



HAL
open science

Contact frottant avec X-FEM: formulation 3D et stabilisation

Samuel Geniaut, Patrick Massin, Nicolas Moes

► To cite this version:

Samuel Geniaut, Patrick Massin, Nicolas Moes. Contact frottant avec X-FEM: formulation 3D et stabilisation. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01495829

HAL Id: hal-01495829

<https://hal.science/hal-01495829>

Submitted on 26 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Contact frottant avec X-FEM : formulation 3D et stabilisation

Samuel Geniaut^{*,**} — Patrick Massin^{*} — Nicolas Moës ^{**}

** Laboratoire de Mécanique des Structures Industrielles Durables, EDF R&D
UMR EDF/CNRS 2832
1, avenue du général de Gaulle, 92141 Clamart Cedex
{samuel.geniaut, patrick.massin}@edf.fr*

*** Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique, École Centrale de
Nantes/Université de Nantes
UMR CNRS 6183
1, rue de la Noé, 44321 Nantes Cedex 3
nicolas.moes@ec-nantes.fr*

RÉSUMÉ. L'enjeu de ce travail est de proposer une nouvelle méthodologie, basée sur la méthode des éléments finis étendue (X-FEM), pour l'étude de structures fissurées lorsque des conditions de contact (sans frottement, ou avec frottement adhérent) sont prises en compte sur les lèvres de la fissure. L'utilisation de X-FEM nous a conduit à formuler le problème de contact de manière continue, puis à le discrétiser au sens éléments finis. Un Lagrangien Augmenté est utilisée pour le traitement des équations de contact frottement. Afin de résoudre des problèmes de stabilité liés à la satisfaction de la condition LBB, un algorithme de construction de l'espace des multiplicateurs de Lagrange est également proposé. Un exemple numérique traité par Code_Aster vient illustrer l'emploi de cette approche pour résoudre un problème tridimensionnel de contact avec frottement.

ABSTRACT. This work presents a new method, based on the extended finite element method (X-FEM), for the survey of frictional contact cracks. Because of X-FEM, a continuum mechanics formulation of contact is used, with an Augmented Lagrangian method. In order to satisfy the LBB condition, we propose an algorithm for building an appropriate Lagrange multiplier space. A detailed numerical example with the finite element software Code_Aster illustrates this approach while solving a three-dimensional frictional contact problem.

MOTS-CLÉS : X-FEM, contact frottant, 3D, condition LBB.

KEYWORDS: X-FEM, frictional contact, 3D, LBB condition.

1. Introduction

Générer un maillage 3D d'une structure industrielle fissurée demeure une tâche délicate, notamment pour des géométries de fissures complexes. De plus, l'étude de la propagation d'une fissure nécessite soit un remaillage (opération longue et coûteuse), soit de connaître a priori le trajet de fissuration (utilisation de « déboutonnage » ou d'éléments joints par exemple). Dans ce travail, nous nous intéressons à la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) qui évite de devoir mailler la fissure (Moës *et al.*, 1999) ou de connaître a priori le trajet de fissuration. Afin de prendre en compte des conditions de contact avec frottement sur les lèvres de la fissure, plusieurs travaux ont été réalisés, reposant principalement sur une pénalisation des conditions de contact frottement (Dolbow *et al.*, 2001) (Khoei *et al.*, 2006). Cependant, les approches par pénalisation posent le problème des paramètres de régularisation, dont le choix optimal n'est pas aisé.

Dans notre travail, nous avons adapté une méthode continue de contact, basée sur l'utilisation d'un Lagrangien Augmenté (Ben Dhia *et al.*, 2002). Dans cette formulation mixte déplacements/pressions de contact, le choix des espaces de discrétisation éléments finis est guidé par le respect de la condition LBB (ou condition *inf-sup*). Nous proposons un algorithme visant à construire un champ de multiplicateurs de Lagrange en adéquation avec le champ de déplacements. La validation de cette méthodologie est ensuite présentée par une application numérique 3D d'interface sous contact frottant avec *Code_Aster*, code libre aux éléments finis de mécanique générale développé et utilisé par EDF (www.code-aster.org).

2. Problème de contact frottant et formulation variationnelle mixte associée

On considère un domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ comportant une fissure (ou une interface) Γ_C . Un chargement quasi-statique est imposé sur la structure par l'intermédiaire d'une densité de forces volumiques \mathbf{f} et d'une densité de forces surfaciques \mathbf{t} sur Γ_t . Nous nous plaçons dans le cadre des petits déplacements, en considérant un matériau élastique linéaire. Les équations du contact sur les lèvres de la fissure sont écrites sous forme variationnelle, en faisant intervenir des multiplicateurs de Lagrange λ . Les non-linéarités, dues à la non-connaissance de la zone de contact effective, aux seuils de frottement de Coulomb, sont résolues par imbrication de boucles sur des points fixes (géométrie et seuils de frottement) permettant de se ramener à une succession de problèmes de Tresca, lors de la résolution des équations d'équilibre par la méthode de Newton-Raphson. L'adaptation de cette formulation continue (Ben Dhia *et al.*, 2002) au cadre X-FEM est relativement aisée. La boucle d'appariement des nœuds en contact a été supprimée car en petits déplacements, les points en contact de la géométrie initiale restent en vis-à-vis. De plus, le saut de déplacement au travers de la discontinuité s'exprime directement en terme de degrés de libertés enrichis.

3. Discrétisations éléments finis et condition LBB

La discrétisation proposée dans (Geniaut *et al.*, 2005) correspondant à des champ de déplacement et de multiplicateur de Lagrange linéaires par morceau (P1-P1), n'est pas LBB stable et conduit à des oscillations des multiplicateurs de Lagrange. D'autres choix d'espaces éléments finis ont été proposés par (Mourad *et al.*, 2007) dans le cadre de l'imposition de conditions de Dirichlet sur une interface avec X-FEM, mais leur formulation n'est pas stable dans tous les cas (notamment lorsque l'interface se rapproche du bord des éléments). Une solution plus convaincante a été proposée par (Moës *et al.*, 2006), qui construit l'espace des multiplicateurs de Lagrange avec un algorithme de sélection des nœuds. Partant d'une approche P1-P1, l'algorithme réduit l'espace des multiplicateurs de Lagrange en imposant des relations de liaison entre multiplicateurs. Ces relations sont soit des relations d'égalité, soit des relations linéaires. En adaptant l'algorithme au cas de l'imposition de conditions de contact, nous avons constaté qu'il avait tendance à imposer plus de relations d'égalité que de relations linéaires, ce qui appauvrit fortement l'approximation de départ. Nous avons alors proposé une amélioration de cet algorithme, visant à imposer majoritairement des relations linéaires entre les multiplicateurs, détaillée dans (Geniaut *et al.*, 2007). Une validation de ce nouvel algorithme est présentée au chapitre suivant.

4. Validation et exemples numériques

On considère une interface entre deux blocs parallélépipédiques. Des conditions de contact avec frottement adhérent sont prises en compte sur l'interface, de manière à ce que le problème soit équivalent à celui d'un seul bloc sans interface. Le chargement est imposé par la biais de conditions de Dirichlet sur toute la bordure de la structure, afin de représenter un encastrement de la face inférieure et une pression parabolique $p(y)$ sur la face supérieure. Deux types de maillages réguliers sont utilisés : un avec des hexaèdres et l'autre avec des pentaèdres (voir Figure 1). On utilise X-FEM de telle sorte que l'interface traverse les éléments finis. La taille des éléments est notée h , $1/h$ représentant le nombre d'éléments suivant y et z (pour le maillage de pentaèdres, le nombre d'éléments selon y est $2/h$). Avec les hexaèdres, l'espace des multiplicateurs de Lagrange sur l'interface est similaire à celui obtenu en considérant une interface coïncidente avec le bord des hexaèdres. Dans ce cas, la combinaison des approximations des déplacements et des multiplicateurs ne conduit pas à des oscillations de la pression de contact et celle-ci est bien parabolique comme attendu. Cependant, avec des pentaèdres, plus de multiplicateurs sont introduits. Ceux sur les arêtes diagonales rendent le système sur-contraint et pressions de contact présentent de fortes oscillations. Afin de valider la prise en compte de l'algorithme, on étudie l'évolution de la pression de contact sur l'interface à mesure que l'on raffine le maillage, c'est-à-dire lorsque $1/h$ augmente. La Figure 2 montre que la réduction des oscillations des pressions de contact est

efficace, et que la solution trouvée tend vers la solution recherchée à mesure que $1/h$ augmente.

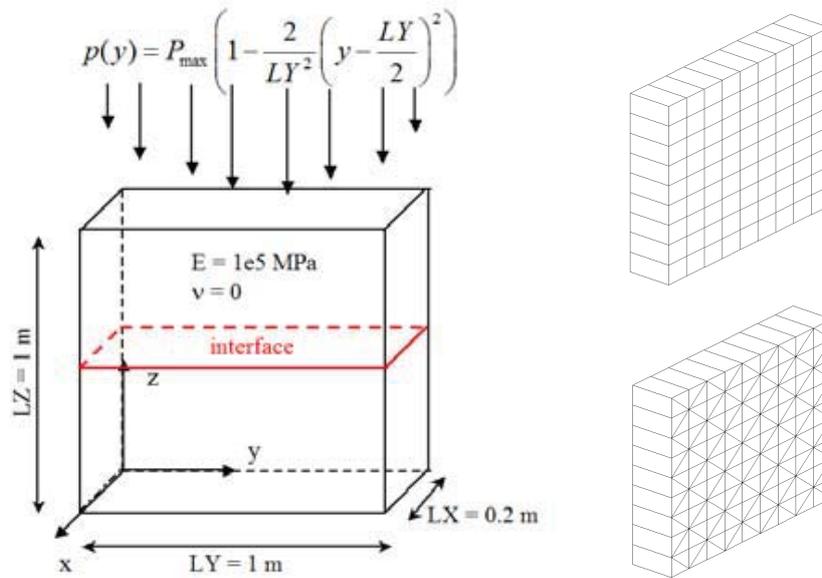


Figure 1. Interface de contact et maillages.

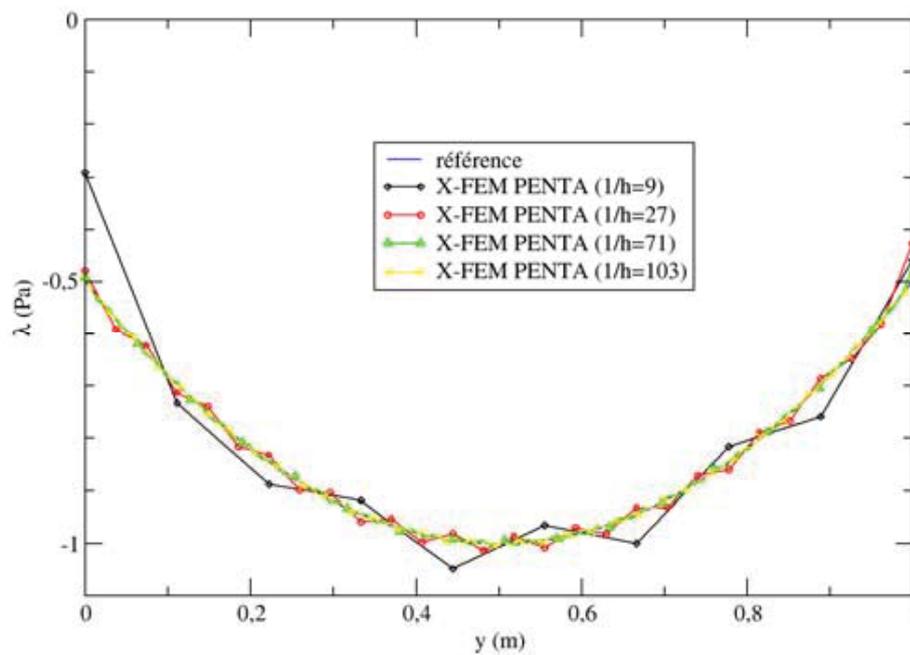


Figure 2. Réduction des oscillations des pressions de contact.

La vérification analytique du respect de la condition LBB (ou condition *inf-sup*) étant impossible dans la plupart des cas, un test numérique (Chapelle *et al.*, 1993) permet de donner une indication sur le fait qu'un certain choix d'approximations remplit la condition LBB ou pas. Une formulation à deux champs (U, λ) peut s'écrire sous la forme d'un système matriciel :

$$\begin{bmatrix} K & A^T \\ A & C \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_U \\ F_\lambda \end{pmatrix}$$

et l'écriture sous forme matricielle de la condition *inf-sup* revient alors à la résolution d'un problème aux valeurs propres :

$$-\frac{1}{h}(AK^{-1}A^T)U = \mu^2 CU \quad [1]$$

Soit β_h la plus petite valeur propre non-nulle μ_{\min} . La mise en place du test *inf-sup* numérique nécessite une succession de maillages de plus en plus fins et la résolution des problèmes successifs permet de connaître l'évolution de β_h en fonction de la taille du maillage h . Si le paramètre β_h décroît et a tendance à tendre vers 0 lorsque h diminue, alors la condition *inf-sup* n'est pas vérifiée. Par contre, si la valeur de β_h reste stable, ou est toujours supérieure à une certaine valeur positive β , la condition *inf-sup* est vérifiée. En pratique, 4 ou 5 maillages de tailles différentes suffisent à obtenir la tendance générale de l'évolution du paramètre β_h (Chapelle *et al.*, 1993).

Dans l'exemple présenté, la résolution du problème aux valeurs propres [1] est effectuée à l'aide du logiciel Matlab. Une série de 5 maillages de plus en plus fins est utilisée. Avec des pentaèdres, si aucun algorithme n'est utilisé, le paramètre β_h tend vers 0 lorsque la taille des éléments h diminue (voir Figure 3). Dans ce cas, la condition *inf-sup* n'est pas vérifiée. Par contre, avec des hexaèdres, ou avec des pentaèdres et l'utilisation d'un algorithme de restriction des espaces des multiplicateurs de Lagrange, le paramètre β_h ne tend pas vers 0 lorsque la taille des éléments h diminue (voir Figure 3), et il est toujours supérieur à une valeur strictement positive (dans notre cas $\beta = 1$). La condition *inf-sup* est respectée.

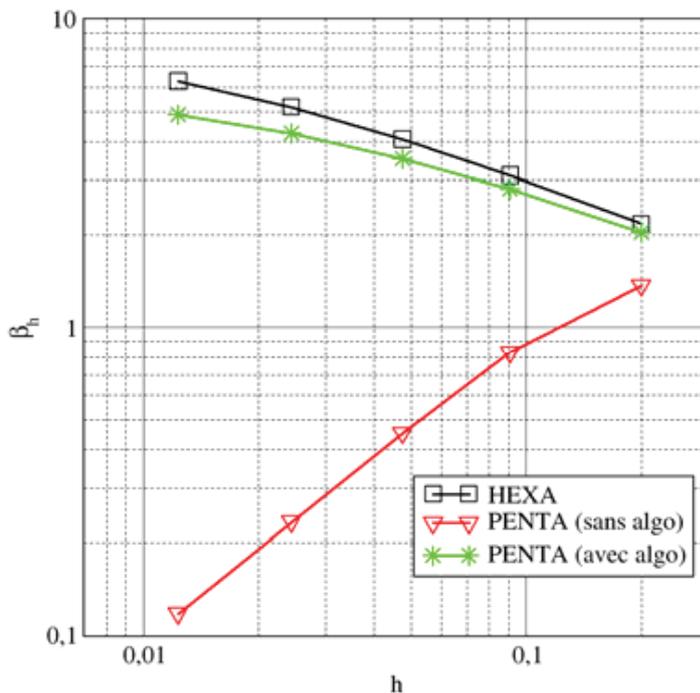


Figure 3. Vérification numérique de la condition LBB.

5. Conclusion

Une méthode originale de prise en compte du contact sur les lèvres de la fissure dans le cadre de X-FEM en 3D a été présentée. Celle-ci s'appuie sur une formulation variationnelle mixte du problème de contact frottant. Le choix des espaces d'approximation est guidé par la condition LBB. Celle-ci est vérifiée à l'aide d'un test numérique, permettant de valider la stabilisation de notre formulation du contact avec X-FEM.

Actuellement, notre algorithme n'est pas capable de simuler des problèmes où plusieurs états de contact coexistent (décollement, contact glissant et contact adhérent). Des travaux sont donc en cours afin de généraliser notre approche à ces situations.

6. Bibliographie

- Ben Dhia H., Zarroug M., « Hybrid frictional contact particles-in elements », *Revue Européenne des Éléments Finis*, vol. 9, 2002, p. 417-430.
- Chapelle D., Bathe K.J., « The inf-sup test », *Computers & Structures*, vol. 47, n°4/5, 1993, p. 537-545
- Dolbow J., Moës N., Belytschko T., « An extended finite element method for modeling crack growth with frictional contact », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 190, 2001, p. 6825-6846
- Geniaut S., Massin P., Moës N., « Fissuration avec X-FEM et contact », *Actes du 7^{ème} Colloque National en Calcul des Structures*, Giens, 17-20 mai 2005
- Geniaut S., Massin P., Moës N., « A stable 3D contact formulation for cracks using X-FEM », *European Journal of Computational Mechanics*, vol. 16, n°1, 2007, à paraître
- Khoei A.R., Nikbakht M., « Contact friction modeling with the extended finite element method (X-FEM) », *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 177, 2006, p. 58-62
- Moës N., Dolbow J., Belytschko T., « A finite element method for crack growth without remeshing », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 46, 1999, p. 131-150.
- Moës N., Béchet É., Tourbier M., « Imposing Dirichlet boundary conditions in the extended finite element method », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 67, n°12, 2006, p. 1641–1669
- Mourad H.M., Dolbow J., Harari I., « A bubble-stabilized finite element method for Dirichlet constraints on embedded interfaces », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 69, n°4, 2007, p. 772–793.