



**HAL**  
open science

## Rupture dynamique ou rupture quasi-statique : quelques éléments de comparaison

Pierre-Emmanuel Dumouchel, Jean-Jacques Marigo

### ► To cite this version:

Pierre-Emmanuel Dumouchel, Jean-Jacques Marigo. Rupture dynamique ou rupture quasi-statique : quelques éléments de comparaison. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01504126

**HAL Id: hal-01504126**

**<https://hal.science/hal-01504126>**

Submitted on 8 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Rupture dynamique ou rupture quasi-statique : quelques éléments de comparaison

**Pierre-Emmanuel Dumouchel<sup>\*,\*\*</sup> — Jean-Jacques Marigo<sup>\*\*</sup>**

*\* LaMSID EDF R&D  
UMR CNRS-EDF 2832  
1 av du Général de Gaulle  
92141 CLAMART, France  
pierre-emmanuel.dumouchel@edf.fr*

*\*\* LMM (UMR 7607 )  
Université Paris VI  
4 Place Jussieu 75005 Paris  
marigo@lmm.jussieu.fr*

---

*RÉSUMÉ. Cet article vise à présenter un cas de fissuration dynamique selon une approche théorique (décollement d'un film mince) et numérique (propagation d'une fissure à travers une DCB). Nous comparerons en particulier la solution dynamique des différents problèmes avec la solution dynamique asymptotique (lorsque le chargement devient quasi-statique). Nous présenterons une façon d'obtenir cette solution asymptotique par le biais d'une considération énergétique.*

*ABSTRACT. This study is devoted to a theoretical (the debonding of a thin film) and a numerical (propagation of a crack through a DCB) analysis of a problem of dynamic fracture. We will compare in particular the dynamic solution of the various problems with the asymptotic dynamic solution (when the loading becomes quasi-static). We will present a way to obtain this asymptotic solution by the means of energetical consideration.*

*MOTS-CLÉS : fissuration dynamique, poutre DCB, film mince, approche énergétique, déboutonnage dynamique, Code\_Aster*

*KEYWORDS: dynamic fracture, double cantilever beam, thin film, energetical approach, dynamic unbuttoning, Code\_Aster*

---

## 1. Introduction

La cadre générale de notre étude se limite aux fissures pouvant se propager de façon dynamique sous chargement quasi-statique. Cette configuration correspond à des exigences de la part de l'industriel EDF par rapport à ses outils de production d'électricité. Les travaux que nous présentons dans cet article essaient de répondre plus d'une façon qualitative que quantitative à la problématique initiale.

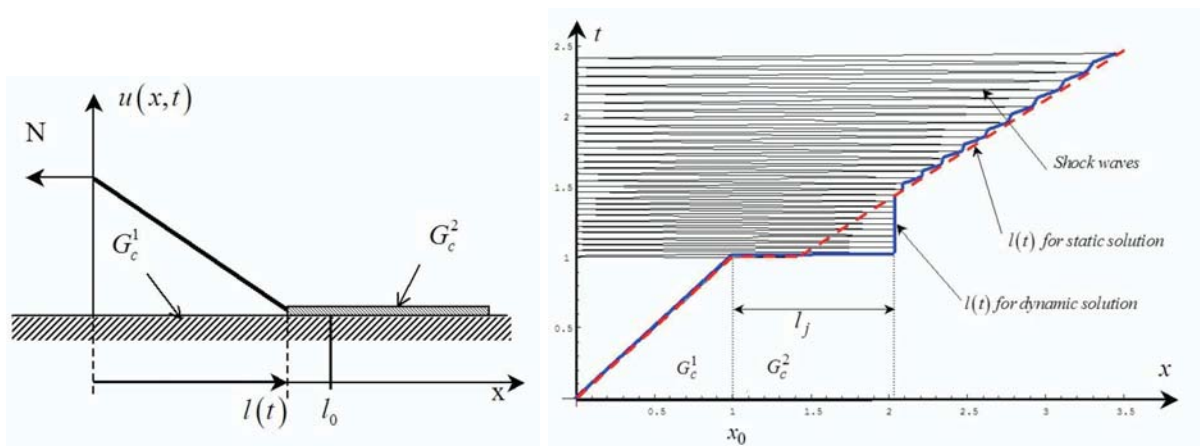
Dans cet article nous présenterons tout d'abord un calcul théorique sur le décollement d'un film mince. Il nous permettra de comprendre le comportement de l'énergie au cours de la propagation brutale lorsque le chargement est quasi-statique. Nous remarquerons que le comportement particulier de l'énergie permet de retrouver le saut de la fissure (approche énergétique). Ensuite nous présenterons la solution dynamique d'une poutre DCB (Double Cantilever Beam) dans la même configuration que le film pour obtenir des longueurs de saut de fissure. Et pour finir nous essaierons d'appliquer cette approche énergétique sur la DCB et nous comparerons les résultats avec les calculs directs.

## 2. Modèle de décollement d'un film mince

Nous utilisons un modèle de décollement de film mince le long d'une interface ayant une discontinuité de ténacité. La figure 1(a) représente le modèle considéré où  $G_c^1$  et  $G_c^2$  sont respectivement les ténacités à gauche et à droite de la discontinuité et qui sont telles que  $G_c^1 > G_c^2$ . Le film considéré est inextensible et une tension  $N$  et un déplacement vertical  $V_0 t$  sont imposés à son extrémité gauche. L'objectif de cette première étude est de considérer un chargement quasi-statique ( $V_0 \rightarrow 0$ ) et d'observer la propagation du film à la traversée de la discontinuité de ténacité. Comme elle a été choisie de telle façon que la ténacité de droite  $G_c^2$  soit la plus faible, on peut s'attendre à ce que la propagation du décollement du film soit brutale à la traversée de cette dernière.

La résolution du problème passe par l'écriture du modèle sous la forme d'un Lagrangien, où nous considérons une énergie de surface, le travail des forces extérieures et l'énergie cinétique. De ce fait en utilisant une formulation variationnelle construite à partir de l'intégrale en temps du Lagrangien, on peut construire les équations régissant notre modèle. Ensuite nous recherchons une solution linéaire en temps et en espace vérifiant les équations précédemment développées ainsi que les conditions aux limites du problème. La solution transitoire (figure 1(b)) obtenue met en évidence une onde de choc qui est générée au passage de la discontinuité de ténacité et qui se propage à travers le film décollé en se réfléchissant sur les conditions aux limites et sur la pointe de la fissure. Ainsi la vitesse de décollement du film est modifiée à chaque aller retour de l'onde de choc. Au niveau cinématique, on observe que lorsque le chargement est quasi-statique ( $V_0 \rightarrow 0$ ), le décollement du film devient brutal puis s'arrête un certain temps, jusqu'à ce qu'il regagne la solution statique. De plus on observe que cette solution dynamique "saute" beaucoup plus loin que la solution statique.

Si on trace les énergies qui correspondent à cette solution transitoire, on observe que l'énergie totale du système reste constante au cours de la propagation brutale. L'énergie cinétique s'annule avant et après la propagation brutale de la fissure en passant par un maximum. Ainsi son rôle est de rendre "constante" l'énergie totale au cours de cette propagation. Si maintenant on part de l'hypothèse que l'énergie totale est constante durant la propagation brutale on retrouve exactement la longueur propagée et ce uniquement en considérant des énergies qui peuvent être calculée de façon statique (si on considère que l'énergie cinétique est nulle avant et après cette propagation).



(a) Modèle de film mince

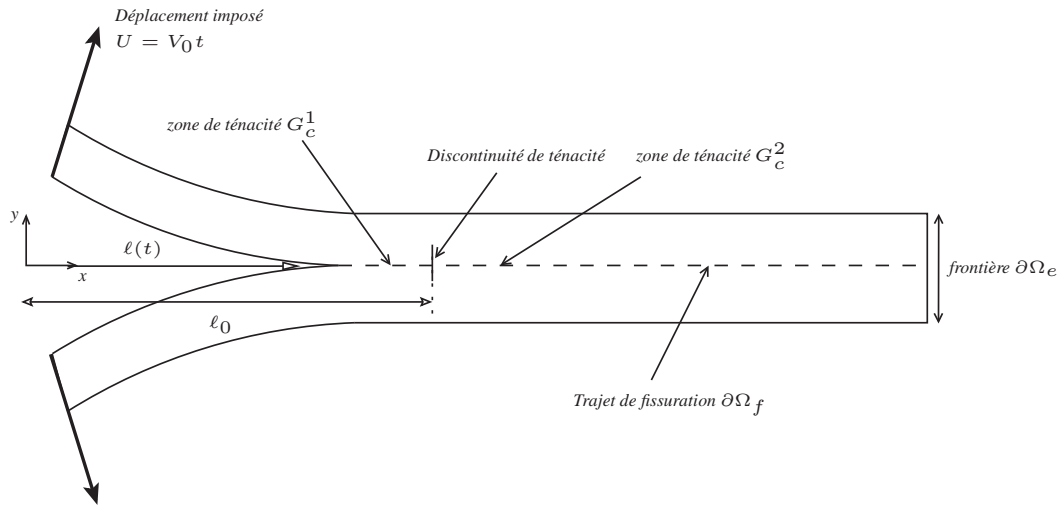
(b) Solution dynamique dans le plan  $(t, x)$ 

**Figure 1.** Présentation du modèle et de la solution dynamique dans le plan temps-espace

### 3. Présentation du modèle numérique de DCB

#### 3.1. Introduction de la méthode de déboutonnage en dynamique

Nous nous proposons maintenant d'étudier le comportement d'une poutre DCB en acier (figure 2) en présence d'une discontinuité de ténacité en  $x = \ell_0$  de même type que celle du film mince. Ainsi à la traversée de celle-ci la propagation du front de fissure devient instable. Au niveau numérique on utilise les conditions de symétrie pour ne travailler que sur une moitié de DCB. On impose une condition en déplacement  $u = v_0 t$  sur la partie gauche de la DCB selon la direction  $y$ , qui lorsqu'elle évolue propage la fissure ( $l(t)$ ) sur un trajet de fissuration prédéterminé  $\partial\Omega_f$ . L'évolution de la frontière  $\partial\Omega_f$  s'effectue par l'intermédiaire d'une technique de déboutonnage de noeud. De plus on impose sur cette frontière un blocage des degrés de liberté selon  $y$  (pour rendre compte de la symétrie du problème). Sur la frontière  $\partial\Omega_e$  on impose un encastrement pour annuler les mouvements de corps rigide de la DCB.

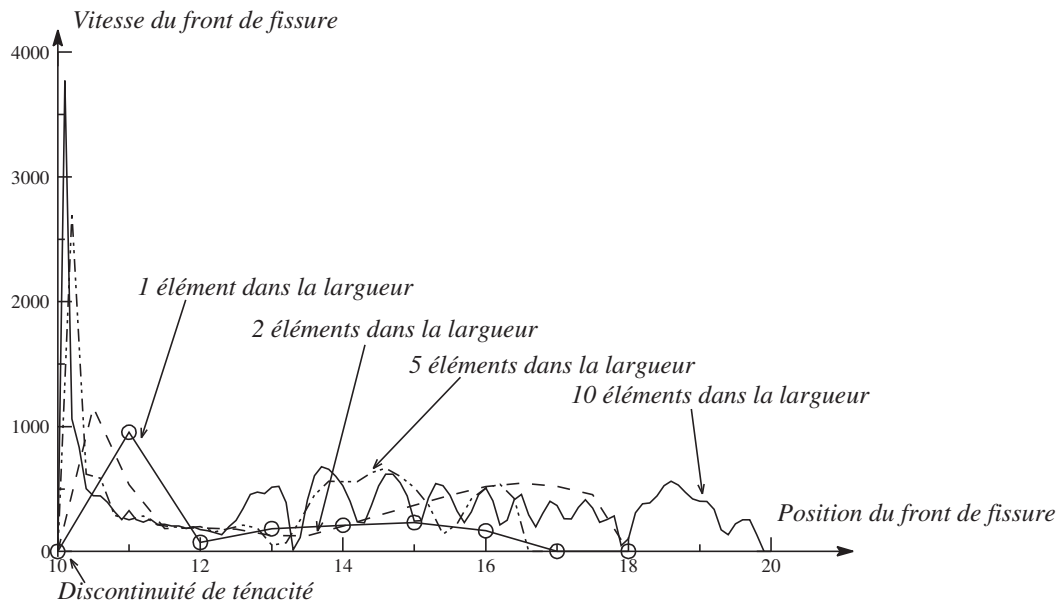


**Figure 2.** Présentation du modèle DCB utilisé

L'objectif de ce calcul est d'obtenir l'évolution du front de fissure lorsque la propagation devient instable. Pour cela on considère notre modèle de rupture de type Griffith et on utilise le critère du même nom pour propager la fissure :

$$\begin{cases} \text{si } G < G_c \Rightarrow \dot{\ell} = 0 \\ \text{si } G = G_c \Rightarrow \dot{\ell} \geq 0 \end{cases} \quad [1]$$

où  $G_c$  représente la ténacité du matériau (valant dans notre cas soit  $G_c^1$  ou soit  $G_c^2$ ),  $G$  le taux de restitution d'énergie et  $\dot{\ell}$  la vitesse de propagation de la fissure. La résolution de ce problème de dynamique discrétisé s'effectue avec *Code\_Aster* en utilisant un algorithme dynamique non linéaire selon un schéma d'intégration en temps de type implicite. Pour obtenir la vitesse de fissuration ( $\dot{\ell}$ ) en fonction du temps, on recherche par dichotomie la valeur de ( $\dot{\ell}$ ) telle que le critère de Griffith [1] soit vérifié à chaque avancée du front de fissure (longueur d'un élément finis). Ainsi on peut tracer pour différentes tailles de maillage l'évolution de la vitesse de fissuration en fonction de  $\ell(t)$  (figure 3). On observe que le saut de la fissure varie de façon aléatoire lorsque le maillage devient plus fin, et que des oscillations apparaissent dont la période dépend de la taille du maillage. Ce phénomène laisse à penser que l'énergie "restituée" à la structure lors du déboutonnage se fait d'une façon trop brutale et sélectionne (en fonction de la taille de l'élément déboutonné) les modes sur lesquels l'énergie se répartit. Cependant on obtient une bonne corrélation par rapport à l'étude asymptotique sur le film au niveau de l'énergie totale, à savoir qu'elle tend à être constante lorsque la taille des mailles diminue. Par contre on obtient en fin de propagation brutale un résidu d'énergie cinétique qui représente environ 5% de l'énergie totale de la DCB.

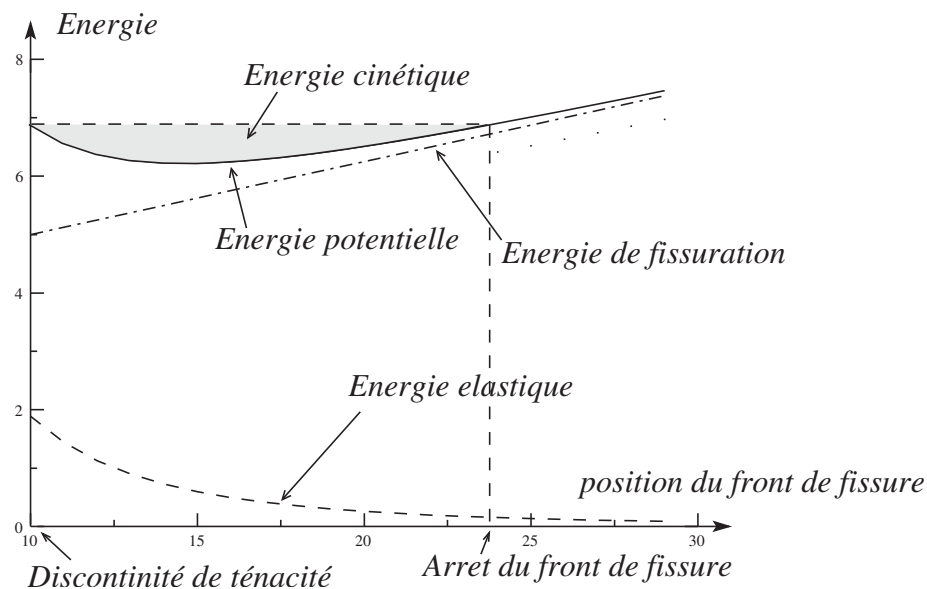


**Figure 3.** Evolution des vitesses de fissuration en fonction de  $\ell(t)$  pour différents maillages

#### 4. Construction d'une solution limite numérique et comparaison

On se propose maintenant de trouver le saut de fissure en supposant que l'énergie totale se conserve durant la propagation brutale (remarque obtenue à partir du film mince). Il suffit dans ce cas de fixer les conditions aux limites telles que la pointe de la fissure soit sur la discontinuité de ténacité  $\ell_0$ , puis d'imaginer une famille de position du front de fissure (parmi la frontière  $\partial\Omega_f$ ) et de calculer pour chacune de ces positions l'énergie potentielle qui lui est associée. Nous considérons que l'énergie potentielle est la somme entre l'énergie élastique et l'énergie de fissuration comme on peut l'observer sur la figure (4).

Ainsi on observe que l'énergie potentielle diminue tout d'abord pour passer par un minimum qui est la position d'équilibre de la DCB en statique, puis remonte jusqu'à passer par le niveau d'énergie initiale. De plus en rapport avec les travaux effectués sur le film mince nous supposons que l'énergie cinétique est la quantité se trouvant entre la courbe décrite précédemment et une droite constante horizontale passant par l'énergie potentielle initiale (lorsque  $\ell(t) = \ell_0$ ). De ce fait on recherche le saut de fissure tel que l'énergie potentielle reste constante ce qui revient au même que de considérer l'énergie totale car on suppose que l'énergie cinétique est nulle avant et après la propagation brutale. Si on compare cette longueur obtenue par rapport à celle obtenue précédemment au cours du calcul dynamique direct, on trouve que l'approche statique énergétique surestime le calcul dynamique. Cela semble être en accord avec le fait que l'approche énergétique "consomme" la totalité de l'énergie cinétique alors que le calcul dynamique présente un résidu. Cette observation semble rester vraie pour différents types de maillage et d'épaisseur de DCB.



**Figure 4.** Evolution des différentes énergies en fonction d'une position virtuelle du front de fissure

## 5. Conclusion

Le calcul théorique sur le film mince avec une discontinuité de ténacité lorsque le chargement est quasi-statique, permet de mettre en évidence le fait que l'énergie totale du système se conserve lors de la propagation brutale. Cet aspect nous permet de retrouver le saut de la fissure de façon exacte. D'autre part nous avons présenté une technique numérique pour la propagation d'une fissure en dynamique et nous avons mis en évidence quelques défauts de la méthode : dépendance du saut de la fissure au maillage. Cependant l'approche énergétique a permis de construire une borne supérieure sur le saut de la fissure. Ce résultat est intéressant dans la mesure où il présente une méthode rapide et peu coûteuse en temps de calcul pour approcher un phénomène dynamique complexe. Une des ouvertures possibles serait de "lisser" cette phase de déboutonnage brutal par une modélisation de la fissure avec des zones cohésives.

## 6. Bibliographie