006, p. 3742-3759.