



**HAL**  
open science

## **Analyses multi-échelles et usure des structures minces en contact**

Mohamed Torkhani, Hachmi Ben Dhia

► **To cite this version:**

Mohamed Torkhani, Hachmi Ben Dhia. Analyses multi-échelles et usure des structures minces en contact. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01504173

**HAL Id: hal-01504173**

**<https://hal.science/hal-01504173v1>**

Submitted on 8 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Analyses multi-échelles et usure des structures minces en contact

Mohamed Torkhani<sup>\*,\*\*</sup> — Hachmi Ben Dhia<sup>\*</sup>

*\*Ecole Centrale de Paris – LMSS-Mat UMR ECP/CNRS 8579*

*Grande Voie des Vignes*

*F-92290 Châtenay-Malabry cedex*

*bendhia@mssmat.ecp.fr*

*\*\*Electricité de France R&D – LaMSID UMR EDF/CNRS 2832*

*1 Avenue du Général de Gaulles*

*F-92140 Clamart cedex*

*Mohamed.torkhani@edf.fr*

---

*RÉSUMÉ. La maîtrise des phénomènes d'usure est un enjeu essentiel pour la prévision des durées de vie des structures industrielles, biologiques, etc. Elle est particulièrement critique dans l'industrie nucléaire. Ces phénomènes sont dus à des interactions de contact entre structures.*

*Dans ce papier, on propose une formulation mixte pour les problèmes de contact avec usure qu'on étend aux structures minces dans le cadre Arlequin. Ce cadre procède par superposition de modèles locaux ou patches. On étend également notre démarche à la modélisation de phénomènes de rayure en utilisant une notion de patch Arlequin mobile.*

*ABSTRACT. The control of wear phenomena is of great importance to predict the remaining lifetime of engineering or biological structures. This control is particularly critical in nuclear industry. These phenomena are caused by interactions between contacting structures.*

*In this paper, a hybrid formulation for contact problems involving wear phenomena is suggested. An extension of the formulation to model wear of thin structures in the Arlequin framework is also presented. Moreover, we will focus on evolution-type contact problems by using a new concept of moving Arlequin patch.*

*MOTS-CLÉS : usure par frettage, profondeur d'usure, contact unilatéral, structures minces, méthode Arlequin, multi-échelles/multi-modèles.*

*KEYWORDS: fretting wear, wear depth, unilateral contact, thin structures, Arlequin method, multiscale/multimodel.*

---

## 1. Introduction

Des modèles d'usure ont été développés dans la littérature. Certains tiennent compte des « débris », appelés troisième corps. Nous nous intéressons ici aux modèles à deux corps. Ces modèles d'usure ont permis de prédire les volumes usés ou les profondeurs d'usure pour les solides 2D et 3D. Cependant, l'étude de l'usure des structures minces n'a été abordée que très sommairement dans la littérature (cf. (Shillor *et al.*, 2000)). En effet, pour les problèmes d'usure de structures minces, il est essentiel d'utiliser une formulation précise des problèmes de contact. Il nous semble également fondamental d'utiliser un cadre multi-échelles/modèles pour l'analyse précise des phénomènes locaux au voisinage des zones de contact, dont la nature tridimensionnelle n'est pas intégrée par les modèles de structures minces.

Dans ce papier, Nous proposons dans un premier temps un modèle mixte de contact frottant intégrant l'usure. Dans un second temps, nous plongeons ce modèle dans le cadre Arlequin (Ben Dhia., 1998 et 1999, Ben Dhia *et al.*, 2005) pour y traiter l'usure de structures minces ainsi que l'enlèvement de matière par actualisation locale de la géométrie. Une extension à la modélisation des phénomènes de rayure est enfin développée par introduction d'une notion de patch Arlequin mobile; ouvrant une voie de simulations multi-échelles de l'abrasion des structures.

## 2. Lois de contact avec prise en compte d'usure

On s'intéresse au problème de contact frottant (en petites ou grandes transformations) entre deux solides  $S_1$  et  $S_2$ . Les modèles de Signorini ([1]) et de Coulomb ([2]) sont écrits de façon équivalente sous forme d'équations (Ben Dhia *et al.*, 2006) : si  $\Gamma_c$  est la surface « esclave » de contact alors, sur  $\Gamma_c$ , nous avons :

$$\lambda = S_u (\lambda - \rho_n d_n), S_u = 1_{\mathbb{R}^-} (\lambda - \rho_n d_n), \text{ avec } \rho_n > 0 \quad [1]$$

$$\mu\lambda \left[ \Lambda - \left( S_f \Lambda + (1 - S_f) \frac{\Lambda + \rho_\tau \llbracket v_\tau \rrbracket}{\|\Lambda + \rho_\tau \llbracket v_\tau \rrbracket\|} \right) \right] = 0, d_n \Lambda = 0, S_f = 1_{\mathbb{B}} (\Lambda + \rho_\tau \llbracket v_\tau \rrbracket), \rho_\tau > 0 \quad [2]$$

où  $\lambda$ ,  $\Lambda$ ,  $d_n$ ,  $\llbracket v_\tau \rrbracket$  désignent respectivement le multiplicateur de contact, le semi-multiplicateur de frottement, la distance orientée et la vitesse tangentielle relative.

Dans un travail pionnier, Archard (Archard., 1953) a suggéré un modèle mécanique pour le calcul des volumes de matière usée. Ce modèle relie la vitesse d'usure  $\dot{h}_n$  à  $\lambda$  et  $\llbracket v_\tau \rrbracket$ . Une écriture locale et incrémentale de la loi d'Archard est donnée par :

$$\Delta h_n = \frac{K}{H} \lambda \|\llbracket \Delta u_\tau \rrbracket\| \quad [3]$$

où  $K$  est un paramètre d'usure et  $H$  la dureté du matériau.

Ce modèle consiste à inclure numériquement une variable interne quantifiant l'usure développée à l'interface de contact comme un champ-jeu supplémentaire  $h_n$  correctif de la distance signée. Pour tenir compte de cette profondeur d'usure dans les lois de contact frottement ([1] et [2]), il suffit de changer  $d_n$  en  $d_n^w$  donné par :

$$d_n^w = d_n - h_n \quad (h_n \text{ étant calculé à partir de [3]})$$

### 3. Formulation hybride du problème de contact avec usure

La formulation hybride faible du problème de contact avec usure est obtenue en utilisant une écriture locale de la loi d'usure d'Archard et en suivant la même démarche que dans (Ben Dhia *et al.*, 2006). Elle consiste à :

trouver  $(u, \lambda, \Lambda, S_u, S_f) \in CA \times H_c \times H_f \times L^\infty(\Gamma_c; \{0,1\})^2$  ;  $\forall (w, \lambda^*, \Lambda^*) \in CA \times H_c \times H_f$ ,

$$\sum_{i=1}^2 G_{\text{int}}^i(u^i, w^i) - \int_{\Gamma_c} S_u^w \lambda \llbracket w_n \rrbracket - \int_{\Gamma_c} \mu S_u^w \lambda \left[ S_f \Lambda + (1 - S_f) \frac{\Lambda + \rho_\tau \llbracket v_\tau \rrbracket}{\|\Lambda + \rho_\tau \llbracket v_\tau \rrbracket\|} \right] \llbracket w_\tau \rrbracket = 0 \quad [4]$$

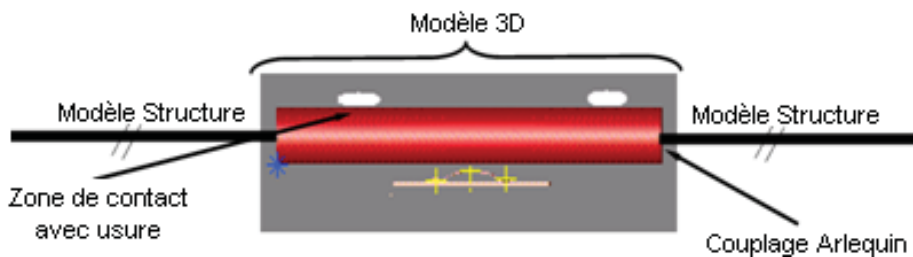
$$-\frac{1}{\rho_n} \int_{\Gamma_c} \left[ \lambda - S_u^w (\lambda - \rho_n d_n^w) \right] \lambda^* d\Gamma = 0 \quad [5]$$

$$\frac{1}{\rho_\tau} \int_{\Gamma_c} \left\{ \Lambda - \left[ S_f (\Lambda + \rho_\tau \llbracket v_\tau \rrbracket) + (1 - S_f) \frac{\Lambda + \rho_\tau \llbracket v_\tau \rrbracket}{\|\Lambda + \rho_\tau \llbracket v_\tau \rrbracket\|} \right] \right\} \Lambda^* + \int_{\Gamma_c} (1 - S_f) \Lambda \Lambda^* = 0 \quad [6]$$

où  $G_{\text{int}}^i$  est le travail virtuel des efforts internes au solide  $S_i$  et où  $S_u^w = 1_{IR^-}(\lambda - \rho_n d_n^w)$ .

### 4. Usure des structures dans le cadre Arlequin

Les modèles de structures minces n'intègrent pas les effets tridimensionnels locaux qu'engendrent les problèmes de contact avec usure. Par ailleurs, une modélisation 3D complète occasionnerait des coûts de calculs prohibitifs. Nous proposons un compromis dans le cadre Arlequin, en superposant un modèle 3D au voisinage de la zone de contact (usant) au modèle global de structure. Les phénomènes de contact et d'usure sont, dans cette modélisation bi-modèle, pris en compte par le modèle local (cf. figure1).



**Figure 1.** Exemple de couplage Structure/patches 3D dans le cadre Arlequin

## 5. Résultats numériques

Afin d'éclairer l'efficacité et la pertinence de notre approche, nous donnons ici deux résultats numériques pour le problème académique considéré dans (Strömberg, 1999) du contact avec usure entre un bloc élastique et un support rigide. Le premier concerne les faibles usures. Le second actualise la géométrie du patch Arlequin intégrant l'usure locale.

### 5.1. Usure d'un bloc élastique en 2D

On considère le cas-test académique d'un bloc 2D élastique comprimé et soumis à l'action d'un cisaillement cyclique (« frettage »).

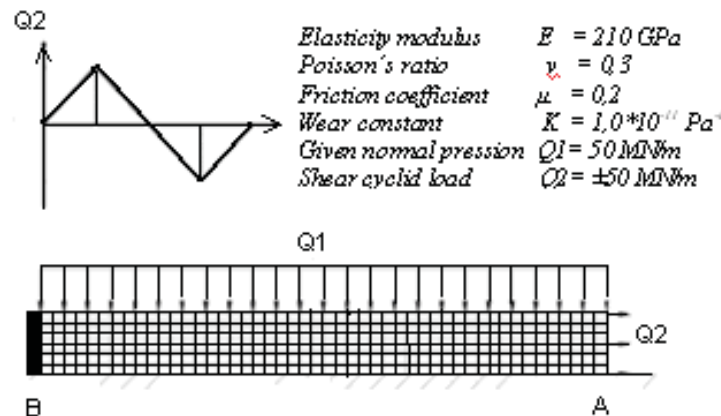


Figure 2. Cas-test de validation pour la simulation de l'usure par frettage

Les premiers calculs numériques dans *Code\_Aster*® (logiciel thermomécanique de EdF R&D) donnent des profils d'usure standards (Strömberg, 1999) avec des profondeurs d'usure qui s'accroissent avec le nombre de cycles de frettage. On constate aussi que de fortes valeurs de pressions de contact ainsi que de forts gradients se développent au niveau des arêtes de contact.

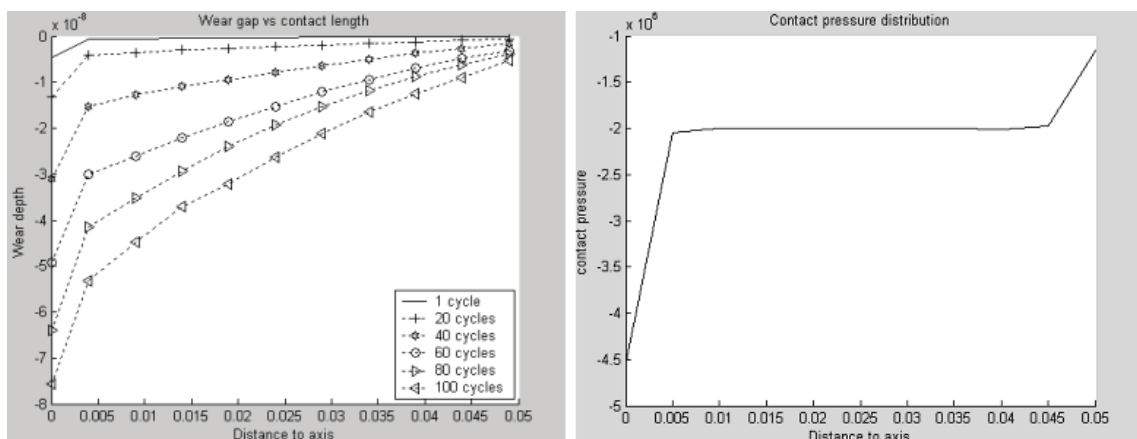


Figure 3. Carte d'usure et pressions de contact en fonction des cycles le long de [AB] (cf. figure 2)

## 5.2. Usure d'un bloc élastique en 2D avec actualisation de la géométrie d'usure

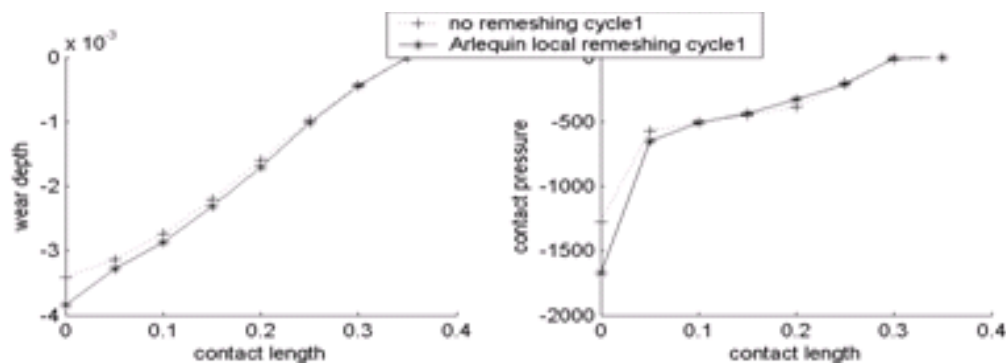
Une application intéressante de la méthode Arlequin pour la simulation de fortes usures est la prise en compte d'enlèvement de matière par l'actualisation de la géométrie du patch.

On donne ci-dessous un exemple de calcul (problème de Boussinesq) mettant en œuvre l'actualisation de la géométrie, liée à l'usure d'un massif par un outil. On réalise un premier calcul d'usure sur le maillage initial. Puis, en gardant le modèle global avec une géométrie initiale inchangée (et donc un maillage global fixe), on insère localement, dans le cadre Arlequin, des patchs géométriquement adaptés i.e. des patchs dont la géométrie est actualisée par les profils d'usure. Le contact est traité sur les patchs locaux.



**Figure 4.** Premier calcul sur le maillage initial pour les premiers cycles de frettage et 2<sup>ème</sup> calcul sur les patchs Arlequin après actualisation de géométrie

On donne ci-après les cartes d'usure et les distributions de pressions de contact issues des calculs avec et sans actualisation locale de la géométrie d'usure.



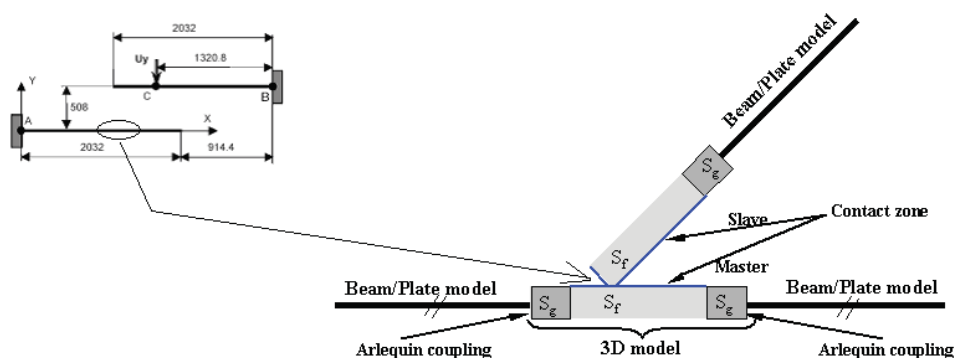
**Figure 5.** Distributions de pressions de contact et cartes d'usure avec et sans raffinement local par la méthode Arlequin

Le traitement de contact sur les géométries actualisées donne des profondeurs d'usure significativement plus accentuées et de forts gradients de pressions de contact au niveau des arêtes de contact. D'où un risque d'endommagement local par frettage cyclique, phénomène dont nous tiendrons compte dans des travaux ultérieurs, en utilisant le cadre Arlequin. Rappelons ici que, dans ce cadre, deux modèles E.F différents « vivent » dans une même zone, dite de superposition. Le traitement des zones singulières peut alors être réalisé par des patchs locaux h-raffinés, par exemple. Les gradients forts de pressions sont rattachés à la singularité de ces pressions au niveau de l'arête de contact de l'outil. Cette singularité est multi-

facteurs. L'un de ces facteurs est de considérer que l'outil est inusable; hypothèse de laquelle nous nous affranchirons dans des travaux futurs.

## 6. Conclusions et perspectives

Dans ce papier, nous avons proposé une formulation hybride pour le contact avec usure. Nous avons également présenté une méthodologie pour étendre cet outil aux problématiques multi-modèles d'usure avec prise en compte d'enlèvement de matière par des patches Arlequin géométriquement adaptés. Pour les problèmes de contact évolutif, une notion de patches Arlequin « suiveurs » des zones critiques (cf. figure 6), a été testée. Les résultats de simulation de la rayure des structures minces seront présentés lors de la conférence.



**Figure 6.** Rayure avec Patch Arlequin mobile suiveur du contact évolutif

## 7. Bibliographie

- Ben Dhia H., « Multiscale mechanical problems : The Arlequin method », *C. R. Acad. Sci. Paris*, vol. 326, 1998, p. 899-904.
- Ben Dhia H., « Numerical modeling of multiscale mechanical problems : The Arlequin method », *ECCM, München*, 1999.
- Ben Dhia H., Rateau G., « The Arlequin method as a flexible engineering tool », *IJNME*, vol. 62, n° 11, 2005, p. 1442-1462.
- Ben Dhia H., Zammali C., « Level-sets fields, placement and velocity-based formulation of contact-impact problems », *IJNME*, Early View, 2006.
- Archard J. F., « Contact and rubbing of flat surfaces », *J. Appl. Phys.*, vol. 24, 1953, p. 981-988.
- Strömberg N., « A Newton method for three-dimensional fretting problems », *IJSS*, vol. 36, 1999, p. 2075-2090.
- Shillor M., Sofonea M., Touzani R., « Quasistatic frictional contact and wear of a beam », *Dyn.Continu. Discrete. Impuls. Systems (DCDIS)*, vol. 8, n° 2, 2000, p. 201-218.