



Une approche fréquentielle pour la dynamique transitoire incluant les moyennes fréquences et prenant en compte les incertitudes sur la présence d'hétérogénéités

Laurent Blanc, Claude Blanzé, Mathilde Chevreuil

► To cite this version:

Laurent Blanc, Claude Blanzé, Mathilde Chevreuil. Une approche fréquentielle pour la dynamique transitoire incluant les moyennes fréquences et prenant en compte les incertitudes sur la présence d'hétérogénéités. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01504129

HAL Id: hal-01504129

<https://hal.science/hal-01504129>

Submitted on 8 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Une approche fréquentielle pour la dynamique transitoire incluant les moyennes fréquences et prenant en compte les incertitudes sur la présence d'hétérogénéités

L. Blanc⁺, C. Blanzé^o et M. Chevreuil^{*}

⁺ LTDS (École Centrale de Lyon / ENISE / CNRS UMR 5513)

^o LMSSC (CNAM Paris)

^{*} GeM (Université de Nantes / École Centrale de Nantes / CNRS UMR 6183)

RÉSUMÉ. Une approche fréquentielle pour la dynamique transitoire permettant de couvrir les basses et les moyennes fréquences a été validée pour les structures homogènes. Dans cette approche, la partie basses fréquences est obtenue par la méthode des éléments finis alors que la partie moyennes fréquences est traitée grâce à la Théorie Variationnelle des Rayons Complexes (TVRC). Dans ce papier, une extension aux hétérogénéités avec incertitudes est proposée.

ABSTRACT. A frequency domain method for transient dynamics which enables one to cover both the low- and medium-frequency ranges has revealed efficient on homogeneous structures. In this approach, the low-frequency part is obtained through a classical technique while the medium-frequency part is handled through the Variational Theory of Complex Ray (VTCR) initially introduced for vibrations. In this paper, an extension to the case of heterogeneous plates with uncertainties is proposed.

MOTS-CLÉS : dynamique transitoire, incertitudes, domaine fréquentiel, moyennes fréquences, TVRC, hétérogénéités.

KEYWORDS: transient dynamics, uncertainties, frequency domain, medium frequencies, VTCR, heterogeneous structures.

1. Introduction

L'étude du comportement dynamique de structures industrielles est essentielle dans la phase de conception sous les contraintes de sécurité, de confort et d'environnement. Or, lors du calcul de la partie transitoire de la réponse d'une structure soumise à un choc, les méthodes classiquement utilisées, basées sur les méthodes éléments finis et les schémas d'intégration numérique, échouent à prendre en compte la partie moyennes fréquences dans la réponse. En effet pour décrire cette plage de fréquences, ces méthodes se heurtent à des coûts de calcul importants et à des difficultés numériques liés à l'utilisation de maillages spatial et temporel très fins (Ilhenburg *et al.*, 1995).

Pourtant prendre en compte le contenu moyennes fréquences peut se révéler indispensable puisque, sur cette bande de fréquences, la vitesse et par conséquent l'énergie cinétique peuvent être très importantes. Nous proposons une approche fréquentielle dans laquelle le problème à résoudre est un problème de vibration forcée sur une large bande de fréquences incluant à la fois les basses et les moyennes fréquences.

Dans la modélisation et le calcul des vibrations moyennes fréquences, la difficulté réside dans le fait que les phénomènes étudiés ont des longueurs d'onde très petites par rapport aux dimensions de la structure, par conséquent étendre les méthodes basses fréquences n'est pas envisageable. L'approche alternative utilisée ici, appelée "Théorie Variationnelle des Rayons Complexes" (TVRC) a été introduite dans (Ladevèze, 1996) pour le calcul des vibrations moyennes fréquences et les possibilités de la méthode sont illustrées dans (Ladevèze *et al.*, 2001).

Les performances de l'approche fréquentielle, pour le calcul de la réponse transitoire, sont montrées dans (Ladevèze *et al.*, 2005). La méthode a notamment été appliquée pour la simulation de la propagation des ondes dues à des chocs pyrotechniques sur des plaques (Chevreuil *et al.*, 2005). Lors des essais effectués sur ce type de structures soumises à un choc, celles-ci sont instrumentées d'accéléromètres dont la masse peut être non négligeable. Une difficulté réside dans la prise en compte des hétérogénéités dues à la présence des capteurs dans la TVRC, pour cela nous utiliserons la stratégie développée dans (Blanc *et al.*, 2003). La présence et le caractère incertain en phase de conception des essais de ces hétérogénéités en termes de masse ou de position offrent un terrain d'étude abordé dans ce papier (Blanzé *et al.*, 2005, Ghanem, 1999).

2. Écriture du problème dynamique transitoire dans le domaine fréquentiel

Le problème de dynamique transitoire est réécrit à l'aide d'une formulation variationnelle dans le domaine fréquence-espace. Ainsi, la transformée de Fourier est appliquée à toutes les quantités dépendant du temps, conduisant alors à des fonctions dépendant de la fréquence. Par conséquent le problème à résoudre est un problème de vibrations forcées sur une large bande de fréquences $[0, \omega'_c]$. En dehors de cette

bande de fréquences, l'énergie de déformation et l'énergie cinétique sont supposées négligeables.

Afin d'exploiter au mieux les performances des outils numériques, il est proposé de diviser la plage de fréquences d'intérêt en deux, les basses fréquences $[0, \omega_c]$ et les moyennes fréquences $[\omega_c, \omega'_c]$. Les basses fréquences $[0, \omega_c]$ sont traitées classiquement : la fonction de réponse en fréquences est calculée grâce à une méthode éléments finis. Il est alors avantageux d'utiliser une base réduite construite à partir des premiers modes propres de vibration et complétée avec les modes statiques.

Quant aux moyennes fréquences, la théorie variationnelle des rayons complexes est une méthode de calcul adaptée pour traiter la bande $[\omega_c, \omega'_c]$.

La solution dynamique transitoire finale dans le domaine espace-temps est retrouvée en utilisant la transformée de Fourier inverse.

3. Le problème de vibration forcée en moyennes fréquences par la TVRC

3.1. Les bases de la TVRC

La théorie variationnelle des rayons complexes, introduite dans Ladevèze (Ladevèze, 1996), est une approche dédiée pour le calcul des vibrations moyennes fréquences. Elle peut être résumée en deux points majeurs :

- la première caractéristique de cette approche est l'utilisation d'une nouvelle formulation variationnelle qui permet d'utiliser *a priori* des approximations indépendantes par sous-structures. En effet, les conditions de transmission en déplacement et en effort aux interfaces entre sous-structure n'ont pas besoin d'être vérifiées exactement mais seulement de façon faible dans une formulation variationnelle,
- la deuxième caractéristique de la TVRC est l'introduction au sein de chaque sous-structure d'approximations à deux échelles avec un sens mécanique fort : la solution est supposée localement bien décrite dans le voisinage d'un point comme la superposition d'un nombre infini de modes de vibration locaux. Ces modes de base, qui peuvent être des modes intérieurs, des modes de bord ou des modes de coin, vérifient exactement les équations de la dynamique et les relations de comportement de chaque sous-structure. Toutes les directions de propagation des ondes sont prises en compte et les inconnues sont des amplitudes discrétisées - par exemple en les choisissant constantes pour toutes les directions de propagation comprises dans un secteur angulaire donné. Ces grandeurs étant par construction associées à l'échelle lente des phénomènes, la résolution du problème porte sur un système linéaire de petite taille.

La faisabilité et les performances de cette méthode sont montrées dans Ladevèze *et al* (Ladevèze *et al.*, 2001).

3.2. Extension de la TVRC pour le traitement de structures hétérogènes

Chaque accéléromètre servant aux mesures de chocs pyrotechniques est modélisé par une masse ponctuelle, ce qui se justifie par la petite taille du capteur devant les longueurs caractéristiques des structures et des phénomènes étudiés. D'un point de vue mécanique, pour une fréquence d'excitation donnée, la masse crée une perturbation de la réponse vibratoire de la structure testée. En effet elle génère une force concentrée qui dépend du déplacement sous l'accéléromètre. Pour en tenir compte la stratégie consiste à enrichir l'espace des champs servant à modéliser la structure non instrumentée : le nouveau champ décrit le comportement d'une plaque infinie soumise à une force unitaire. Son amplitude est une inconnue supplémentaire du problème qui est liée aux amplitudes des autres champs par la condition d'équilibre de la masse. Le problème discrétisé relatif aux structures hétérogènes est donc contraint, ce qui peut s'exprimer pour la résolution à l'aide d'un multiplicateur de Lagrange.

4. Prise en compte de l'incertitude sur la masse du capteur

Dans le problème traité, tous les paramètres du modèle sont déterministes en dehors de la masse du capteur : le caractère aléatoire de la réponse provient du comportement aléatoire de la masse concentrée du capteur, modélisée par une variable aléatoire du second ordre $M(\theta)$, avec θ appartenant à l'espace Ω des événements élémentaires.

La variable aléatoire $M(\theta)$ conduit, dans l'espace discrétisé, au système linéaire $\mathbf{K}(M(\theta)) \mathbf{A}(\theta) = \mathbf{f}$ avec $\mathbf{A}(\theta) = \sum_{i=0}^P \mathbf{a}_i \Psi_i(\xi(\theta))$ où $\Psi_i(\xi(\theta))$ sont des polynômes des variables aléatoires gaussiennes centrées réduites $\{\xi_j(\theta)\}$, lesquels forment une base complète dans l'espace de Hilbert des variables aléatoires du second ordre (Cameron *et al.*, 1947). Le nombre de polynômes P dépend de l'ordre p de la décomposition Chaos et du nombre L de paramètres stochastiques d'entrée (ici $L = 1$).

Le système devient :
$$\sum_{j=0}^P \sum_{i=0}^L c_{ijk} \mathbf{K}_i \mathbf{a}_j = \delta_{0k} \mathbf{f} \quad k = 0, 1, \dots, P,$$
 où les coefficients c_{ijk} ne sont calculés qu'une seule fois. Les inconnues $\mathbf{a}_j$ sont obtenues par la résolution de ce système linéaire de taille $(P+1) n \times (P+1) n$, n étant le nombre de degrés de liberté du système linéaire déterministe associé.

5. Application

Nous étudions l'influence du choix du capteur sur la réponse transitoire de la plaque représentée sur la figure 1. Elle est constituée d'aluminium et soumise à un chargement de type impact d'une durée de $1ms$. Le capteur est fixé au centre de la plaque. Sa masse est une variable aléatoire $M(\theta)$, de moyenne $\overline{M}$ et d'écart-type σ .

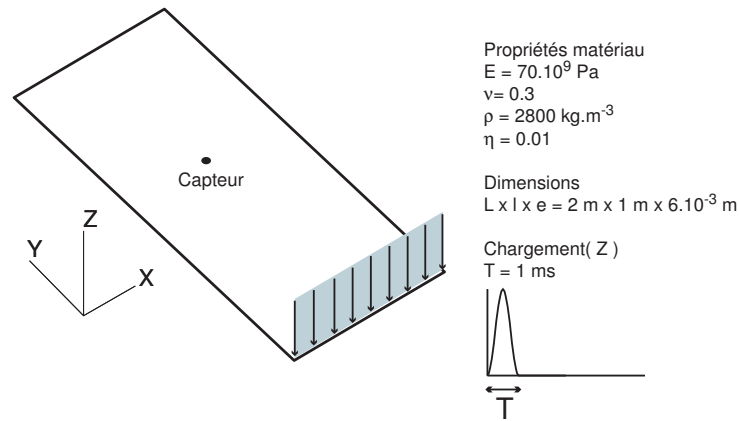


Figure 1. *Plaque instrumentée soumise à un choc*

Nous choisissons $\overline{M} = 0.050 \text{ kg}$ et $\sigma = 0.15 \overline{M}$. Alors, pour ξ variant de $[-3, 3]$, M varie de $[\overline{M} - 3\sigma, \overline{M} + 3\sigma] = [0.024, 0.075] \text{ kg}$.

Le problème discrétisé en fréquence pour le calcul de la fonction de réponse en fréquence respecte le théorème de Shannon; les bandes basses et moyennes fréquences sont choisies selon la démarche précisée dans (Chevreuil *et al.*, 2005) et traitées comme indiqué dans la section 2. La solution obtenue pour chaque fréquence par la TVRC étendue fait appel à 48 modes intérieurs, à 84 modes de bord et à la fonction d'enrichissement. Elle est associée à une décomposition sur le chaos polynomial d'ordre 5.

La figure 2 montre la réponse temporelle mesurée par le capteur pour différentes valeurs de ξ . Le choix du capteur s'avère avoir une influence non négligeable sur la mesure en particulier si la précision recherchée est grande. Il faudra en tenir compte lors de la conception d'essais sur structures réelles.

6. Conclusion

Une approche fréquentielle est proposée pour calculer la réponse transitoire d'une structure soumise à un choc : sa particularité est de tenir compte des composantes basses et moyennes fréquences du spectre de l'excitation. L'utilisation de la TVRC étendue au cas de structures hétérogènes mal connues permet d'étudier l'influence du choix d'un accéléromètre sur la mesure lors d'un essai pyrotechnique.

7. Bibliographie

Blanc L., Blanzé C., Ladevèze P., Rouch P., « A multiscale and Trefftz computational method for medium-frequency vibrations of assemblies of heterogeneous plates », *Computer-Assisted Mechanics and Engineering Sciences*, vol. 10, p. 375-384, 2003.

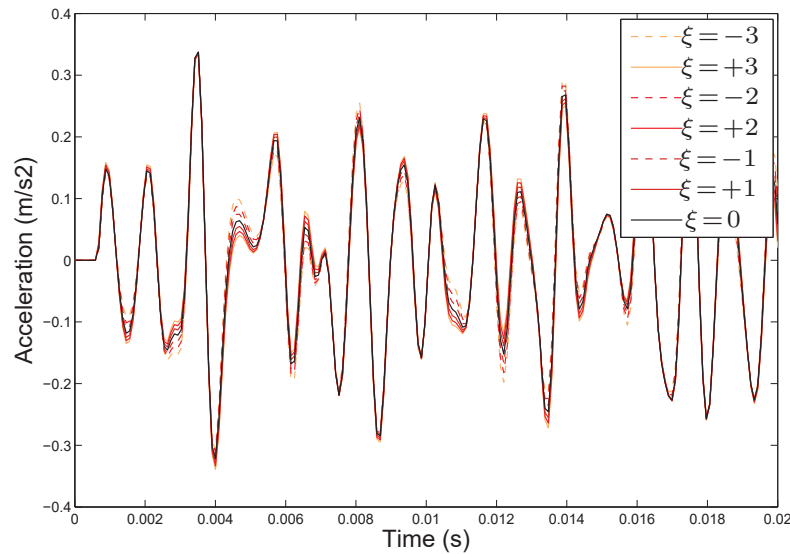


Figure 2. Accélération du capteur pour différentes valeurs de sa masse

Blanzé C., Rouch P., « Analysis of structures with stochastic interfaces in the medium-frequency range », *Journal of Computational Acoustics*, vol. 13, n° 4, p. 711-729, 2005.

Cameron R., Martin W., « The orthogonal development of non linear functionals in series of Fourier-Hermite functionals », *Ann. Math.*, vol. 48, n° 16, p. 385-392, 1947.

Chevreuril M., Ladevèze P., Rouch P., « Une nouvelle stratégie de calcul en dynamique transitoire recouvrant les basses et moyennes fréquences pour des structures complexes », *7e Colloque National en Calcul des Structures*, Giens, France, 2005.

Ghanem R., « Ingredients for a general purpose stochastic finite elements implementation », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 168, p. 19-34, 1999.

Ilhenburg F., Babuška I., « Dispersion analysis and error estimation of Galerkin finite element methods for Helmholtz equation », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 38, p. 3745-3774, 1995.

Ladevèze P., « A new computational approach for structure vibrations in the medium frequency range », *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. IIB*, vol. 322, n° 12, p. 849-856, 1996.

Ladevèze P., Arnaud L., Rouch P., Blanzé C., « The variational theory of complex rays for the calculation of medium-frequency vibrations », *Engrg. Comput.*, vol. 18, n° 1, p. 193-214, 2001.

Ladevèze P., Chevreuril M., « A new computational method for transient dynamics including the low- and the medium-frequency ranges », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 64, p. 503-527, 2005.