



**HAL**  
open science

# Identification robuste en dynamique transitoire des paramètres matériau gouvernant la rupture d'un composite

Hong Minh Nguyen, Olivier Allix, Pierre Feissel

► **To cite this version:**

Hong Minh Nguyen, Olivier Allix, Pierre Feissel. Identification robuste en dynamique transitoire des paramètres matériau gouvernant la rupture d'un composite. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01507576

**HAL Id: hal-01507576**

**<https://hal.science/hal-01507576>**

Submitted on 13 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Identification robuste en dynamique transitoire des paramètres matériau gouvernant la rupture d'un composite

Hong Minh NGUYEN<sup>1,2</sup> — Oliver ALLIX<sup>2</sup> — Pierre FEISSEL<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique des Structures Industrielles Durables (LaMSID), EDF

<sup>2</sup> Laboratoire de Mécanique et Technologie (LMT), ENS Cachan

<sup>3</sup> Laboratoire Roberval, Université de Technologie de Compiègne

contact : [nguyen@lmt.ens-cachan.fr](mailto:nguyen@lmt.ens-cachan.fr)

---

*RÉSUMÉ.* L'objectif de ce travail est l'identification des paramètres associés à la localisation de l'endommagement d'une loi d'évolution à taux limité à partir de mesures d'essai dynamique fortement perturbées sur des composites stratifiés. Une méthode d'identification basée sur la méthode d'Erreur en Relation de Comportement modifiée (Ladevèze, 1998) et la méthode LATIN (Ladevèze, 1999) a été développée dans les cas élastique (Allix et al., 2005) et viscoplastique (Nguyen et al., 2006). Son adaptation au cas de la rupture d'un composite est présentée ici. La méthode d'identification proposée s'avère très robuste face aux perturbations de mesure dans l'exemple 1D traitée.

*ABSTRACT.* The objective of this study is to develop an identification strategy of parameters of a damage model with localization in the case of dynamic tests with corrupted measurements. An identification method based on the Constitutive Relation Error (Ladevèze, 1998) and the LATIN method (Ladevèze, 1999) is developed in the cases of elastic and viscoplastic behavior (Allix et al., 2005) (Nguyen et al., 2006). Its application in the case of rupture of a composite material is presented here. The proposed identification method is thus shown very robust with respect to the corrupted measurements in the 1D exemple treated.

*MOTS-CLÉS :* rupture, composite, problème inverse, identification robuste, dynamique transitoire, mesures perturbées, erreur en relation de comportement, méthode LATIN.

*KEYWORDS:* rupture, composite, inverse problem, robust identification, transient dynamic, perturbed measurements, Constitutive Relation Error, LATIN method.

***Une version étendue de ce papier se trouve sur le CDROM.***

## 1. Introduction

Ce travail est motivé par l'identification des paramètres d'un modèle d'endommagement pour la conception d'absorbeurs de choc en composite. Dans les essais à rupture effectués, les mesures réalisées étaient particulièrement chahutées et inexploitable par des approches classiques. Un grand nombre de méthodes tenant compte des perturbations de mesures sont proposées dans la littérature. Elles ont souvent besoin de connaissances *a priori* sur le niveau de perturbation. Parmi ces méthodes, citons les techniques de filtre de Kalman (Kalman, 1960) ou les méthodes de régularisation de Tikhonov (Tikhonov *et al.*, 1977). Dans notre contexte, il n'y a aucune information *a priori* sur le niveau et la nature des perturbations. C'est pourquoi, nous avons étudié une alternative basée sur le concept d'Erreur en Relation de Comportement (ERdC) initialement pour le recalage des structures en vibration (Ladevèze, 1998). Cette méthode a été développée en dynamique transitoire pour des matériaux élastiques (Allix *et al.*, 2005) et viscoplastiques (Nguyen *et al.*, 2006) et s'avère très robuste pour des mesures fortement perturbées. Le travail présenté dans ce papier porte sur l'application de la méthode à l'identification des paramètres gouvernant la rupture d'un composite stratifié.

## 2. Stratégie d'identification proposée

### 2.1. Description du problème d'identification

Afin de décrire la stratégie, nous nous plaçons dans le cadre de l'identification à partir d'un essai sur une poutre unidimensionnelle soumise à un chargement dynamique, dans lequel les mesures sont les déplacements et les forces appliqués aux deux extrémités de la poutre sur un intervalle de temps  $[0, T]$ . La barre composite se compose de deux matériaux en parallèle : un matériau élastique de module  $E_0$  et un matériau élasto-endommageable modélisé par le mésomodèle à taux d'endommagement limité (ou à effet retard) (Allix *et al.*, 1997), que l'on cherche à identifier. Cette structure peut correspondre en première approximation à la description d'un composite formé de plis à fibres de carbone entourés de plis extérieurs à fibres aramides pour maintenir la structure en place. Le modèle d'endommagement peut s'écrire dans ce cas simplifié comme suit :

$$\begin{aligned}
 & \text{– les lois d'état : } \begin{cases} \sigma = E(1-d)\langle\epsilon\rangle_+ - E\langle-\epsilon\rangle_+ + E_0\epsilon \\ Y = \frac{E\langle\epsilon\rangle_+^2}{2} \end{cases} \\
 & \text{– les lois d'évolution : } \begin{cases} \dot{d} = \frac{1}{\tau_c} \left\{ 1 - \exp\left(-a\left\langle\frac{Y-Y_0}{Y_c} - d^2\right\rangle_+^2\right)\right\} & \text{si } d < 1 \\ d = 1 & \text{sinon} \end{cases}
 \end{aligned}$$

Pour ce problème, les paramètres  $E_0$ ,  $E$ ,  $Y_0$  et  $Y_c$  sont supposés connus à partir d'essais statiques. C'est pourquoi, seuls les paramètres  $a$  et  $\tau_c$  gouvernant la rupture doivent être identifiés.

La stratégie d'identification est testée sur un exemple numérique. Afin de créer les mesures expérimentales, un premier calcul est donc effectué avec une force appliquée et les paramètres de référence  $a_0$  et  $\tau_{c0}$  que l'on cherchera à identifier par la suite. Les efforts et les déplacements aux bords sont ensuite utilisés comme conditions aux limites du problème d'identification. Afin de tester la robustesse de la méthode, une perturbation sur les conditions aux limites en effort et en vitesse peut être ajoutée.

## 2.2. Formulation

La démarche présentée ici étend le principe de l'erreur en relation de comportement (ERdC), déjà utilisée pour le recalage des structures en vibration (Ladevèze, 1998). L'idée est de diviser les quantités expérimentales et théoriques en deux groupes : les quantités considérées comme fiables et les quantités non fiables sur lesquelles on fait porter le doute. La vérification des quantités fiables est imposée dans tout le processus d'identification, alors que les quantités non fiables sont relâchées et vérifiées au mieux par la minimisation de l'erreur en relation de comportement modifiée. Considérons le cas décrit dans la section 2.1, la séparation des équations est :

- **groupe fiable** : l'équation d'équilibre, les lois d'état et les conditions initiales ;
- **groupe non-fiable** : les lois d'évolution et les conditions aux limites (en espace).

En pratique, le processus d'identification basé sur l'ERdC en dynamique transitoire est itérative en deux étapes.

### 2.2.1. Première étape : Résolution du problème de base

Dans cette première étape, un problème, appelé **le problème de base**, est défini par la confrontation du modèle aux mesures pour un jeu de paramètres  $a$  et  $\tau_c$  fixé. Ce problème est en fait la recherche des champs mécaniques minimisant une fonction qui est la somme des termes d'erreur de modèle et de distance aux mesures (équation [1]), dans laquelle  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres de pondération entre ces termes d'erreurs.

**Trouver** les champs  $u, \sigma, d, u_d, f_d$  minimisant :

$$J = \int_0^T \left[ \int_0^L d_m(u, \sigma, d) \cdot dx + \frac{\alpha}{2} \left| (u_d - \tilde{u}_d)^2 \right|_0^L + \frac{\beta}{2} \left| (f_d - \tilde{f}_d)^2 \right|_0^L \right] dt$$

sous les contraintes :

$$u \text{ CA à } u_d, \sigma \text{ DA à } f_d, \text{ CI en } u, \dot{u}, d, \rho \ddot{u} - \text{div}(\sigma) = 0,$$

$$\sigma = E(1-d) \langle \epsilon \rangle_+ - E \langle -\epsilon \rangle_+ + E_0 \epsilon, Y = \frac{E \langle \epsilon \rangle_+^2}{2} \quad [1]$$

Indépendamment du choix de l'erreur de modèle  $d_m$ , ce problème de minimisation d'une fonction globale en temps sous contraintes en dynamique pose des difficultés liées à l'instabilité de la résolution numérique comme dans le cas élastique (Allix *et*

*al.*, 2005). De plus, un choix de l'erreur de modèle  $d_m$  comme une erreur aux moindres carrées sur les lois d'évolution, une erreur au sens de Drucker ou une erreur en dissipation conduit à un problème de minimisation non linéaire sous contraintes posant problème. Ainsi, afin d'appliquer la méthode de traitement numérique développée dans le cas élastique (Allix *et al.*, 2005), nous proposons, de la même manière que pour la viscoplasticité, une fonctionnelle quadratique en introduisant deux variables d'endommagement : la variable  $d$  vérifiant les lois d'état et la variable  $d^e$  vérifiant les lois d'évolution. Ces deux variables définissent donc une *relation de comportement relâchée*. L'erreur de modèle  $d_m$  s'écrit donc sous la forme quadratique :  $d_m = (\dot{d} - \dot{d}^e)^2$ .

### 2.2.2. Deuxième étape : Estimation des paramètres matériau

À partir des champs solution du problème de base [1] (*cf.* section 2.2.1) pour des paramètres  $n^k = (a^k, \tau_c^k)$ , une fonctionnelle coût  $J$  est évaluée afin d'obtenir un "meilleur" jeu de paramètres :  $n^{k+1} = n^k + \rho \frac{dJ}{dn}(n^k)$ . Dans ce papier, la fonctionnelle  $J$  choisie dans cette étape est la même que celle pour le problème de base, ce qui permet d'obtenir explicitement le gradient de la fonctionnelle coût par rapport aux paramètres  $a^k, \tau_c^k$ .

### 2.3. Résolution du problème de base

Les problèmes de divergence observés lors de la résolution du problème de base par un schéma incrémental dans le cas linéaire nous conduisent à utiliser une méthode dans laquelle le problème est traité sur tout le temps d'étude. C'est pourquoi, la méthode LATIN (Ladevèze, 1999) est étudiée. L'idée de cette méthode est de séparer toutes les équations du problème à résoudre en deux groupes : un groupe d'équations locales en variables d'espace, éventuellement non linéaires et un groupe d'équations linéaires, éventuellement globales en variables d'espace. Ensuite, une procédure itérative est appliquée en résolvant à chaque itération le premier groupe d'équations puis le deuxième.

En revanche, l'application de cette méthode dans le cas de l'endommagement à la rupture soulève des difficultés supplémentaires par rapport au cas viscoplastique (Nguyen *et al.*, 2006) comme :

- la prise en compte des contraintes d'inégalité :  $d \leq 1, \dot{d} \geq 0$  ;
- le fort changement des champs solution au cours des itérations de LATIN.

Nous proposons ici de tenir compte directement des contraintes d'inégalité lors de la résolution et d'ajouter une étape de relaxation pour s'affranchir de la deuxième difficulté. Les étapes de chaque itération de la LATIN s'écrivent alors :

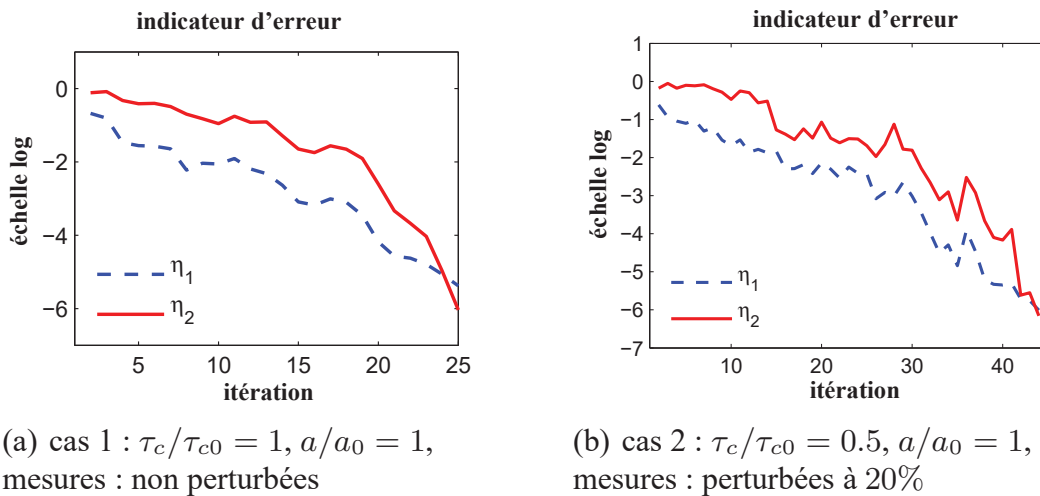
**a. Étape locale :** Trouver  $\hat{s} = (\hat{\epsilon}, \hat{d}, \hat{\sigma}, \hat{d}^e)$  vérifiant les contraintes non linéaires (et éventuellement locales en variables d'espace) du problème de base.

**b. Étape globale :** Trouver  $s_{n+1} = (\sigma, d^e, u, d, u_d, f_d)$  minimisant la fonction  $J$  du problème de base sous ses contraintes linéarisées. La résolution de ce problème

de minimisation est effectuée par l'approche basée sur l'équation de Riccati comme dans le cas élastique (Allix *et al.*, 2005) et viscoplastique (Nguyen *et al.*, 2006) sans tenir compte de la condition sur  $\dot{d}$ . Cette dernière n'est prise en compte que lors de la résolution de la dernière équation sur  $d$ .

**c. Étape de relaxation :** La solution obtenue à l'étape globale est régularisée par une combinaison de cette solution avec celle de l'itération précédente pour limiter le fort changement des champs solution au cours des itérations de LATIN.

La convergence de la stratégie itérative LATIN au cours des itérations est présentée figure 1. Cette figure montre que la stratégie de résolution converge pour différents jeux de paramètres matériau et différents niveaux de perturbation de mesure.



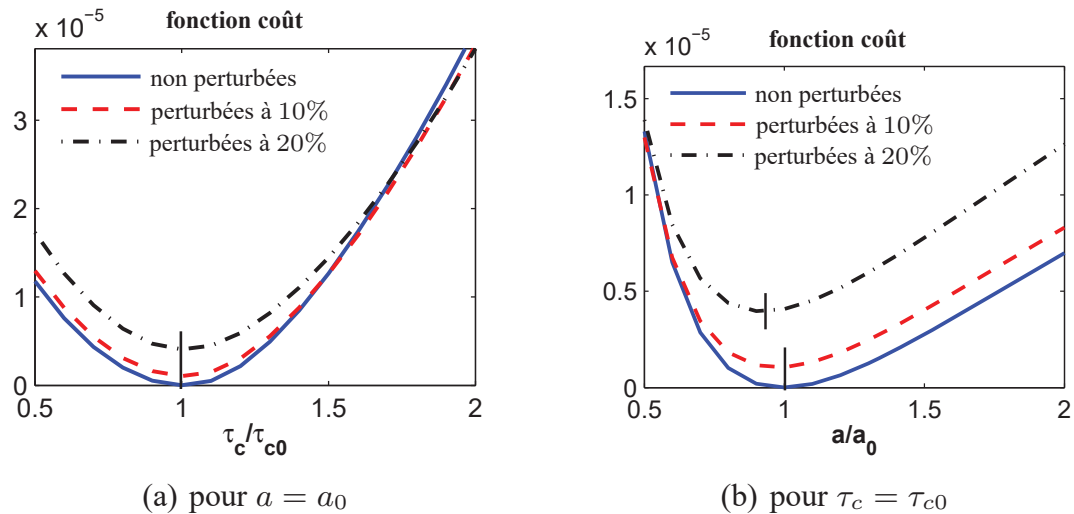
**Figure 1.** Convergence de la stratégie LATIN

### 3. Identification des paramètres matériau

La méthode d'identification proposée est appliquée à l'exemple présenté dans la section 2.1 avec différents niveaux de bruit afin d'illustrer sa robustesse. On trouve que la présence de perturbations modérées n'a que très peu d'influence sur l'aspect de la courbe d'identification. De plus, lorsque les perturbations sont importantes (jusqu'à 20%), le minimum de la fonction coût se trouve encore aux paramètres de référence  $a_0$ ,  $\tau_{c0}$ , c-à-d, la méthode permet d'identifier correctement les paramètres matériau. Ainsi, la méthode démontre une grande robustesse face aux perturbations de mesure.

### 4. Conclusion

Nous avons cherché une solution au problème de l'identification des paramètres gouvernant la rupture d'un composite stratifié à partir d'essais dynamiques aux conditions aux limites fortement perturbées. Une stratégie d'identification basée sur le principe d'ERdC (Ladevèze, 1998), dont la résolution s'appuie sur la méthode LATIN



**Figure 2.** Fonction coût pour différents niveaux de perturbations

adaptée aux problèmes inverses et l'approche basée sur l'équation de Riccati, a été développée dans les cas élastique (Allix *et al.*, 2005) et viscoplastique (Nguyen *et al.*, 2006). Son extension à l'endommagement à la rupture nous demande de résoudre des difficultés propres au cas traité, qui sont d'une part le fort changement des champs solution entre deux itérations et la prise en compte des contraintes d'inégalité sur les variables d'endommagement. Une fois ces problèmes résolus, la stratégie d'identification proposée a été appliquée au cas de la rupture d'une poutre composite et a démontré une grande robustesse face aux perturbations de mesure. La prochaine étape de ce travail consiste à étudier la méthode pour des structures complexes, puis à l'appliquer sur des essais réels.

## 5. Bibliographie

- Allix O., Deü J. F., « Delay-damage modeling for fracture prediction of laminated composites under dynamic loading », *Engineering Transactions*, vol. 45, p. 29-46, 1997.
- Allix O., Feissel P., Nguyen H. M., « Identification strategy in the presence of corrupted measurements », *Engineering Computations*, vol. 22, n° 5/6, p. 487-504, 2005.
- Kalman R. E., « A new approach to linear filtering and prediction problems », *Journal of Basic Engineering*, vol. 82, p. 35-45, 1960.
- Ladevèze P., « A modelling error estimator for dynamical structural model updating », in , Elsevier (ed.), *Advances in Adaptive Computational Methods in Mechanics*, 1998.
- Ladevèze P., *Nonlinear Computational Structural Mechanics : New Approaches and Non-Incremental Methods of Calculation*, Springer Verlag, 1999.
- Nguyen H. M., Allix O., Feissel P., « An identification strategy for highly corrupted measurements in non-linear transient dynamics », *CST VIII*, 2006.
- Tikhonov A. N., Arsenin V. Y., *Solutions of Ill-Posed Problems*, Winston & Sons, 1977.