



HAL
open science

Une approche pour recalibrer les modèles de liaisons en vibrations moyennes fréquences

Olivier Dorival, Philippe Rouch, Olivier Allix

► To cite this version:

Olivier Dorival, Philippe Rouch, Olivier Allix. Une approche pour recalibrer les modèles de liaisons en vibrations moyennes fréquences. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01493723

HAL Id: hal-01493723

<https://hal.science/hal-01493723>

Submitted on 22 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Une approche pour recalibrer les modèles de liaisons en vibrations moyennes fréquences

O. Dorival — P. Rouch — O. Allix

LMT Cachan (ENS Cachan - CNRS - Université Paris VI)

61 avenue du Président Wilson

94235 Cachan cedex

dorival@lmt.ens-cachan.fr; rouch@lmt.ens-cachan.fr; allix@lmt.ens-cachan.fr

RÉSUMÉ. Les liaisons entre sous-structures jouent un rôle crucial dans la réponse vibratoire d'une structure complexe, en régissant les transferts énergétiques ainsi qu'une grande partie de l'amortissement. Pour identifier ces modèles de liaison, ce travail propose une approche couplant une stratégie numérique dédiée au domaine des moyennes fréquences, la théorie variationnelle des rayons complexes (TVRC), et une méthode de recalage robuste, initialement inspirée des travaux sur l'erreur en relation de comportement pour la correction de modèles éléments finis. La TVRC est ici utilisée sous une forme sous-structurée afin d'être adaptée à la formulation d'un problème inverse. La méthode est validée sur des essais simulés numériquement.

ABSTRACT. The joints between substructures play an important role in the vibrational behavior of complex structures, because they govern energy flows and most of the dissipative phenomena. In order to identify joint models, this paper proposes to use conjointly a numerical approach dedicated to the medium frequency range, the variational theory of complex rays (VTCR), and a robust updating method, which was initially based on the studies about the error in the constitutive relation to update finite element models. The VTCR is here derived in a substructured form in order to adapt to the inverse problem formulation. Experimental results are simulated numerically to validate the proposed method.

MOTS-CLÉS : moyennes fréquences, liaisons, amortissement, recalage, TVRC, problème inverse, décomposition de domaine

KEYWORDS: medium frequency, joints, damping, updating, VTCR, inverse problem, domain decomposition methods

1. Introduction

La connaissance du comportement des liaisons est primordiale pour obtenir une simulation adéquate du comportement vibratoire d'une structure. En effet, elles sont le lieu principal de phénomènes complexes et difficilement modélisables ou calculables - contact, frottement, usure, ... - qui contribuent fortement à la dissipation de la structure, ce qui est essentiel en vibrations. D'autre part, les liaisons influencent grandement la manière dont se répartie l'énergie sur l'ensemble de la structure. Plusieurs travaux ont été menés en basses fréquences concernant le recalage de modèles de liaisons (Deraemaeker, 2001) et en hautes fréquences concernant l'identification des facteurs de perte par couplage. Entre ces deux domaines, celui des moyennes fréquences reste un point d'achoppement, caractérisé par une densité modale importante et par une sensibilité très forte aux conditions aux limites.

Parmi plusieurs approches possibles pour l'identification de modèles (Bonnet *et al.*, 2005), nous nous appuyons ici sur une méthode de recalage qui a été utilisée pour la correction de modèles éléments finis. Elle propose de recenser l'ensemble des informations disponibles, venant à la fois du modèle numérique et de la campagne expérimentale, et de les séparer un groupe d'équations *fiabiles* et un groupe d'équations *non fiabiles*. Du côté du modèle numérique, les équations fiabiles regroupent les équations des sous-structures, qui sont supposées bien modélisées, tandis que les équations des liaisons - à identifier - seront supposées non fiabiles. Concernant les données expérimentales, nous supposons que la position et l'orientation des capteurs, ainsi que le niveau et la fréquence de l'excitation sont fiabiles, tandis que le doute sera porté sur les quantités mesurées par les capteurs, qui sont inévitablement soumises à un bruit de mesure. Le Tableau 1 résume la séparation des équations effectuée. Le groupe des informations fiabiles est ensuite vérifié de manière exacte. Les équations non fiabiles permettent la construction d'une fonctionnelle coût comprenant deux termes : une erreur de modèle quantifiant la qualité de la vérification des équations de liaison et une erreur de mesure quantifiant la distance modèle-essais. Le problème inverse consiste à trouver les paramètres de liaison optimaux, en minimisant cette fonctionnelle coût sous les contraintes imposées par les équations fiabiles.

Sur la plan numérique, le contexte moyennes fréquences soulève des difficultés. Les méthodes classiques basées sur les éléments finis nécessitent en effet d'utiliser un maillage de plus en plus raffiné quand la fréquence augmente, afin d'éviter l'erreur de pollution apparaissant avec les phénomènes à courte longueurs d'onde (Ihlenburg *et al.*, 1997). Parmi plusieurs approches alternatives possibles, nous optons pour la théorie variationnelle des rayons complexes (Ladevèze *et al.*, 2003). Il s'agit d'une approche par sous-domaine, sur chacun desquels les fonctions de forme sont à deux échelles, vérifiant exactement l'équilibre dynamique et la relation de comportement des sous-structures. Les conditions aux limites sont vérifiées par une formulation variationnelle traduisant l'équilibre des puissances virtuelles sur la frontière de chaque sous-domaine. Afin de pouvoir séparer les équations de l'interface des celles des sous-structures, une version sous-structurée de la TVRC (Dorival *et al.*, 2006) est utilisée ici.

	Modèle mathématique	Modèle expérimental
Informations fiables	<ul style="list-style-type: none"> • Géométrie • Équations des sous-structures <ul style="list-style-type: none"> - équilibre dynamique local - relation de comportement • Conditions aux limites fiables 	<ul style="list-style-type: none"> • Fréquences mesurées • Position des points de mesure • Orientation des mesures • Force d'excitation imposée
Informations non fiables	<ul style="list-style-type: none"> • Équations de liaison : <ul style="list-style-type: none"> - loi de comportement de liaison - équilibre dynamique de liaison 	<ul style="list-style-type: none"> • Amplitudes mesurées (bruitées)

Tableau 1. Démarche proposée pour le recalage des liaisons.

2. Résolution des équations du modèle continu

Cette partie précise comment sont résolues les équations du modèle mathématique uniquement, les données expérimentales étant introduites dans la partie suivante. L'approche est basée sur une version sous-structurée de la TVRC, qui est présentée de manière détaillée dans (Dorival *et al.*, 2006). Les déplacements et les contraintes de la sous-structure $\Omega_i, i=1, 2$ sont notés respectivement \underline{u}_i et $\underline{\sigma}_i$.

Les sous-domaines Ω_i sont d'abord séparés de l'interface Γ à identifier (*cf.* Figure 1). L'interface est considéré comme une sous-structure à part entière, possédant ses propres équations et ses propres inconnues $\hat{\underline{W}}_i$ et $\hat{\underline{F}}_i$. Les équations des sous-structures, sur lesquelles sont imposés les efforts d'interface $\hat{\underline{F}}_i$, sont considérées fiables et vérifiées de manière exacte. Le traitement numérique du problème des sous-structures Ω_i est effectué par une formulation classique de la TVRC : sur chaque sous-structure, la solution est recherchée comme une superposition de *rayons complexes* (*cf.* Figure 2) qui vérifient exactement l'équilibre local et la relation de comportement. Les conditions aux limites sont vérifiées par une formulation variationnelle, donnant les espaces d'admissibilité \mathcal{S}_{ad}^i . En pratique, cette approche permet de conserver un nombre de degré de liberté faible - de l'ordre d'une centaine par sous-structure - et indépendant de la fréquence étudiée, grâce à l'aspect multi-échelle des fonctions de base utilisées.

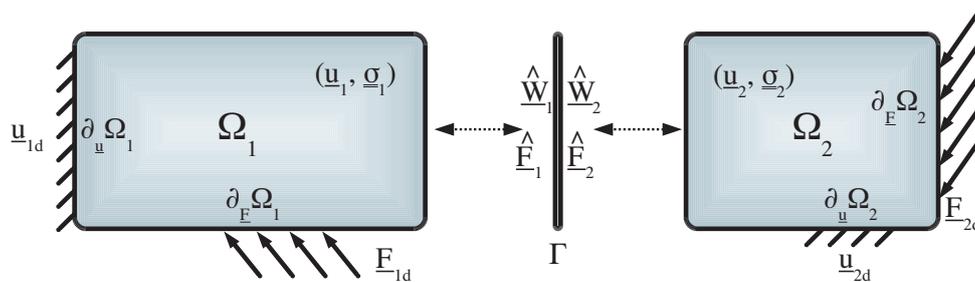


Figure 1. Séparation de l'interface mal modélisé des sous-structures fiables.

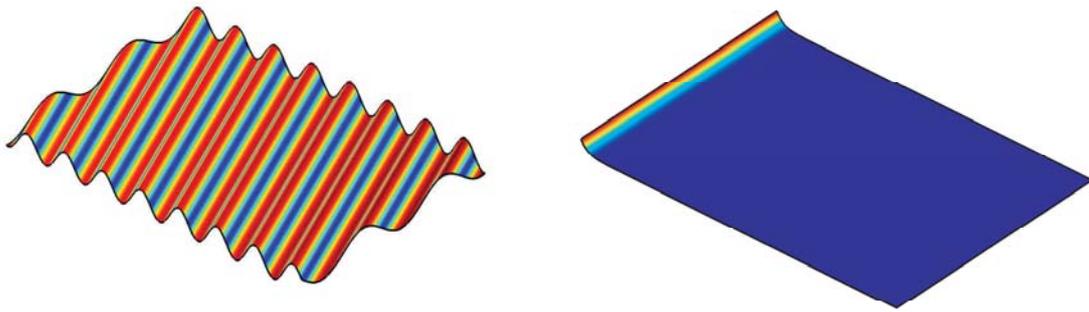


Figure 2. Exemples de rayons complexes : rayon intérieur, et rayon localisé sur le bord d'une sous-structure

Les équations de l'interface, écrites entre les inconnues d'interface \hat{W}_i et \hat{F}_i , sont celles de systèmes masse-ressort-amortisseur distribués le long de l'interface Γ . Leur vérification est assurée par la minimisation du résidu au sens des moindres carrés, appelé *erreur de modèle*, construit de la manière suivante :

$$E_{mdl}^2 = \frac{1}{N_N} \int_{\Gamma} \|\hat{F}_1 + \hat{F}_2 + \frac{m\omega^2}{2}(\hat{W}_1 + \hat{W}_2)\|^2 dl + \frac{1}{N_W} \int_{\Gamma} \|\hat{W}_1 - \hat{W}_2 + \frac{k}{2}(\hat{F}_1 - \hat{F}_2)\|^2 dl \quad [1]$$

m et k désignent la masse et la raideur de l'interface, qui peuvent varier le long de la jonction, et inclure une composante dissipative sous forme de partie complexe. Les quantités d'interface sont ensuite discrétisées de la même manière que les quantités des sous-structures correspondantes.

Le problème final consiste donc à la minimisation du résidu E_{mdl}^2 sous les contraintes d'admissibilité des espaces \mathcal{S}_{ad}^i . Il est résolu par la minimisation du Lagrangien associé, ce qui donne un système linéaire à inverser.

3. Formulation du problème inverse

Afin d'identifier les paramètres du modèle supposé, une structure réelle est soumise à une campagne d'essais. Les déplacements mesurés sont notés \tilde{u} . Dans le contexte moyennes fréquences considéré, qui est hypersensible aux paramètres du modèle, il nous semble impératif d'utiliser des mesures non conventionnelles : procédés non intrusifs afin de ne pas perturber le comportement de la structure, et mesures de champ, afin d'éviter la dépendance à des phénomènes locaux qui peuvent apparaître lorsque la fréquence augmente. Nous avons opté pour des mesures effectuées par vélocimétrie laser.

La distance entre le modèle et les mesures effectuées sur un ensemble de points \underline{X}_m , est quantifiée par l'*erreur de mesure* suivante :

$$E_{mes}^2 = \frac{1}{N_{mes}} \sum_m \|\underline{u}(\underline{X}_m) - \tilde{\underline{u}}(\underline{X}_m)\|^2 \quad [2]$$

La fonctionnelle coût appliquée *erreur modifiée* E_{mod}^2 qui intervient dans le problème inverse, résulte de la somme de l'erreur de mesure et de l'erreur de modèle, pondérée par un coefficient de confiance r :

$$E_{mod}^2 = E_{mdl}^2 + \frac{r}{1-r} E_{mes}^2 \quad [3]$$

La minimisation de cette fonctionnelle sous les contraintes d'admissibilité des sous-structures donne une solution qui est le compromis entre les grandeurs mesurées et le modèle initial supposé.

Le problème d'identification consiste à trouver les meilleurs paramètres du modèle de liaison recherché : ceux qui rendent l'erreur $E_{mod}^2(k, m)$ minimale. Ce problème d'optimisation est résolu par une méthode classique de type Newton.

4. Exemple d'application

La Figure 3 (gauche) présente l'exemple de deux plaques pliées en L dont les caractéristiques sont celles de l'acier. Les mesures sont simulées numériquement grâce à la TVRC, à la fréquence 155 Hz . Les caractéristiques de la liaison pour cet exemple sont les suivantes : masse nulle $m = 0 \text{ kg}$, raideur $k_r = 1e1.5 \text{ N.m}$, amortissement $\eta = 10 \%$. (BM : Bruit de Mesure).

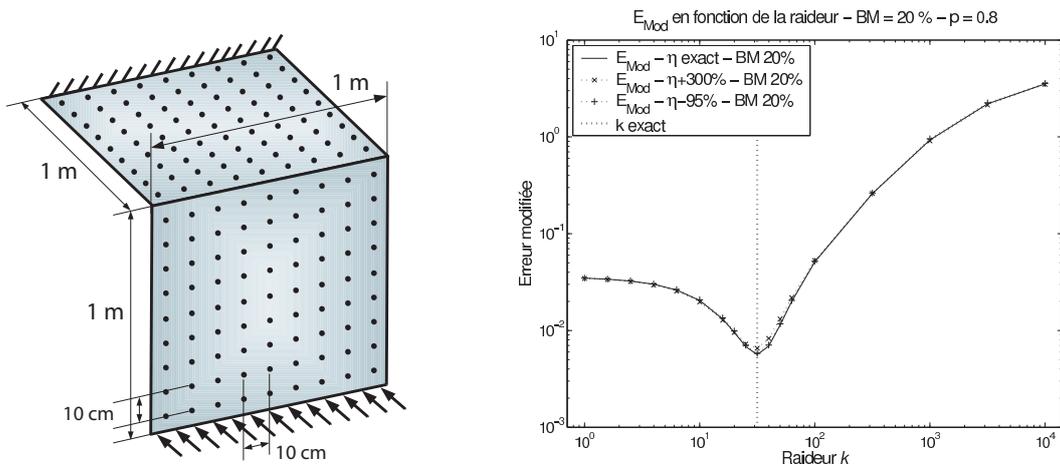


Figure 3. Position des points de mesure sur l'exemple de deux plaques pliées en L (à gauche), et allure de la fonctionnelle coût les trois situations testées (à droite).

L'identification de la raideur uniquement est menée pour plusieurs situations : avec un amortissement de liaison supposé exact, ou avec un erreur importante sur l'amortissement de liaison : -95% et $+300\%$. Les mesures sont affectées par un bruit blanc de distribution uniforme centrée de $\pm 20\%$.

Les courbes de la Figure 3 (droite) montrent que la fonctionnelle coût possède une allure convexe, avec un minimum situé pour la valeur exacte de la raideur k dans les situations citées ci-dessus. Le processus d'optimisation détecte sans difficulté ce minimum, ce qui permet d'identifier correctement la valeur de la raideur k optimale. La fonctionnelle coût est très peu affectée par une erreur sur l'amortissement, qui à ce niveau joue un rôle moindre par rapport à la raideur. La présence de bruit est bien prise en compte par le choix de la fonctionnelle coût, dans laquelle le terme de mesure est régularisé par l'erreur de modèle.

5. Conclusions et perspectives

La faisabilité de l'approche proposée a été montrée sur un exemple simulé numériquement. L'utilisation de la TVRC permet de conserver un problème de taille raisonnable et indépendante de la fréquence, tandis que la méthode d'identification procure une robustesse intéressante. Cette robustesse pour le recalage de la raideur et de l'amortissement d'une liaison, ainsi que l'influence d'erreur de modélisation, sont actuellement étudiées dans des travaux complémentaires.

Une perspective essentielle est l'utilisation de cette méthode dans une véritable campagne expérimentale. Un des enjeux sera de déterminer si la méthode est capable de quantifier la qualité d'un modèle supposé de liaison, et de détecter si ce modèle est faux vis à vis des essais effectués. D'autres études sont en cours pour étendre cette approche à l'identification d'une liaison sur une bande de fréquence entière, et à la prise en compte de mesure non locale en espace et/ou en fréquence.

6. Bibliographie

- Bonnet M., Constantinescu A., « Inverse Problems in Elasticity », *Inverse Problems*, vol. 21, p. R1-R50, 2005.
- Deraemaeker A., Sur la Maîtrise Des Modèles En Dynamique Des Structures À Partir de Résultats d'Essais, PhD thesis, Université Paris VI - ENS Cachan, 2001.
- Dorival O., Rouch P., Allix O., « A Substructured Version of the Variational Theory of Complex Rays Dedicated to the Calculation of Assemblies with Dissipative Joints in the Medium-Frequency Range », *Engineering Computations*, vol. 23, n° 7, p. 729-748, 2006.
- Ihlenburg F., Babuška I., « Finite Element Solution of the Helmholtz Equation with High Wave Number. Part II : The h-p-Version of the FEM », *Siam J. of Numer. Anal.*, vol. 34, n° 1, p. 315-358, 1997.
- Ladevèze P., Rouch P., Riou H., Bohineust X., « Analysis of Medium-Frequency Vibrations in a Frequency Range », *Jnl of Comp. Acoustic*, vol. 11, n° 2, p. 255-283, 2003.