



HAL
open science

Simulation éléments finis étendus du phénomène de plasticité de transformation

Stéphane Valance, Julien Réthoré, Michel Coret, René de Borst

► **To cite this version:**

Stéphane Valance, Julien Réthoré, Michel Coret, René de Borst. Simulation éléments finis étendus du phénomène de plasticité de transformation. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. <hal-01495637>

HAL Id: hal-01495637

<https://hal.science/hal-01495637v1>

Submitted on 25 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons CC0 1.0 - Universal - International License

Simulation éléments finis étendus du phénomène de plasticité de transformation

Stéphane Valance* — **Julien Réthoré**** — **Michel Coret*** — **René de Borst****

* *LaMCoS, UMR 5259, INSA-Lyon*
20, av. Albert Einstein
F-69621 Villeurbanne cedex
{stephane.valance;michel.coret}@insa-lyon.fr

** *TU Delft, Kluyerweg*
NL-2629 HS Delft
{j.rethore;r.deborst}@TUDelft.nl

RÉSUMÉ. Les modèles actuels de plasticité de transformation sont essentiellement des modèles d'homogénéisation analytique utilisant une topologie simpliste de changement de phase. Or ils s'avèrent inefficaces pour modéliser des problèmes sous chargement complexe. Pour pallier ce problème on a mis au point une modélisation fine du changement de phase par la méthode des éléments finis étendus en association avec l'observation optique de la topologie des phases durant la transformation.

ABSTRACT. Usual models designed for transformation induced plasticity (TRIP) mechanical simulation makes an essential use of analytical homogeneisation. This implies to use a simplified topology of different phase while transformation is occurring. One of their weakness is that they are unable to simulate TRIP under complex loadings. In order to overcome this limitation, we design an Xfem simulation which enables the mechanical simulation of TRIP under complex loading while taking into account the real phase change.

MOTS-CLÉS : plasticité de transformation (TRIP), X-fem, level set

KEYWORDS: transformation induced plasticity (TRIP), X-fem, level set

1. Préambule

La plasticité de transformation est provoquée par l'application d'un chargement sur un acier lorsqu'il change de phase. Ce phénomène peut s'expliquer par l'accommodation plastique, la charge oriente l'écoulement plastique local dû à la différence de compacité entre les phases (Greenwood *et al.*, 1965), et, de plus, pour la transformation martensitique, par la formation de plaquettes à orientation préférentielles (Magee, 1970). Dans cette étude, on se focalise sur la simulation du phénomène d'accommodation plastique.

Jusqu'à présent, la simulation mécanique de ce phénomène se réalise essentiellement *via* des modèles analytiques, qui, s'ils décrivent bien le phénomène en terme de différence de compacité, sont par contre très simplistes dans la modélisation de la topologie des phase pendant la transformation (Leblond *et al.*, 1986). Ainsi, pour des chargements complexes, ces modèles se révèlent incapable de prédire correctement la déformation plastique résiduelle (Coret *et al.*, 2004).

Pour dépasser cette limitation, on présente dans cet article un modèle de simulation de la plasticité de transformation utilisant la méthode des éléments finis étendus (X-fem). Ce calcul permet d'obtenir l'état mécanique local. Ensuite un calcul de propagation du front par la méthode level set permettra de considérer le changement de topologie des phases.

Dans un premier temps, on présente le modèle X-fem associé à cette problématique. La partie suivante est consacrée à la description de la méthode utilisée pour modéliser le front de changement de phase. Enfin, on aborde les conclusions et les perspectives.

2. Modèle de simulation

2.1. Simulation mécanique : éléments finis étendus (X-fem)

D'un point de vue mécanique, un changement de phase se traduit par un saut du champs de densité à l'interface entre les deux phases. Pour conserver un milieu continu, et en faisant l'hypothèse que la frontière entre deux phases n'a pas d'épaisseur, la condition de saut de Hadamard associée à l'équation de conservation de la masse permet d'affirmer que le champs de déplacement subira une discontinuité faible (champs continu mais dérivée non continue) à l'interface entre les deux phases.

Dans la méthode X-fem (Moës *et al.*, 1999), les discontinuités sont représentées par l'enrichissement de l'espace de projection avec des fonctions présentant le même type de discontinuité que le problème physique. Dans le cas d'une transformation de phase, les fonctions enrichies sont faiblement discontinues sur le front. On a ainsi choisi d'utiliser des fonctions 'chapeau', c'est à dire, en notant ϕ la fonction distance signée au front de changement de phase, et u la fonction discrétisée :

$$u(\mathbf{x}) \simeq \mathbf{N}(\mathbf{x})\mathbf{u} = \mathbf{N}^c(\mathbf{x})\mathbf{u}^c + \mathbf{N}^c(\mathbf{x})|\phi(\mathbf{x})|\mathbf{u}^e \quad [1]$$

où \mathbf{N} , \mathbf{N}^c sont les vecteurs nodaux des fonctions de forme, respectivement complets et classiques, \mathbf{u} , \mathbf{u}^c , et \mathbf{u}^e les vecteurs nodaux de degré de liberté, respectivement complets, classiques et enrichis.

Enfin, la stratégie d'intégration retenue consiste à garder un arrangement constant des points de Gauss pour éviter toute reprojction des variables internes lors de l'évolution du front. L'intégration est ainsi réalisée par un sous découpage non-conforme des éléments. Cette technique consiste à sous découper un élément en une grille de points de Gauss, ces points étant associé quatre par quatre, comme le montre la figure 1.

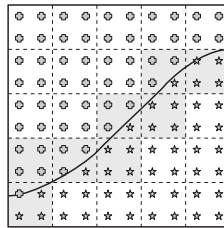


Figure 1. *Sous découpage non-conforme pour l'intégration d'un élément quadrangulaire traversé par un front. Les croix et les étoiles représentent des points de Gauss dont les propriétés matériaux sont celles de chacune des phases. Les rectangles grisés représentent les sous-élément d'intégration où l'intégration n'est pas exacte.*

2.2. Comportement matériau

Le comportement pris en considération pour ce modèle est un comportement thermo-élasto-plastique en contrainte plane. Le saut sur le champs de densité est traduit par un coefficient de dilatation non linéaire pour la phase finale obtenue dans le calcul comme cela est indiqué sur la figure 2, sur la schématisation de la courbe déformation-température dans le cas de la dilatométrie libre. L'algorithme plastique est de type retour radial en déformation, et le modèle de contrainte plane est obtenu par une condition de retour à zéro de la contrainte normale (de Borst, 1991).

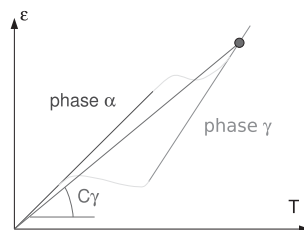


Figure 2. *Coefficient de dilatation pour chacune des phases, exemple pour une simulation dont la phase initiale est de type α , C_γ est le coefficient de dilatation de la phase γ*

2.3. Illustration

L'illustration présentée figure 3 est réalisée pour un milieu biphasé soumis à un chargement en température.

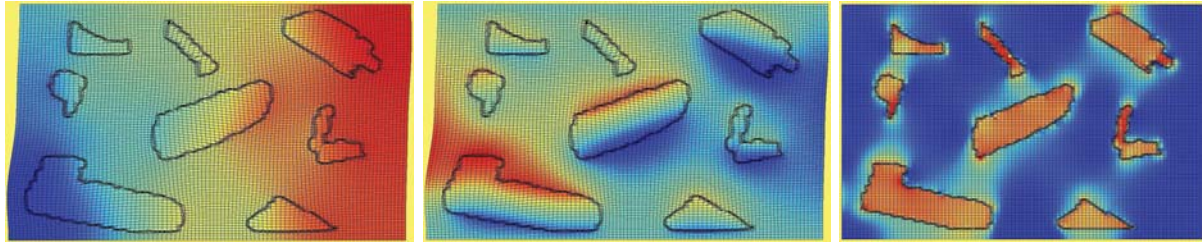


Figure 3. *Résultat de calcul pour un comportement élasto-plastique. De gauche à droite, déplacement horizontal et vertical sur le maillage déformé, champs de contrainte de von Mises*

3. Modélisation du front de changement de phase

3.1. Méthode level set

La méthode classique en association avec X-fem pour la simulation de front est d'utiliser une fonction *level set* (Osher *et al.*, 1988) : le front est modélisé par l'iso-0 d'un champs scalaire dont la norme du gradient est unitaire, *i.e.* la distance signée. En association avec ce modèle, Osher et Sethian proposent une équation de propagation, permettant de faire avancer le front, et une équation de réinitialisation assurant la conservation de la distance signée. L'initialisation à la distance signée est nécessaire pour obtenir un mouvement exact et régulier du front à partir de la vitesse normale du front et de l'équation de propagation.

Historiquement, la méthode *level set* à été définie pour des schémas différence finies. Son utilisation en conjonction avec X-fem implique un code hétérogène mixant la résolution et la mise en forme de problèmes éléments finis et différences finies. Pour pallier à ce problème, Mourad & *al.* (Mourad *et al.*, 2005) proposent une méthode éléments finis pour propager le front. Malheureusement, il manque à cette méthode l'étape décisive d'initialisation de la distance signée. Les paragraphes suivants présentent une méthodologie concernant cette initialisation ainsi que l'obtention du front initial.

3.2. Réinitialisation de la distance signée

Pour l'initialisation de la distance signée, on recherche un champs de vitesse permettant d'assurer entre deux pas de temps fictifs une propagation du contour telle que $\|\nabla\phi\| = 1$, avec ϕ la fonction level set. Ce calcul doit se faire avec comme condition limite une vitesse nulle sur l'iso-0 du contour pour ne pas modifier le front discrétisé.

Cette condition limite interne est assurée par un choix d'enrichissements adéquat dans le cadre X-fem. Le choix d'enrichissement réalisé est tel que l'espace de projection est réduit à la valeur nulle sur le front : $V_e \simeq \mathbf{N}^c(\mathbf{x})\phi(\mathbf{x})\mathbf{V}_e^e$, où V_e est le champs de vitesse utilisé pour la propagation, et \mathbf{V}_e^e le vecteur de degré de liberté nodal enrichi associé.

3.3. Obtention du front initial

On suppose ici que le front level set s'appuie sur la séparation entre deux domaines, représentable par une image à deux niveaux de couleur. La solution proposée consiste ainsi à minimiser la distance entre la fonction level set ϕ et chacun de ces niveaux de couleur, l'un des niveaux étant affecté d'une valeur constante négative et l'autre positive. Soit, avec $P(\mathbf{x})$ la fonction représentant l'image :

$$\forall \mathbf{x} \in \Omega, \text{ trouver } \phi \text{ tel que : } \min(\phi(\mathbf{x}) - P(\mathbf{x})) \quad [2]$$

Cette forme du problème permet ensuite la production d'un problème variationnel puis éléments finis bien posé.

3.4. Illustration

L'exemple présenté figure 4 montre les différentes étapes permettant d'obtenir successivement un front initial, puis d'obtenir un champs level set, *i.e.* dont la norme du gradient est constante. Les calculs ont été réalisés sur un maillage régulier de 10x10 éléments quadrangulaires à quatre noeuds.

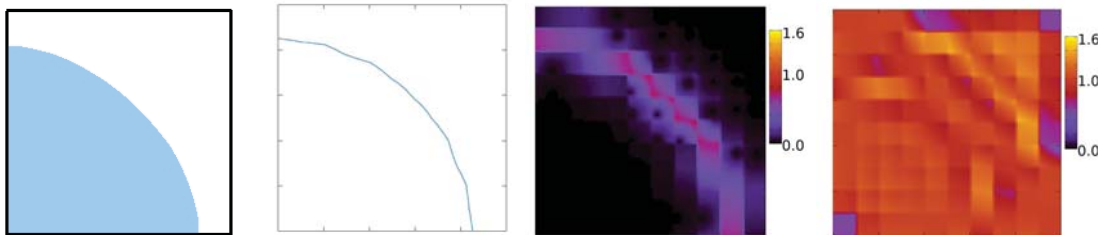


Figure 4. De gauche à droite, image initiale, front discrétisé obtenu, et la norme de son gradient, avant et après reinitialisation

4. Conclusion

On a présenté dans cet article une application de la méthode X-fem et level set dans un cadre éléments finis dans le but de réaliser une simulation éléments finis mécanique du changement de phase dans les aciers. La propagation du contour se fait dans un

premier temps avec une vitesse constante normée pour respecter la proportion globale de chacune des phases issue d'essais en dilatométrie libre.

L'étape suivante pour aboutir à une simulation fine de la topologie est d'utiliser une vitesse réaliste pour la propagation du front, *via* le concept de force matérielle introduit par Maugin (Maugin, 2003). Pour cela, on devra coupler les simulations à des observations de la topologie réelle des phases pendant la transformation.

Remerciements

partenaires du programme inzat4, fédération Rhône-Alpes matériaux, conseil régional Rhône-Alpes

5. Bibliographie

- Coret M., Calloch S., Combescure A., « Experimental study of the phase transformation plasticity of 16MND5 low carbon steel under multiaxial loading », *Eur. J. Mech. A/Solids*, vol. , p. 823-842, 2004.
- de Borst R., « The zero-normal-stress condition in plane stress and shell elastoplasticity », *Com. Appl. Num. Meth.*, vol. 7, p. 29-33, 1991.
- Greenwood G., Johnson R., « The deformation of metals under small stresses during phase transformations », *Proc. R. Soc.*, vol. 283, p. 403-422, 1965.
- Leblond J., Mottet G., Devaux J., « A theoretical and numerical approach to the plastic behaviour of steels during phase transformations I. Derivation of general relations », *Jal. Mech. Phys. Solids*, vol. 34, n° 4, p. 395-409, 1986.
- Magee C., *Nucleation of martensite, Phases transformations*, oh edn, ASM, Metals Park, 1970.
- Maugin G., « Pseudo-plasticity and Pseudo-inhomogeneity Effects in Materials Mechanics », *J. Elas.*, vol. 71, p. 81-103, 2003.
- Moës N., Dolbow J., Belytschko T., « A finite element method for crack growth without remeshing », *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, vol. 46, p. 131-150, 1999.
- Mourad H. M., Dolbow J., Garikipati K., « An assumed-gradient finite element method for the level set equation », *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, vol. 64(8), p. 1009-1032, 2005.
- Osher S., Sethian J., « Fronts propagating with curvature dependant speed : algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations », *J. Comp. Phys.*, vol. 79, p. 12-49, 1988.