



HAL
open science

Endommagement à haute température des composites Carbone-Carbone

Patrick Laborde, Bernard Toson, Marc Odunlami

► **To cite this version:**

Patrick Laborde, Bernard Toson, Marc Odunlami. Endommagement à haute température des composites Carbone-Carbone. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01504290

HAL Id: hal-01504290

<https://hal.science/hal-01504290>

Submitted on 9 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Endommagement à haute température des composites *Carbone-Carbone*

Patrick Laborde* — **Bernard Toson**** — **Marc Odunlami*****

**Institut de Mathématiques, UPS, 118 route de Narbonne, F-31062 Toulouse Cedex 6
laborde@math.ups-tlse.fr*

***CEA-CESTA, F-33114 Le Barp
bernard.toson@cea.fr*

****Laboratoire de Mathématiques Appliquées, UPPA, F-64000 Pau
marc.odunlami@univ-pau.fr*

RÉSUMÉ. Nous présentons un modèle de comportement avec endommagement couplé à la température pour les matériaux composites 3D Carbone-Carbone. Le schéma incrémental implicite associé permet de suivre rigoureusement les diagrammes contrainte-déformation expérimentaux : en traction-compression selon chaque direction de fibre, en cisaillement dans chaque plan d'orthotropie, et cela quelle que soit la taille des pas de charge appliqués. Un test élémentaire dans le cadre d'un chargement en pression et température, programmé dans le code éléments finis ABAQUS, illustre l'approche.

ABSTRACT. A damage model adapted to the rheology of 3D carbon-carbon composite materials where temperature affects the mechanical properties of the material is introduced. This model enables a non-linear description of the behavior of this orthotropic material, in traction-compression according to each fiber direction and under shear in each orthotropic plane. The associated incremental scheme of implicit type was implemented in the finite element code ABAQUS and an elementary test is presented.

MOTS-CLÉS : Endommagement, matériau composite, Carbone-Carbone, couplage thermo-mécanique

KEYWORDS: Damage, composite material, Carbon-Carbon, thermo-mechanical coupling

1. Introduction

Depuis le début des années 80, de nombreux travaux de recherche ont été entrepris pour comprendre et modéliser l'endommagement des matériaux composites dans le cadre de la *Thermodynamique des Processus Irréversibles* à variables internes (Lemaitre *et al.*, 1985). A cause de leur propriétés thermo-mécaniques, les composites thermo-structuraux sont utilisés dans certaines applications où la structure subit de fortes variations thermiques. Les hautes températures affectant de manière significative les propriétés mécaniques du matériau, il est essentiel de prendre convenablement en compte dans la modélisation le couplage de l'endommagement et de la température.

Dans cette communication, on considère un comportement élastique avec endommagement, de type fragile. On adopte une approche phénoménologique dans laquelle l'identification se fait à partir des courbes contrainte - déformation obtenues par des essais appropriés, à différentes températures. Le cadre de modélisation proposé se prête bien à une approche numérique incrémentale, compatible avec une architecture de code aux éléments finis non linéaire industriel.

2. Le cadre général de modélisation

Le modèle de comportement ci-dessous définit l'évolution du tenseur des contraintes σ en fonction du tenseur des déformations linéarisées ε via la variable interne α :

$$C\dot{\sigma} : (\tau - \sigma) + A\dot{\alpha} \cdot (\beta - \alpha) \geq (\dot{\varepsilon} + \xi\dot{\theta}) : (\tau - \sigma) \quad [1]$$

pour tout $(\tau, \beta) \in K(\theta)$, avec $(\sigma, \alpha) \in K(\theta)$,

où le point indique une dérivation en temps. Se plaçant dans le repère d'orthotropie du matériau (défini par l'orientation des fibres), on note $\sigma : \varepsilon = \sum_{ij} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}$.

Dans l'inéquation d'évolution précédente, l'état d'endommagement α est caractérisée d'une manière générale par m variables scalaires $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ dont on précisera le choix plus loin pour notre application. On a posé $\alpha \cdot \beta = \sum_k \alpha_k \beta_k$.

Le tenseur des souplesses élastiques $C = C(\alpha, \theta)$ dépend de l'endommagement ainsi que de la température. La matrice $A = A(\alpha, \theta)$ (de taille $m \times m$) régit l'évolution de la variable interne, et $\xi = \xi(\sigma, \alpha, \theta)$ désigne un tenseur d'ordre 2 symétrique lié à l'influence de l'évolution de la température. Enfin $K(\theta)$ est l'ensemble des couples (σ, α) admissibles à la température θ :

$$K(\theta) = \{(\tau, \beta) : \phi(\tau, \beta, \theta) \leq 0\}.$$

La fonction critère $\phi(\sigma, \alpha, \theta)$ est convexe par rapport à (σ, α) (pour toute valeur de θ fixée).

3. Une application orthotrope

Le composite C-C est orthotrope et les essais effectués montrent que :

- les coefficients de Poisson sont négligeables,
- dans chaque direction i de fibres, le module d'Young E_i présente des différences entre la traction et la compression,
- les modules de cisaillement G_{ij} dépendent aussi fortement de l'endommagement.

On écrira $E_i = E_i^+$ en traction ($\sigma_{ii} \geq 0$), $E_i = E_i^-$ en compression ($\sigma_{ii} < 0$) et l'on notera de même $G_{ij} = G_{ij}^+$ si $\sigma_{ij} \geq 0$, $G_{ij} = G_{ij}^-$ si $\sigma_{ij} < 0$. La matrice des souplesses $C(\alpha, \theta)$ est alors définie par $C\sigma = \varepsilon$ avec

$$\varepsilon_{ii} = \frac{1}{E_i} \sigma_{ii} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2 G_{ij}} \sigma_{ij}$$

pour $1 \leq i \neq j \leq 3$. Compte-tenu du découplage directionnel des endommagements, on caractérise l'endommagement par la variable de dimension égale à 12 :

$$\alpha = \{\alpha_i^+, \alpha_i^-, \alpha_{ij}^+, \alpha_{ij}^- : 1 \leq i \neq j \leq 3\},$$

de telle sorte que l'on puisse écrire :

$$\begin{aligned} E_i^+ &= E_i^+(\alpha_i^+, \theta), & G_{ij}^+ &= G_{ij}^+(\alpha_{ij}^+, \theta) \\ E_i^- &= E_i^-(\alpha_i^-, \theta), & G_{ij}^- &= G_{ij}^-(\alpha_{ij}^-, \theta). \end{aligned}$$

La condition d'admissibilité, à la température θ , s'écrit :

$$\phi(\sigma, \alpha, \theta) \leq 0 \quad \text{où} \quad \phi = \max \{\varphi_i^+, \varphi_i^-, \varphi_{ij}^+, \varphi_{ij}^- : 1 \leq i \neq j \leq 3\}.$$

Chaque fonction φ_i^\pm ou φ_{ij}^\pm définit le critère d'endommagement associé à l'une des variables des internes scalaires, par exemple (h_i^+ seuil en traction dans la direction i) :

$$\varphi_i^+ = \sigma_{ii} - h_i^+ \quad \text{avec} \quad h_i^+ = h_i^+(\alpha_i^+, \theta) \geq 0.$$

Dans la présente application, nous ne prenons pas en compte le couplage directionnel des endommagements. La flexibilité de la modélisation permet d'envisager des situations plus complexes où l'hypothèse de découplage directionnel de l'endommagement se trouverait contredite par des données expérimentales supplémentaires. D'ores et déjà, on peut par exemple considérer un module d'Young dans la direction de fibre 1 de la forme suivante (a et b étant des constantes positives) :

$$E_1 = E(\alpha_1^*, \theta) \quad \text{où} \quad \alpha_1^* = \alpha_1 + a\alpha_2 + b\alpha_3,$$

La section suivante indique la stratégie proposée pour choisir les variables internes scalaires. L'analyse unidimensionnelle qui suit permet aussi de construire la matrice (ici diagonale) $A = A(\alpha, \theta)$ ainsi que le tenseur $\xi = \xi(\sigma, \alpha, \theta)$ qui interviennent dans le cadre général [1].

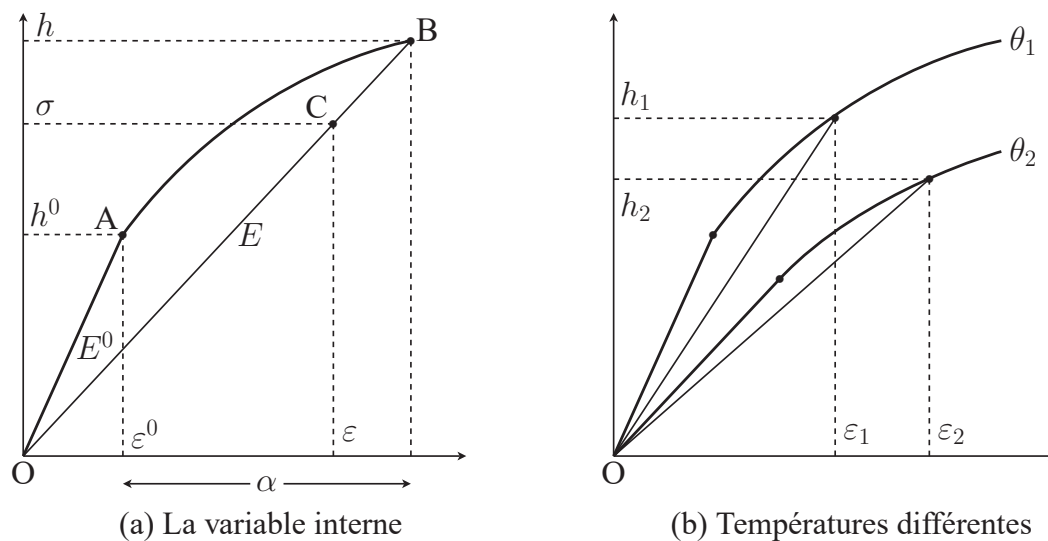


Figure 1. Comportement en traction pour deux valeurs de la température.

4. Variable interne et température

L'analyse purement unidimensionnelle qui suit montre la manière de définir les variables internes scalaires dans le cas de l'application en section 3. Pour fixer les idées, on peut par exemple considérer un essai de traction uniaxiale dans une direction de fibre comportant des cycles de charge-décharge à la température θ donnée. Dans ce qui suit, les notations $\sigma, \varepsilon, \alpha, C, A, \xi$ désignent des analogues scalaires de quantités introduites précédemment.

Sur la Figure 1(a), l'étape actuelle de l'histoire des déformations est indiquée par le point C. On sait qu'il n'existe pas de méthode précise pour choisir une variable interne (Lemaitre *et al.*, 1985). Pour caractériser l'endommagement en présence de la température θ , on ne peut pas choisir une variable interne fonction uniquement de la raideur élastique, car cette dernière dépend de θ . Pour caractériser l'état d'irréversibilité, on choisit la variable α tel qu'illustré sur la figure. On peut alors identifier E et h en fonction de α à partir des courbes contrainte-déformation obtenues expérimentalement pour différentes valeurs de la température comme schématisé sur la Figure 1(b) : $h = h(\alpha, \theta)$, $E = E(\alpha, \theta)$.

Le seuil h est supposé strictement croissant et concave par rapport à α et la raideur élastique E strictement décroissante à θ fixée. Dans cette première approche, nous ne prenons pas en compte pour simplifier la présence éventuelle de déformations résiduelles. Le cas plus général sera abordé de la même manière ultérieurement.

On montre que les courbes contrainte-déformation données dépendant de la température sont exactement décrites par les conditions suivantes :

$$\dot{\varepsilon} = C\dot{\sigma} + \dot{\varepsilon}^D - \xi\dot{\theta}, \quad (\dot{\varepsilon}^D, -A\dot{\alpha}) = \dot{\lambda} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \sigma}, \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} \right) \quad [2a]$$

$$\varphi = \sigma - h \leq 0, \quad \dot{\lambda} \geq 0, \quad \dot{\lambda} = 0 \quad \text{si} \quad \varphi < 0 \quad [2b]$$

en posant $A = C'_\alpha h h'_\alpha$ et $\xi = -C'_\theta \sigma$ où le prime désigne une dérivée partielle par rapport à la variable en indice. Les conditions [2] sont équivalentes à l'analogie unidimensionnel de l'inéquation d'évolution [1].

Notons enfin que, lorsque la température varie continûment, le modèle prédit un certain type d'évolution de la variable interne qu'il reste à valider expérimentalement.

5. Validation numérique

Le modèle spécifique introduit en section 3 peut être discrétisé en temps à l'aide d'un schéma implicite de mise en oeuvre simple (Laborde *et al.*, 2007). Ce schéma a été implémenté dans le sous-programme utilisateur *UMAT* du code aux éléments finis *ABAQUS*.

On présente maintenant un *test élémentaire*, l'étude d'un cas industriel étant en cours. La géométrie est un cube d'arête unitaire et les conditions aux limites sur les faces du cubes s'écrivent :

$$U_x = 0 \text{ en } \{x = 0\}, \quad U_y = 0 \text{ en } \{y = 0\}, \quad U_z = 0 \text{ en } \{z = 0\}.$$

Le calcul comporte *huit étapes* présentées sur la Figure 2. Pendant l'*étape 1*, un déplacement de 32×10^{-3} m est imposé progressivement sous forme incrémentale dans la direction x sur la face $\{x = 1\}$, la température étant fixée à 2750°C . La solution finale en déformation-contrainte (point noté 1) se situe sur la courbe de traction selon x donnée (tout comme que les états intermédiaires produits par l'incrémentalation). Notons également que la solution numérique est indépendante de la valeur du pas d'incrémentalation.

L'*étape 2* consiste à maintenir le déplacement précédent, tandis que l'on refroidit progressivement le cube jusqu'à 2500°C : le point calculé appartient alors sur la courbe de charge donnée correspondante. Au cours de l'*étape 3*, le cube est déchargé partiellement avec un déplacement imposé $U_x = 20 \times 10^{-3}$ m, tout en maintenant la température à 2500°C . La solution incrémentale est sur la droite de décharge élastique dont la pente correspond à l'endommagement de l'étape précédente. Lors de l'*étape 4*, la température augmente jusqu'à 2750°C et le déplacement imposé est maintenu. L'état calculé se situe sur la droite de décharge relative à l'endommagement obtenu à l'étape 1. L'*étape 5* consiste à décharger complètement le cube en imposant à 2750°C un déplacement nul (dans la direction x).

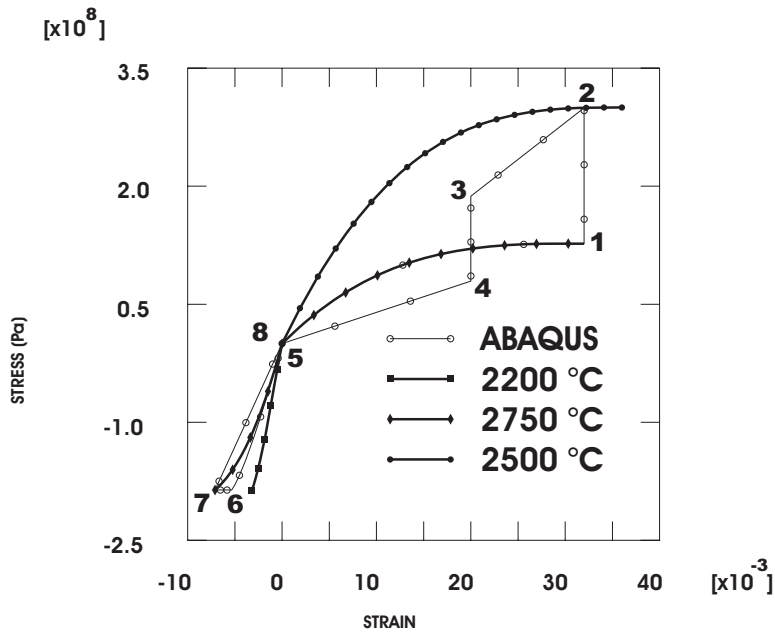


Figure 2. Réponse numérique à un trajet de chargement thermo-mécanique

Les trois étapes suivantes s'effectuent à pression imposée sur la face du cube $\{x = 1\}$, générant ainsi des contraintes de compression. Pendant l'étape 6, on impose une pression de 186×10^6 Pa, alors que la température évolue jusqu'à 2500°C . La solution finale et les solutions intermédiaires sont calculées à partir d'une interpolation des données à 2200°C et 2750°C . L'étape 7 consiste à maintenir la valeur de la pression précédente et à augmenter la température jusqu'à 2750°C . La solution obtenue est sur la courbe de compression donnée à 2750°C . Au cours de la dernière étape, la pression est progressivement annulée, tandis que la température reste fixée à 2750°C . La réponse incrémentale obéit au régime de décharge élastique correspondant à l'état d'endommagement de l'étape précédente.

6. Conclusion

Les résultats obtenus confirment le fait que la démarche de modélisation introduite est capable de reproduire exactement des courbes contrainte-déformation avec endommagement données à différentes températures. Le test élémentaire précédent représente un bon indicateur de la robustesse et de l'efficacité de la méthode numérique associée. Pour plus de détails, on se reportera à (Laborde *et al.*, 2007).

7. Bibliographie

- Laborde P., Toson B., Odunlami M., « High Temperature Damage for Carbon-Carbon Composites », *To appear*, 2007.
- Lemaitre J., Chaboche J.-L., *Mécanique des matériaux solides*, Dunod, Paris, 1985.