HAL
open science

Formulation analytique de la dynamique de déploiement d'un hexapode spatial

Gwenaelle Aridon, Ahmad Al Majid, Didier Remond, Régis Dufour

To cite this version:

Gwenaelle Aridon, Ahmad Al Majid, Didier Remond, Régis Dufour. Formulation analytique de la dynamique de déploiement d'un hexapode spatial. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01504285

HAL Id: hal-01504285

https://hal.science/hal-01504285

Submitted on 9 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Formulation analytique de la dynamique de déploiement d'un hexapode spatial

Gwenaëlle Aridon * — Ahmad Al Majid ** — Didier Rémond * — Régis Dufour *

** LaMCoS, INSA-Lyon, CNRS UMR5259, F-69621, France*

gwenaelle.aridon@insa-lyon.fr

*** University of Aleppo, Aleppo, Syria*

RÉSUMÉ. Les nouveaux enjeux de l'activité spatiale nécessitent le développement de structures déployables : leur encombrement réduit et leur faible masse sont des atouts lors du lancement et accroissent l'agilité lors de leur fonctionnement. Pour les applications optiques et dans un souci d'optimisation des performances en terme d'exactitude et de stabilité, la dynamique du déploiement doit être maîtrisée. Ce papier présente une nouvelle formulation d'un modèle dynamique direct dont le but est d'être un outil efficace de prévision du comportement d'un hexapode déployable. Le nombre de changement de coordonnées est réduit grâce à l'utilisation de six modèles phénoménologiques décrivant les actionneurs. De plus, la notation tensorielle condense l'écriture des équations du modèle basé sur une formulation Lagrangienne.

ABSTRACT. New deals of spatial engineering requires the development of deployable structures as their small volume and their light mass are appreciable advantages during the launch. Moreover, their agility is increased in space. In order to use them for optical applications and to optimize their deployment accuracy and dynamic stability, the deployment dynamics must be controlled. This paper presents a new formulation of a direct dynamic model for predicting with efficiency and reliability hexapod deployment. Using six phenomenological models for the actuators reduces the number of coordinate changes. Furthermore, the tensor notation condenses the equation expressions of the model established with a Lagrangian formulation.

MOTS-CLÉS : Robot parallèle, modèle dynamique direct, modèle de force de restitution.

KEYWORDS: Parallel robot, dynamic forward model, restoring force model.

1. Introduction

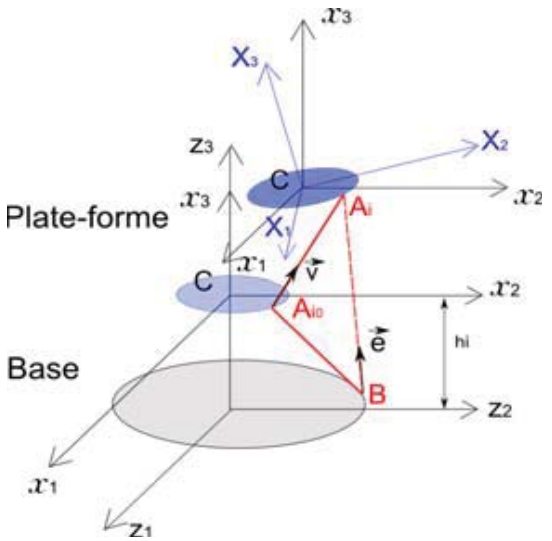
Les structures déployables de par leur masse et encombrement réduit sont avantageuses pour des applications spatiales où gain de place pendant le lancement et agilité en fonctionnement sont recherchés. Par ailleurs, l'hexapode est un manipulateur parallèle de plus en plus utilisé lorsque est exigée une commande des six degrés de liberté (DDL) de la charge utile attachée à la plate-forme supérieure (simulateurs de conduite ou de vol, robots médicaux, machines-outils, télescopes, …) (Merlet, 1997). Par conséquent, les hexapodes sont des moyens efficaces pour positionner précisément des systèmes de toutes tailles. Ainsi, pour répondre aux nouveaux enjeux spatiaux, Alcatel Alénia Space s'est inspiré d'une architecture parallèle pour concevoir un hexapode déployable et contrôlable selon six DDL (Blanchard *et al.*, 2005).

La recherche en robotique se concentre sur l'établissement de modèles dynamiques inverses (MDI) et directs (MDD) pour la commande de robots rapides. Le MDI lie les forces articulaires à l'accélération de la plate-forme. La réciproque est le MDD. La difficulté réside dans la résolution analytique du MDD en raison de la structure à géométrie fermée et des contraintes cinématiques. Trois approches principales se distinguent pour résoudre la dynamique des structures parallèles : le formalisme de Newton-Euler dans lequel chaque pièce du robot est considérée comme un sous-système, le principe des travaux virtuels qui fait intervenir la relation cinématique entre liaisons et espace de travail (Liu *et al.*, 2000) et l'approche Lagrangienne qui implique un lourd calcul de dérivées partielles (Lee *et al.*, 1998). La réduction des temps de calcul a motivé d'autres travaux (Kim *et al.*, 1992) (Reboulet *et al.*, 1991) (Khalil *et al.*, 2004).

Cet article présente un modèle dynamique 3D du déploiement d'un hexapode basé sur une formulation matricielle avec l'approche Lagrangienne afin de disposer d'un outil de simulation pour prévoir et par la suite maîtriser le comportement du déploiement. Le nombre de changements de coordonnées est réduit en raison de l'utilisation d'un modèle phénoménologique décrivant chaque actionneur. En outre, la notation tensorielle est adoptée pour condenser l'écriture des équations. Le résultat final est comparé à celui provenant du formalisme de Newton-Euler.

2. Géométrie de l'hexapode

L'hexapode est composé d'une plate-forme supérieure supportée par six actionneurs originaux constitués d'enrouleurs à rubans déployables. Dans cette étude, les articulations sont sphériques à l'instar d'une plate-forme de Gough (Merlet, 1997). Les lieux d'attache des actionneurs sont les points A_i de la plate-forme supérieure de rayon r et B_i de la base de rayon R. S'agissant d'un hexapode, la symétrie cyclique $2\Pi/3$ est exploitée. Les points sont définis dans le repère de référence O, z_1, z_2, z_3. Un repère local C, X_1, X_2, X_3, est lié au centre d'inertie de la plate-forme supérieure, et le repère C, x_1, x_2, x_3 est colinéaire à O, z_1, z_2, z_3.



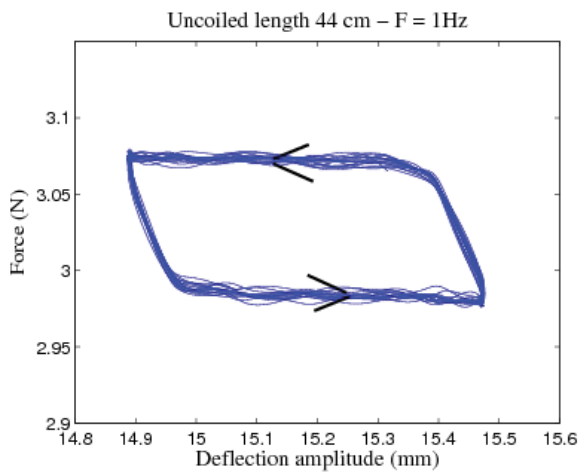


Figure 1. *Définition des notations* **Figure 2.** *Boucle d'hystérésis d'un actionneur*

3. Développement des énergies

Les équations finales du mouvement vont être exprimées à partir du vecteur $\vec{v}$ des coordonnées généralisées de la plate-forme, $\vec{v} = (u_3, u_3, u_3, \phi_1, \phi_2, \phi_3)^t$. La plate-forme de l'hexapode mue par six actionneurs dont chacun se compose d'une butée de fin de course, d'un enrouleur et fournit une force de restitution.

Plate-forme

L'énergie cinétique de la plate-forme T_P prend en compte l'accélération de Coriolis et le couplage des trois rotations ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3.

$$T_P = \frac{1}{2} m\dot{u}^2 + \frac{1}{2}(I_h + I_d).(\dot{\phi}_1^2 + \dot{\phi}_2^2) + \frac{1}{2}.I_p.\dot{\phi}_3^2 + \left[(-I_d + I_h).\phi_1.\dot{\phi}_2 + (I_d - I_h).\phi_2.\dot{\phi}_1\right].\dot{\phi}_3 \qquad [1]$$

où $I_d = \frac{1}{4} mr^2$, $I_p = \frac{1}{2} mr^2$, $I_h = \frac{1}{12} mh^2$ et h l'épaisseur de la plate-forme.

Forces de restitution des actionneurs

Les actionneurs présentent un comportement hystérétique (Fig.2) avec une force de déploiement inférieure à la force de repliement. Le modèle de force de restitution d'Al Majid [6] basé sur le modèle de Dahl généralisé permet de modéliser ce comportement. Ainsi, l'hexapode déployable est modélisé par une plate-forme mue par six forces de restitution R_i fournies par les actionneurs et orientées selon A_iB_j et appliquées sur A_i (Fig. 1). Elles sont décrites par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{R}_i = \beta.\dot{w}_i.\left(h(w_i, \dot{w}_i) - R_i.\mathrm{sgn}(\dot{w}_i)\right) \qquad [2]$$

L'élongation des actionneurs w_i est définie comme la projection de $\overrightarrow{A_0A}$ sur $\vec{e}$ le vecteur unité de $\overrightarrow{AB}$. Le paramètre β agit sur l'enveloppe de la boucle d'hystérésis.

La fonction affine H borne la boucle d'hystérésis. Ces paramètres nécessitent une caractérisation expérimentale des actionneurs (Aridon *et al.*, 2006). L'intégration analytique de ces forces permet d'établir l'énergie potentielle U_F. Celle-ci est exprimée en utilisant l'approche d'Einstein en calcul tensoriel (convention de sommation sur les index répétés) :

$$U_F = -\int R_i \, dw_i \qquad [3]$$

Butées de fin de course des actionneurs

Les butées de fin de course sont modélisées par des ressorts (de raideur K) et amortisseurs (d'amortissement a) longitudinaux inactifs tant que la longueur de la jambe est inférieure à la longueur maximale $L_{\mathbf{lim}}$. Ceci est réalisé grâce à une fonction d'erreur *erf*.

$$\overline{K}_{ii} = \frac{1}{2}\left(K + \mathrm{erf}\left(\sigma_K\left(w_i - L_{\lim}\right)\right)\right) \text{ et } \overline{a}_{ii} = \frac{1}{2}\left(a + \mathrm{erf}\left(\sigma_a\left(w_i - L_{\lim}\right)\right)\right) \qquad [4]$$

Les énergies de déformation U_B et dissipative $\Re_B$ sont fonctions de w_i et $\dot{w}_i$:

$$U_B = \frac{1}{2}\overline{K}_{ij} w_i \, w_j \qquad \text{et} \qquad \Re_B = \frac{1}{2}\overline{a}_{ij} \dot{w}_i \, \dot{w}_j \qquad [5]$$

Enrouleurs des actionneurs

La rotation des enrouleurs, modélisés par des cylindres de rayon r_b et d'inertie I_b, gouverne la longueur déployée des actionneurs. Avec δ_{ij} symbole de Kronecker :

$$T_E = \frac{1}{2}\frac{I_b}{r_b^2} \dot{w}_i \, \dot{w}_j \delta_{ij} \qquad [6]$$

4. Equations de mouvement

Il s'agit d'appliquer les équations de Lagrange par rapport à $\vec{v}$, coordonnées généralisées de la plate-forme en prenant en compte la participation des énergies cinétique, de déformation et de dissipation. Les énergies cinétiques donnent :

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\left(T_p + T_E\right)}{\partial \dot{v}_l}\right) - \frac{\partial\left(T_p + T_E\right)}{\partial v_l} = \left(\overline{M}_{lj} + M_{lj}^{b}\right)\ddot{v}_j + \left(C_{lj}^{c} + \left(C_{ljk}^{b1} - \frac{1}{2}C_{lkj}^{b2}\right)\dot{v}_k\right)\dot{v}_j \qquad [7]$$

$\overline{M}$ et C^c sont les matrices de masse et de Coriolis de la plate-forme :

$$\overline{M} = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_d + I_h & 0 & (I_d - I_h)\phi_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_d + I_h & -(I_d - I_h)\phi_1 \\ 0 & 0 & 0 & (I_d - I_h)\phi_2 & -(I_d - I_h)\phi_1 & I_p \end{pmatrix} \quad C^c = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(I_d - I_h)\dot{v}_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2(I_d - I_h)\dot{v}_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad [8]$$

D'autre part, la matrice jacobienne inverse de l'hexapode $g_{jl} = \dfrac{\partial w_j}{\partial v_l}$ intervient dans la définition de $\gamma_{ilk} = \dfrac{\partial g_{il}}{\partial v_k}$, $C_{lkj}^{\mathbf{b1}} = \dfrac{I_b}{r_b^2}\left(\gamma_{ilk}\, g_{ij} + \gamma_{ijk}\, g_{il}\right)$, $C_{lkj}^{\mathrm{b2}} = \dfrac{I_b}{r_b^2}\left(\gamma_{ikl}\, g_{ij} + \gamma_{ijl}\, g_{ik}\right)$ et $M_{lj}^{\mathbf{b}} = \dfrac{I_b}{r_b^2} g_{il}\, g_{ij}$.

Les énergies de déformation donnent :

$$-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial(U_F + U_B)}{\partial \dot{v}_l}\right) + \frac{\partial(U_F + U_B)}{\partial v_l} = -g_{jl} R_j + K_{lj} v_j \qquad [9]$$

avec $K_{lj} = \overline{K}_{ik} g_{kl} g_{ij}$. Le terme $\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial U_F}{\partial \dot{v}_l}\right)$ est négligé devant $\dfrac{\partial U_F}{\partial v_l}$ car les actionneurs sont indépendants de la vitesse d'élongation. Enfin, l'énergie de dissipation donne:

$$\frac{\partial \Re_B}{\partial \dot{v}_l} = a_{lj} \dot{v}_j \qquad [10]$$

avec $a_{lj} = \overline{a}_{ik} g_{kl} g_{ij}$ et en prouvant que $\dfrac{\partial w_j}{\partial v_l} = \dfrac{\partial \dot{w}_j}{\partial \dot{v}_l}$ car :

$$\dot{w}_j = \frac{dw_j}{dt} = \frac{\partial w_j}{\partial v_k}\frac{dv_k}{dt} = g_{jk}\frac{dv_k}{dt} = g_{jk}\dot{v}_k \text{ et } \frac{\partial \dot{w}_j}{\partial \dot{v}_l} = \frac{\partial(g_{jk}\dot{v}_k)}{\partial \dot{v}_l} = g_{jk}\frac{\partial \dot{v}_k}{\partial \dot{v}_l} = g_{jk}\delta_{kl} = g_{jl} \qquad [11]$$

Finalement, le déploiement de l'hexapode est gouverné par les équations non-linéaires à coefficients variables suivantes :

$$M_{lj}\, \ddot{v}_j + C_{lj}\, \dot{v}_j + K_{lj}\, v_j = -P_l + g_{jl}\, R_j \qquad [12]$$

Avec les matrices $M_{lj} = \overline{M}_{lj} + M_{lj}^{\mathbf{b}}$ et $C_{lj} = C_{lj}^{c} + \left(C_{ljk}^{\mathrm{b1}} - \dfrac{1}{2} C_{lkj}^{\mathrm{b2}}\right)\dot{v}_k + a_{lj}$ où l'indice l est dévolu aux six composantes de $\vec{v}$ et j aux six actionneurs. Le vecteur $P_l = (0 \;\; 0 \;\; mg \;\; 0 \;\; 0 \;\; 0)^t$ traduit la gravité. L'Equation (11) est le modèle dynamique inverse et prend la forme $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}\,\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{K}\,\mathbf{v} = \mathbf{F}$. Le modèle dynamique direct s'obtient par inversion :

$$\ddot{\mathbf{v}} = \mathbf{M}^{-1}(v,\dot{v})\left(\mathbf{F}(v,\dot{v}) - \mathbf{C}(v,\dot{v})\dot{\mathbf{v}} - \mathbf{K}(v,\dot{v})\,\mathbf{v}\right) \qquad [13]$$

où $\mathbf{F}(v,\dot{v})$ est le vecteur $n \times 1$ tel que : $\mathbf{F} = -\mathbf{P} + \mathbf{g}^t\,\mathbf{R}$

L'élévation du centre d'inertie C de la plate-forme obtenue avec l'approche présentée de Lagrange, Fig. 3, est calculée à l'aide du schéma adaptatif d'Adams-Moulton. La Fig. 4 présente celle obtenue avec la méthode de Newton-Euler et le logiciel Matlab-SimMechanics basée elle aussi sur une plate-forme rigide mue par des forces de restitution. Le comportement général est le même. L'influence de conditions aux limites plus restrictives (liaisons cardans situées en B_i au lieu de liaisons rotules) induit une plus faible accélération (Figure 4).

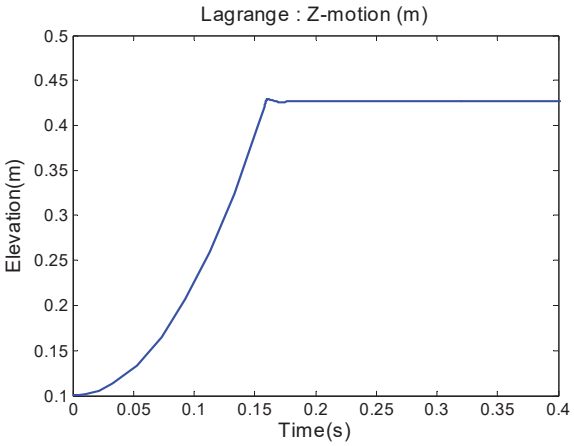


Figure 3. *Elévation pour une configuration rotule-rotule*

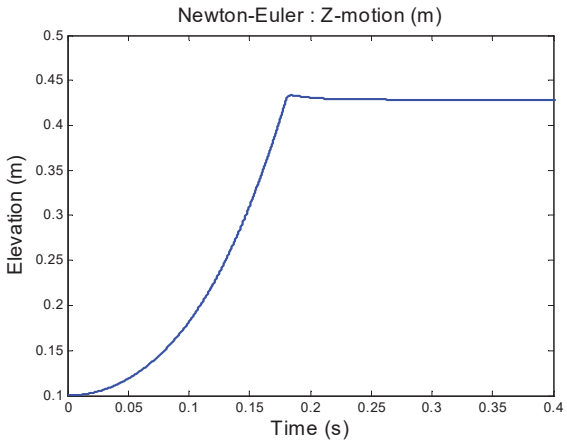


Figure 4. *Elévation pour une configuration cardan-rotule*

5. Conclusion

Le modèle dynamique direct de déploiement d'un hexapode proposé est basé sur une approche Lagrangienne, une notation tensorielle qui condense l'écriture des dérivées partielles et un modèle de forces de restitution qui réduit le nombre de changements de coordonnées. Cette association originale devrait permettre une analyse efficace de la sensibilité du déploiement à des paramètres incertains afin de garantir une fiabilité optimale.

Les auteurs remercient Alcatel Alénia Space pour sa participation et son soutien.

Bibliographie

Aridon G., Rémond D., Al Majid A., Blanchard L., Dufour R.. « Hysteretic behaviour of tape-spring actuators : Influence on the deployment of a hexapod », *ISMA2006 International Conf. on Noise and Vibration Engineering*, Leuven (Belgium), September 18-20, 2006.

Khalil W., Guegan S., « Inverse and Direct Dynamic Modeling of Gough-Stewart Robots », *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 20, (4), 754-762.Aout,2004.

Kim S. and Lee S.. « Cartesian space dynamic model of serial-parallel manipulator system and their dynamic performance evaluation ». *Decision and Control*, vol. 1, 327–328. IEEE, 1992.

Liu M.-J., Li C.-X., and Li C.-N.. « Dynamics analysis of the gough-stewart platform manipulator ». *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 16(1), February 2000.

Lee K.-M. and Shah D.. « Dynamic analysis of a three-degrees-of-freedom in parallel actuated manipulator ». *Robotics and Automation*, 4(3), June 1988.

Merlet J.P.. *Les Robots parallèles*. Paris, Hermès, 1997.

Reboulet C. and Berthomieu T.. « Dynamic models of a six degree of freedom parallel manipulators ». *Robots in Unstructured Env.*, vol. 2, 1153–1157. ICAR, 1991.