Schémas d'intégration explicite et X-FEM en dynamique rapide

Patrick Rozycki, Nicolas Moes, Eric Béchet, Céline Dubois

▶ **To cite this version:**

Patrick Rozycki, Nicolas Moes, Eric Béchet, Céline Dubois. Schémas d'intégration explicite et X-FEM en dynamique rapide. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01495781

HAL Id: hal-01495781
https://hal.science/hal-01495781

Submitted on 26 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Schémas d'intégration explicite et X-FEM en dynamique rapide

P. ROZYCKI* — N. MOES* — E. BECHET — C. DUBOIS*/*****

** Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique, UMR CNRS 6183*
Ecole Centrale de Nantes, 1 rue de la Noë, BP 92101, F-44321 Nantes Cedex 3
patrick.rozycki@ec-nantes.fr
*** Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux, UMR CNRS 7554*
Université de Metz, Ile du Saulcy, F-57045 Metz Cedex 1
**** PSA - Peugeot Citroën, DRIA/SARA/STEO/MAST*
Route de Gisy - Bât. 62 -1-, F-78943 Velizy Villacoublay

RÉSUMÉ. *Cet article traite de l'application de la méthode X-FEM en dynamique rapide pour la gestion de vide ou de surface extérieure complexe au sein d'une structure. En effet, couramment les temps de calcul pour la modélisation de ces problèmes sont relativement élevés puisque les contraintes maillages induisent généralement un pas de temps critique assez faible. L'idée est donc de s'affranchir de ces contraintes maillages et de mieux contrôler ainsi la taille des éléments finis. Nous proposons dans un premier temps les approches théoriques qui ont permis d'élaborer les éléments finis X-FEM 1D, 2D et 3D. Des comparaisons avec un code de calcul commercial sont alors présentées pour des simulations numériques complexes et permettent de conclure sur les avantages issus du développement de tels éléments finis.*

ABSTRACT. *This paper deals with the use of the extended Finite Element Method (X-FEM) for rapid dynamic problems in order to take into account structures exhibiting holes or external complex boundaries. A common technique used for numerical simulations is the explicit direct integration. A critical time step must be determined to insure the scheme stability and it is generally induced by mesh constraints. The idea of the paper is to weaken constraints on mesh generation algorithms. In a first part, we focus on the theoretical description of a 1D X-FEM finite element and its generalization to 2D and 3D finite elements. Finally, some comparisons are purposed with numerical results coming from the ABAQUS software. The conclusions show that developments are satisfactory.*

MOTS-CLÉS : *X-FEM, schéma explicite, dynamique, maillage non conforme.*

KEYWORDS: *X-FEM, explicite scheme, dynamic, non-conform mesh.*

1. Introduction

La complexité des simulations numériques actuelles en dynamique rapide conduit encore souvent à avoir des temps de calcul élevés. Les méthodes d'intégration directe qui sont utilisées pour résoudre les équations du mouvement du problème requièrent en effet l'identification d'un pas de temps critique afin

d'assurer la stabilité du schéma temporel (Newmark, 1959). D'une manière courante, ce pas de temps critique est lié à l'élément fini de plus petite taille caractéristique possédant le matériau le plus désavantageux. L'origine de cet élément est fréquemment induite par des contraintes de maillage dues au respect scrupuleux des surfaces complexes. Bien que le maillage puisse être optimisé et rendu plus « uniforme », la procédure peut se révéler difficile et parfois infructueuse.

L'objectif de cet article est de s'affranchir de telles contraintes de maillage. Pour cela, nos travaux se sont portés naturellement vers les développements proposés par la méthode X-FEM (eXtended Finite Element Method) qui permet de traiter, notamment en statique, des discontinuités ou des hétérogénéités telles que des fissures, des trous ou des interfaces matérielles. L'idée maîtresse est d'enrichir grâce à des fonctions spécifiques l'approximation classique éléments finis et ce suivant la théorie de la Partition de l'Unité (Melenk et al., 1996). Ainsi les surfaces ne sont plus représentées par des maillages éléments finis, mais par des fonctions de niveau, aussi appelées « level set » (Sukumar et al., 2001).

Dans cet article, nous nous restreignons par contre au traitement des trous et des surfaces extérieures. L'approche X-FEM en devient plus simple car aucun enrichissement spécifique n'est requis (Daux et al., 2000), (Moës et al, 2003). En effet, l'utilisation des fonctions d'enrichissement est problématique pour les schémas explicites car les techniques de diagonalisation ne sont plus adaptées.

2. Eléments X-FEM en dynamique pour les cas 1D, 2D et 3D

2.1. *L'élément barre X-FEM*

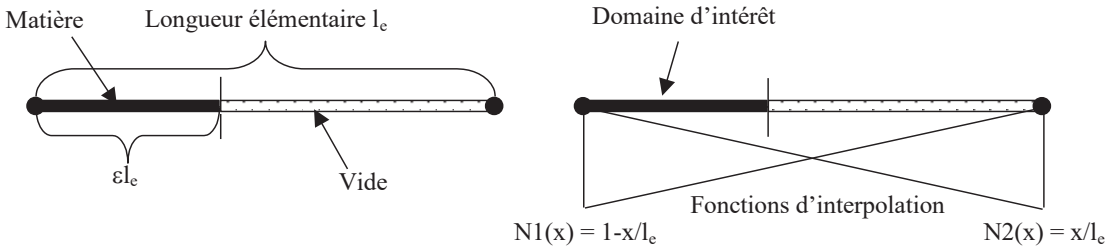

Figure 1. *Description de l'élément fini barre X-FEM.*

L'élément fini auquel nous nous intéressons est décrit par la Figure 1. Il possède deux domaines : le premier contient de la matière sur une distance εl_e tandis que le second possède du vide sur une distance $(1-\varepsilon)l_e$. La longueur totale élémentaire de cet élément est l_e. En intégrant correctement sur la partie « matière » de l'élément fini, on obtient les matrices masse et raideur consistantes de l'élément. Cependant, lorsque l'on utilise des schémas explicites, on applique communément une technique de diagonalisation à la matrice masse. En effet, dans ce cadre, l'inversion

de cette matrice devient triviale et la résolution du schéma en est par conséquent plus rapide. Si l'on détermine le pas de temps critique de ce système masse-raideur, on montre que ce dernier est dépendant de la longueur de matière au sein de l'élément fini. Par conséquent, plus cette longueur tendra vers zéro et plus le pas de temps critique tendra également vers zéro. L'idée pour pallier ce problème est de ne pas répartir aux nœuds la masse du domaine matière en fonction de la longueur de ce domaine, mais de la répartir de manière équitable sur chaque nœud. Le pas de temps critique nécessaire au respect de la condition de Freidrich-Lévy-Courant, associé à l'élément barre X-FEM, est alors :

$$\begin{cases} \left(K_e\right) = \dfrac{\varepsilon ES}{l_e}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \\ \left(M_e\right) = \dfrac{1}{2}\rho S\varepsilon l_e\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases} \Rightarrow \Delta t_c \leq \frac{2}{\omega_{max}} = \frac{l_e}{c} \qquad [1]$$

La précédente technique de diagonalisation conduit à un pas de temps indépendant du volume de matière au sein de l'élément. On peut donc ainsi lisser les pas de temps critiques pour une structure.

2.2. *Généralisation de la méthode au cas 2D et 3D*

L'extension de l'élément X-FEM 1D aux cas bi et tri-dimensionnels se fait de façon naturelle ; en effet, pour le cas 1D la quantité ε représentait le rapport de la longueur occupée par la matière sur la longueur totale de l'élément. Dans les cas 2D et 3D, cette quantité représentera également le rapport de la surface/volume matière sur la surface/volume totale de l'élément. Ainsi, tant que les fonctions d'interpolation des éléments finis seront linéaires (comme pour l'élément barre 1D), la matrice raideur de l'élément fini X-FEM peut se déduire par proportionnalité de la matrice raideur de l'élément fini « étendu ». En ce qui concerne la matrice de masse, cette dernière sera identifiée par la méthode de diagonalisation adaptée. Ainsi, tout comme en 1D, le pas de temps critique ne sera plus conditionné par la petite quantité de matière mais par la taille de l'élément fini X-FEM.

3. Exemple d'application : simulation numérique d'une plaque trouée

Nous proposons à titre d'exemple une étude en 2D portant sur l'impact d'une plaque trouée. Cette étude a été menée pour divers rapports ε afin d'étudier la convergence. Les simulations concernent une plaque encastrée sur un de ses bords et soumise à une pression échelon de 100 000 Pa sur le coté opposé. Les dimensions de la plaque sont : 50 * 50 * 2 mm. Elle possède un trou central dont le diamètre évolue entre 15 et 30 mm par pas de 5 mm. Le matériau est un acier standard (E = 210 000 MPa, ν =

0.3, ρ = 7800 kg/m^3). Le temps final de la simulation est égal à 0.5 ms afin d'observer une propagation d'ondes sur plusieurs périodes.

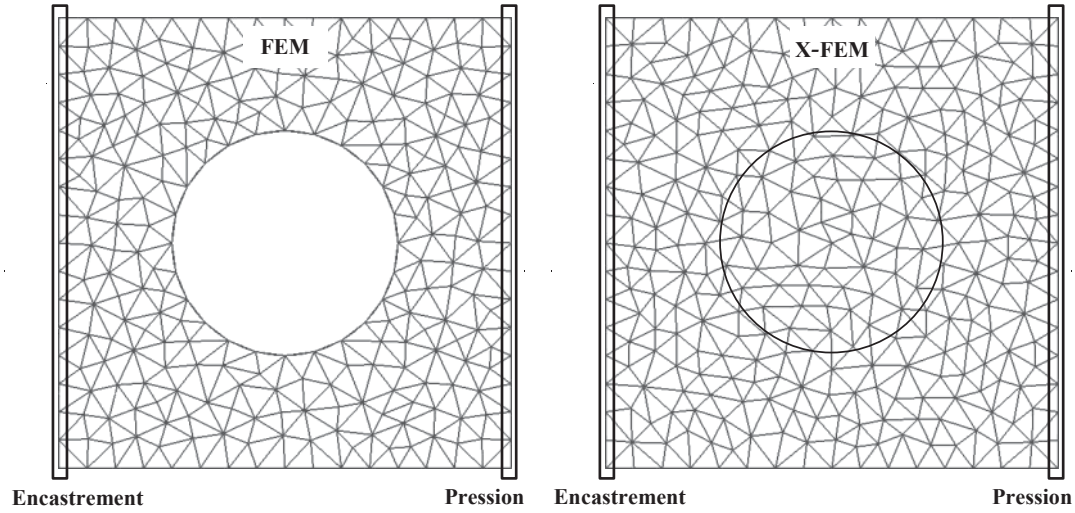

Figure 2. *Maillages conforme et non conforme pour la plaque trouée.*

Deux maillages triangulaires (Figure 2) ont été utilisés sous l'hypothèse des contraintes planes. Le premier est conforme à la géométrie du trou tandis que le second ne l'est pas. Pour les deux maillages, la taille des éléments varie entre une fois l'épaisseur (2 mm) et cinq fois l'épaisseur par pas de 0.5 mm.. Les résultats sont récoltés au point situé à x=50 mm et y=25 mm et correspondent aux déplacements horizontaux. La Figure 3, pour un cas donné (trou de 17.5 mm), démontre que les résultats X-FEM corroborent bien aux résultats provenant de simulations classiques.

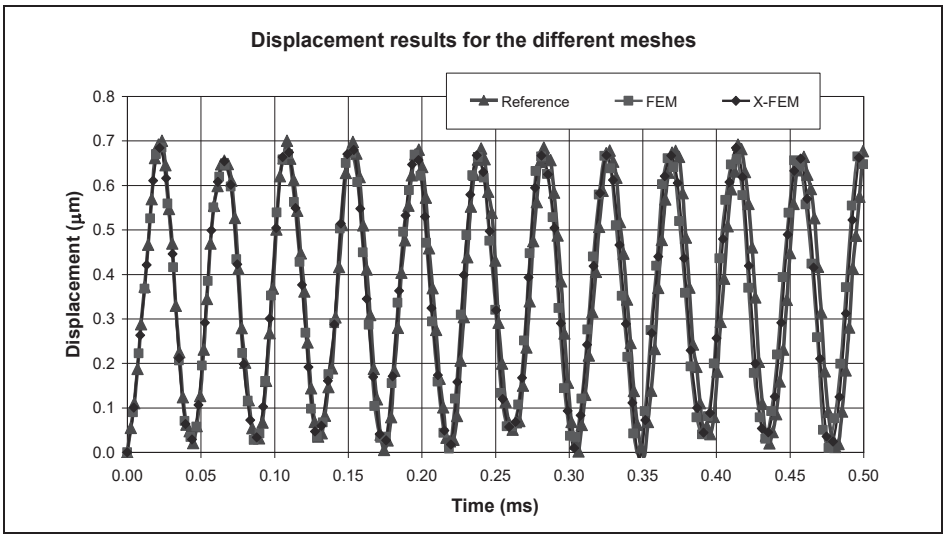

Figure 3. *Comparaisons des déplacements pour des maillages conformes et non conformes.*

Afin d'étudier le comportement de notre nouvelle approche, nous avons calculé l'erreur en déplacement au sens de la norme L2 en prenant comme référence une

simulation FEM classique avec un maillage fin. La Figure 3 montre que l'utilisation de l'élément X-FEM ne modifie pas la convergence en regard des simulations FEM. Les pentes sont effectivement proches et similaires. On peut aussi remarquer que pour un problème suffisamment discrétisé, l'erreur commise est moindre dans le cas de la méthode X-FEM et cela laisse transparaître le bien fondé des travaux menés et des perspectives futures qui en découleront.

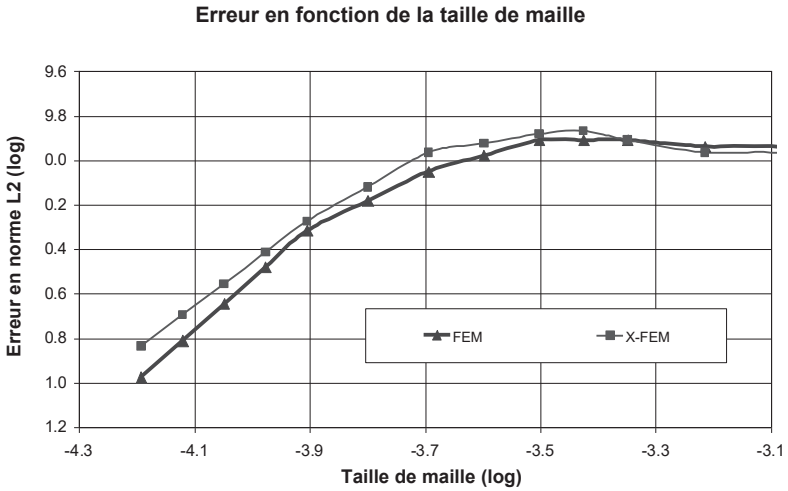

Figure 3. *Evolution de l'erreur pour les maillages conforme et non conformes.*

5. Conclusions

Nous avons exposé les travaux effectués à propos d'éléments finis de type X-FEM en vue de leurs applications aux simulations numériques en dynamique rapide. En effet, une des problématiques majeures pour ces cas de sollicitations concerne le pas de temps critique qui est gouverné par la plus grande valeur propre du système étudié. Nous nous sommes restreints aux possibilités de s'affranchir des contraintes de maillage dans le cadre de présence de vides ou de surfaces de formes complexes au sein des structures .

Les nombreux cas tests passés concernant les simulations numériques en 2D et 3D confirment que l'approche adoptée est très satisfaisante. Enfin, nous souhaitons souligner que des simulations numériques en 3D ont été aussi réalisées sur des formes complexes (cubes évidés d'un tore ou d'une sphère) soumis à des chargements dynamiques (Rozycki et al., 2006). Les conclusions sont semblables à celles énoncées pour les cas précédents : l'avantage majeur est un accroissement notable du pas de temps critique utilisé pour les simulations numériques, engendrant ainsi un gain de temps de calcul vis-à-vis du temps issu du code commercial.

6. Remerciements

Nous souhaitons remercier la société PSA Peugeot-Citroën S.A. pour leur support financier et plus particulièrement MM. Laurent ROTA and Malek ZARROUG.

7. Bibliographie

Daux C., Moës N., Dolbow J., Sukumar N., Belytschko T., « Arbitrary branched and intersecting cracks with the eXtended Finite Element Method », **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, vol. 48, 2000, pp. 1741-1760.

Melenk J.M., Babuska I., « The partition of unity finite element method: basic theory and applications », **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 139, 1996, pp. 289-314.

Moës N., Cloirec M., Cartraud P., Remacle J.F., « A computational approach to handle complex microstructure geometries », **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 192, 2003, pp. 3163-3177.

Newmark M.N., « A method of computation for structural dynamics », ASCE **Journal of the Engineering Mechanics Division**, Vol. 85, EM3, 1959.

Rozycki P., Moës N., Bechet E., Dubois C, « Explicit direct integration using X-FEM to simulate structural dynamics », **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, 2006, soumis.

Sukumar N., Chopp D.L., Moës N., Belytschko T., « Modeling holes and inclusions by level sets in the extended finite element method », **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 190, 2001, pp. 6183-6200.