



**HAL**  
open science

## Simulation de l'effet Portevin-Le Chatelier dans un superalliage pour disque de turbomachine

Matthieu Mazière, Jacques Besson, Samuel Forest, Benoit Tanguy, Hervé Chalons, François Vogel

► **To cite this version:**

Matthieu Mazière, Jacques Besson, Samuel Forest, Benoit Tanguy, Hervé Chalons, et al.. Simulation de l'effet Portevin-Le Chatelier dans un superalliage pour disque de turbomachine. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. pp.193-198. hal-01495825

**HAL Id: hal-01495825**

**<https://hal.science/hal-01495825>**

Submitted on 26 Mar 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Simulation de l'effet Portevin-Le Chatelier dans un superalliage pour disque de turbomachine

**Matthieu Mazière\*** — **Jacques Besson\*** — **Samuel Forest\*** — **Benoit Tanguy\*** — **Hervé Chalons\*\*** — **François Vogel\*\***

\* *Centre des Matériaux  
Mines Paris, Paristech  
CNRS UMR 7633  
BP 87, 91003 Evry, France  
mmaziere@yahoo.fr*

\*\* *Turbomeca  
F-64511 Bordes*

---

*RÉSUMÉ. Un modèle de comportement proposé par (MacCormick, 1989) décrivant le vieillissement dynamique des matériaux est utilisé pour modéliser un superalliage pour disques de turbomachine. Le modèle est présenté en petites déformations, une solution analytique homogène en traction simple est calculée, puis la déformation critique d'instabilité est déterminée à l'aide d'une analyse de perturbation linéaire. Cette valeur critique permet d'évaluer la convergence de deux schémas numériques d'intégration de la loi de comportement. Une analyse de stabilité basée sur les critères de (Hill, 1958) est réalisée sur une simulation par éléments finis d'une plaque en traction.*

*ABSTRACT. A model proposed by (MacCormick, 1989) describing dynamic strain aging is used for a turbine disc superalloy. An analytic solution is calculated for simple tension, and a linear perturbation analysis is performed to evaluate the critical strain. The convergence toward this critical value of two numerical integration schemes of material law is studied. A stability analysis based on (Hill, 1958) criteria is made from the simulation of a tensile test on a plate.*

*MOTS-CLÉS : Effet Portevin-Le Chatelier (PLC) ; Vieillissement dynamique ; Udimet720 ; Viscoplasticité ; Stabilité.*

*KEYWORDS: Portevin-Le Chatelier (PLC) effect; Dynamic strain ageing; Udimet720; Viscoplasticity; Stability.*

---

## 1. Introduction

Les pièces de turbomachines sont soumises à des sollicitations extrêmes en termes d'effort et de température. Une connaissance aigüe du comportement des matériaux les constituant est donc indispensable lors des phases de dimensionnement. L'Udimet 720 est un superalliage à base de nickel employé pour fabriquer des disques dans les turbines pour moteurs d'hélicoptère. Cet alliage présente, outre une forte limite d'élasticité et une faible sensibilité à la température, une sensibilité inverse au taux de déformation due au vieillissement dynamique du matériau dans une certaine gamme de températures et de vitesses. Des instabilités de type Portevin - Le Chatelier ont été observées en traction simple. Cette étude aborde l'implémentation numérique d'un modèle de comportement tenant compte de ces différents effets en s'attardant ensuite sur la stabilité d'une structure simple.

## 2. Etude de convergence

### 2.1. Modèle de comportement

La description de la sensibilité inverse au taux de déformation dans un matériau nécessite la mise en place d'un modèle élasto-visco-plastique complexe. Il existe deux types de modèles dans la littérature. D'un côté, le modèle développé par (Kubin *et al.*, 1985) et utilisé notamment dans (Benallal *et al.*, 2006) pour décrire en terme d'instabilité les phénomènes particuliers observés expérimentalement. De l'autre, le modèle proposé par (MacCormick, 1989) et employé par (Zhang *et al.*, 2001) ou dans cette étude, préconise l'introduction d'une variable interne  $t_a$  appelée "temps de vieillissement". Ce modèle est constitué des équations suivantes :

Critère de plasticité ( $J_2$  second invariant des contraintes) :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, C_s) = J_2(\boldsymbol{\sigma}) - R - P_1 C_s \quad [1]$$

Sur-concentration moyenne des atomes de soluté autour des dislocations mobiles :

$$C_s = C_m \left( 1 - e^{-P_2 p^\alpha t_a^n} \right) \quad [2]$$

Cinétique de vieillissement :

$$\dot{t}_a = 1 - \frac{t_a}{w} \dot{p} \quad [3]$$

Loi d'écoulement plastique :

$$\dot{p} = \mu(f) = \dot{\gamma}_0 \sinh \left( \frac{\langle f \rangle}{K} \right) \quad [4]$$

Loi d'écrouissage isotrope non linéaire :

$$R = R_0 + Q \left( 1 - e^{-bp} \right) \quad [5]$$

Afin de caractériser le comportement de l'Udimet 720, des essais de traction sur éprouvettes lisses ont été réalisés. Plusieurs vitesses de chargement ont été employées afin de mettre en évidence la sensibilité inverse à la vitesse. En suivant la méthodologie employée par (Graff *et al.*, 2004), un jeu de paramètres a été déterminé afin de proposer un modèle de comportement élasto-visco-plastique à effet inverse de vitesse pour l'Udimet 720.

## 2.2. Solution analytique homogène et analyse de perturbation

On peut mettre en évidence une solution homogène dans le cas d'une traction simple uniaxiale pilotée en déplacement. Pour déterminer cette solution, le taux de déformation plastique cumulée  $\dot{p}$  est supposé constant, ce qui permet d'intégrer l'équation [3]. L'expression du temps de vieillissement  $t_a$  est ensuite obtenue en fonction de la déformation plastique cumulée  $p$ .

$$t_a = \frac{w}{\dot{\epsilon}} \left( 1 - e^{-\frac{p}{w}} \right) + \frac{R_0}{E\dot{\epsilon}} e^{-\frac{p}{w}} \quad [6]$$

La contrainte uniaxiale  $\sigma$  est enfin évaluée en fonction de  $p$  à partir des équations [1,2,4].

$$\sigma = K \operatorname{arcsinh} \left( \frac{\dot{p}}{\dot{\gamma}_0} \right) + R_0 + Q \left( 1 - e^{-bp} \right) + P_1 C_m \left( 1 - e^{-P_2 p^\alpha t_a^n} \right) \quad [7]$$

La représentation de cette solution pour notre jeu de paramètre est donnée figure 1(a), et comparée à la simulation numérique d'une plaque en traction. L'étude de la solution homogène ne permet cependant pas de prévoir l'apparition d'instabilités dans la plaque, comme lors de la simulation. Il est donc nécessaire de réaliser une analyse de perturbation linéaire comme dans (MacCormick, 1989) et (Mesarovic, 1995). Cette analyse se base sur une perturbation  $(\delta p, \delta t_a)$  de la solution  $(p, t_a)$  et évalue la stabilité de la solution en fonction de l'évolution correspondante des taux de perturbation  $(\delta \dot{p}, \delta \dot{t}_a)$ . Cette évolution est obtenue à partir des équations du modèle [1 -5] :

$$\begin{pmatrix} \delta \dot{p} \\ \delta \dot{t}_a \end{pmatrix} = [\mathbf{M}] \cdot \begin{pmatrix} \delta p \\ \delta t_a \end{pmatrix} = E(\dot{p}) \begin{pmatrix} A(p, t_a) & B(p, t_a) \\ C(p, t_a) & D(p, \dot{p}, t_a) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta p \\ \delta t_a \end{pmatrix} \quad [8]$$

Les termes de la matrice de passage  $[\mathbf{M}]$  sont obtenus à l'aide de la solution analytique homogène :

$$\begin{cases} E(\dot{p}) = -\frac{1}{d\mu^{-1}}; A(p, t_a) = \frac{\partial(R + P_1 C_s)}{\partial p}; B(p, t_a) = \frac{\partial(P_1 C_s)}{\partial t_a} \\ C(p, t_a) = -\frac{t_a}{w} \frac{\partial(R + P_1 C_s)}{\partial p}; D(p, \dot{p}, t_a) = -\frac{t_a}{w} \frac{\partial(P_1 C_s)}{\partial t_a} + \frac{\dot{p}}{w} \frac{d\mu^{-1}}{d\dot{p}} \end{cases} \quad [9]$$

La stabilité de la solution est évaluée à partir des valeurs propres de la matrice  $[\mathbf{M}]$ , solutions de l'équation :

$$\omega^2 + 2\Phi\omega + \lambda^2 = 0 \quad [10]$$

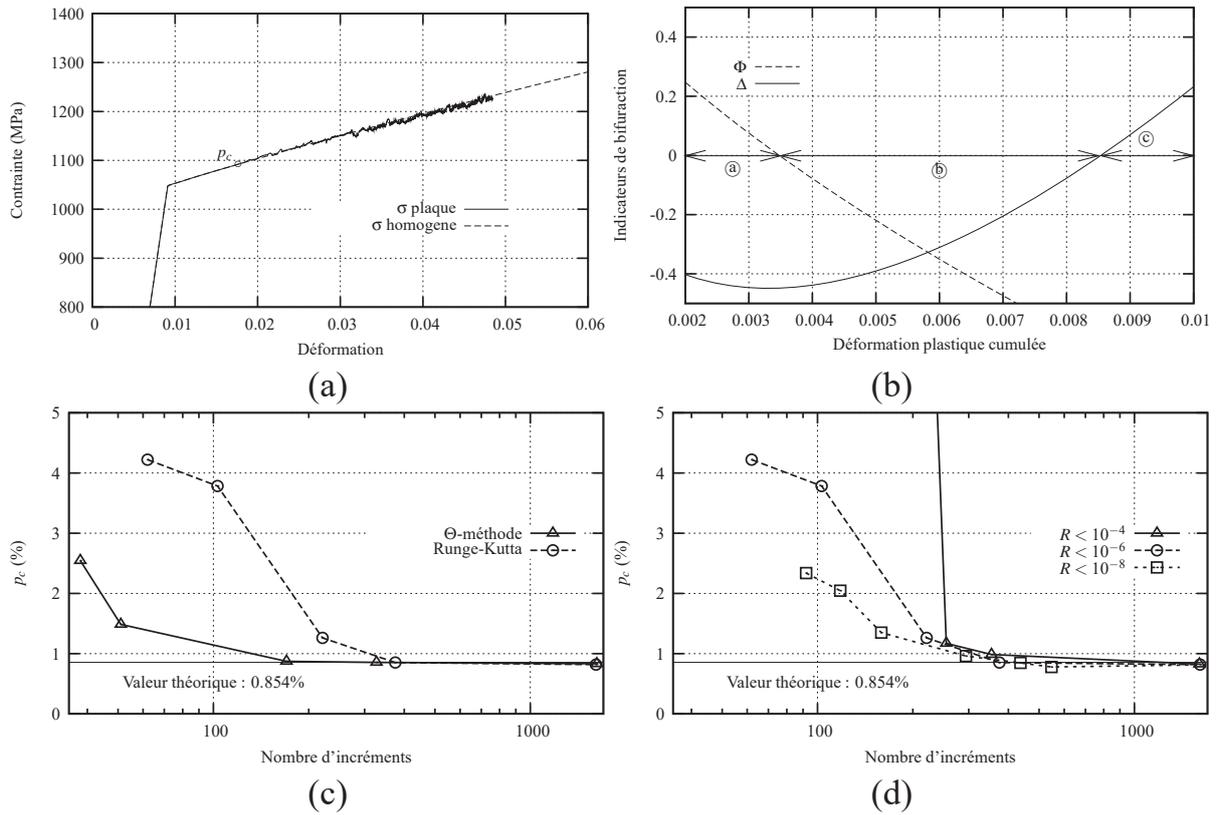
avec,

$$\begin{cases} \Phi = -(A(p, \dot{p}, t_a) + D(p, \dot{p}, t_a))/2 \\ \lambda^2 = A(p, \dot{p}, t_a)D(p, \dot{p}, t_a) - B(p, \dot{p}, t_a)C(p, \dot{p}, t_a) \\ \Delta = \Phi^2 - \lambda^2 \end{cases} \quad [11]$$

L'existence de solutions réelles dépend du signe de  $\Delta$ . S'il est négatif, le signe de  $-\Phi$  est alors celui de la partie réelle des solutions complexes. Il existe donc trois types de valeurs propres comme représenté figure 1(b). Dans la zone  $\textcircled{a}$ , les valeurs propres sont complexes à parties réelles négatives, la perturbation évoluera de manière sinusoïdale décroissante. Dans la zone  $\textcircled{b}$ , les valeurs propres sont complexes à parties réelles positives, la perturbation évoluera de manière sinusoïdale croissante. Dans la zone  $\textcircled{c}$ , les valeurs propres sont réelles et positives, la perturbation évoluera de manière exponentielle croissante. Enfin, (MacCormick, 1989) a proposé que la déformation critique à retenir pour ce modèle était à la frontière entre  $\textcircled{b}$  et  $\textcircled{c}$ , ce qui équivaut dans notre cas à  $p_c = 0.854\%$ .

### 2.3. Convergence des schéma d'intégration de la loi de comportement

Le comportement défini précédemment a été implémenté dans le code de calcul par élément finis Zset. Les calculs sur une plaque en traction ont été réalisés à l'aide d'un schéma implicite de type Newton avec deux types d'intégrations locales de la loi de comportement décrites dans (Besson *et al.*, 2001); d'une part à l'aide d'une méthode de type Runge-Kutta, et d'autre part avec une  $\Theta$ -méthode. La convergence des deux méthodes au sens de l'apparition des instabilités, est présentée figure 1(c). L'influence de la précision de calcul ( $R$  :résidu/ $F_{ext}$ ) est également donnée figure 1(d). On notera un bonne convergence vers la valeur théorique pour l'ensemble des méthodes avec un avantage pour la  $\Theta$ -méthode en terme de nombre d'incrément.



**Figure 1.** (a) Solution analytique homogène et solution simulé sur une plaque en traction (b) Indicateurs de bifurcation (c) Comparaison Runge-Kutta /  $\Theta$ -Méthode (d) Influence de la précision de calcul exigée (Runge-Kutta)

### 3. Etude de stabilité

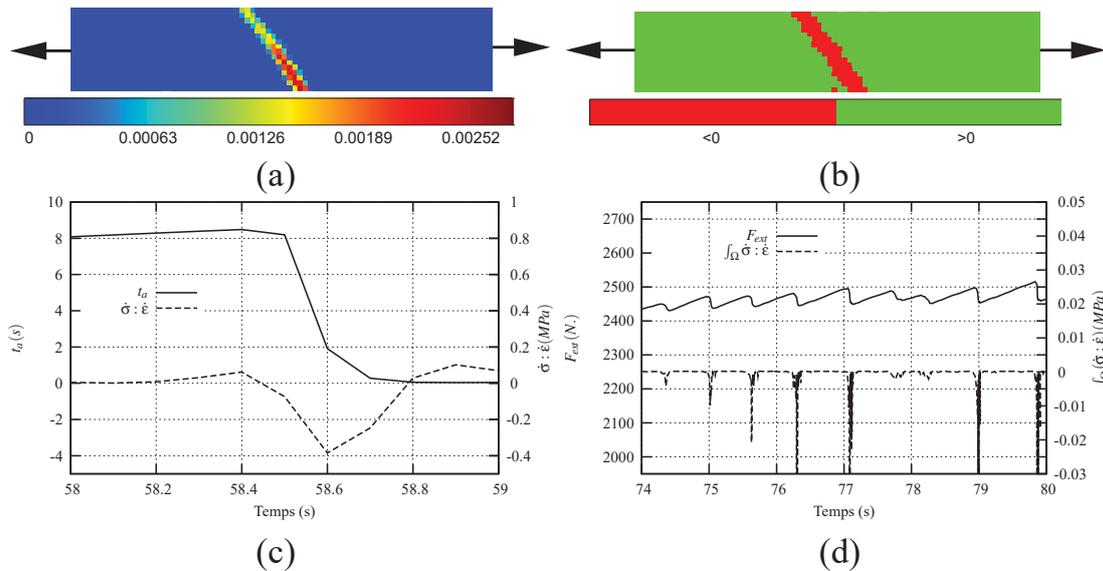
Le critère de stabilité globale de (Hill, 1958) s'écrit en petites déformations sous la forme suivante :

$$\text{Si } \forall \underline{v} \text{ cinématiquement admissible, } \int_{\Omega} \left( \underline{\dot{\sigma}} : \underline{\dot{\epsilon}} \right) dv > 0 \text{ alors l'équilibre est stable}$$

On retiendra aussi l'indicateur local de stabilité suivant, basé sur le signe du travail du second ordre :  $\underline{\dot{\sigma}} : \underline{\dot{\epsilon}} > 0$ . La perte de stabilité locale peut ici être associée à une chute du temps de vieillissement (cf. figure 2(c)), et au passage d'une bande de localisation du taux de déformation plastique cumulée (cf. figure 2(a),(b)). Les pertes de stabilité globale correspondent à des chutes de l'effort extérieur exercé sur le barreau comme présenté dans la figure 2(d).

### 4. Conclusions

Deux implémentations du modèle de (MacCormick, 1989) ont été présentées dans cette étude. Leur convergence temporelle a été démontré par comparaison entre une



**Figure 2.** (a) Vitesse de déformation plastique cumulée (b) Travail du second ordre - Indicateur de stabilité (c) Indicateur local et temps de vieillissement en un point de Gauss (d) Indicateur global et effort exercé sur la structure

solution analytique et différentes simulations. L'étude de stabilité d'une des simulations a été menée pour démontrer les liens entre l'indicateur local et des variables internes au modèle, et ceux entre l'indicateur global et les efforts extérieurs.

## 5. Bibliographie

- Benallal A., Berstad T., Clausen A., Hopperstad O., « Dynamic strain aging and related instabilities : experimental, theoretical and numerical aspects », *Eur. J. Mech.*, vol. 25, p. 397-424, 2006.
- Besson J., Cailletaud G., Chaboche J.-L., Forest S., *Mécanique non-linéaire des matériaux*, Hermes, 2001.
- Graff S., Forest S., Strudel J.-L., Prioul C., Pilvin P., Béchade J.-L., « Strain localization phenomena associated with static and dynamic strain ageing in notched specimen : experiments and finite element simulations », *Mat. Sci. and Eng.*, vol. 387, p. 181-185, 2004.
- Hill R., « A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids », *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 6, p. 236-249, 1958.
- Kubin L., Estrin Y., « The Portevin Le Chatelier effect in deformation with constant stress rate », *Acta Metall.*, vol. 33, p. 397-407, 1985.
- MacCormick P., « Theory of flow localisation due to dynamic strain ageing », *Acta Metall.*, vol. 36, p. 3061-3067, 1989.
- Mesarovic S., « Dynamic strain aging and plastic instabilities », *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 43, n° 5, p. 671-700, 1995.
- Zhang S., McCormick P., Estrin Y., « The morphology of Portevin- Le Chatelier bands : finite element simulation for Al-Mg-Si », *Acta Mater.*, vol. 49, p. 1087-1094, 2001.