



**HAL**  
open science

## Calcul de structures par approche intervalle

Franck Massa, Karine Ruffin-Mourier, Bertrand Lallemand, Thierry Tison

► **To cite this version:**

Franck Massa, Karine Ruffin-Mourier, Bertrand Lallemand, Thierry Tison. Calcul de structures par approche intervalle. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01493705

**HAL Id: hal-01493705**

**<https://hal.science/hal-01493705>**

Submitted on 22 Mar 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Calcul de structures par approche intervalle

**Franck Massa, K. Mourier-Ruffin, Bertrand Lallemand, Thierry Tison.**

*Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique Industrielles et Humaines, UMR 8530, Université de Valenciennes  
Le Mont Houy, 59313 Valenciennes cedex 9  
Franck.Massa@univ-valenciennes.fr*

---

*RÉSUMÉ. Les simulations par éléments finis sont bien implantées dans le monde industriel et sont devenues incontournables en phase de conception des structures mécaniques. Bien que les modèles numériques soient de plus en plus complexes et réalistes, les résultats obtenus présentent encore des écarts non négligeables par rapport à la réalité observée. L'utilisation d'une analyse déterministe est limitée compte tenu des imperfections à l'origine de la fabrication ou encore de la méconnaissance des données en conception d'avant-projet. Une méthodologie générale de nature non probabiliste, utilisant les intervalles, est présentée pour propager les imperfections. Celle-ci est basée sur le couplage entre analyses de sensibilité et technique de réanalyse par projection. Un cas test est présenté pour démontrer la capacité de la méthodologie à prédire un ensemble de résultats expérimentaux.*

*ABSTRACT. The finite element simulations are well established in the industry and are indicative in design phase of mechanical structures. Although the numerical models are more and more complex and realistic, the results present still some important gaps with the observed reality. The use of a deterministic analysis is now limited because several kinds of uncertainties are identified in different steps of the design of structures. A general non probabilistic methodology, using the interval sets, is presented to propagate the imperfections. This one is based on sensitivity analysis and reanalysis techniques. A test case has been organized to demonstrate the capability of the proposed methodology to match the set of experimental results.*

*MOTS-CLÉS : Imperfections, Intervalles, Réanalyse, Agrégation de résultats expérimentaux.*

*KEYWORDS: Imperfections, Interval, Reanalysis, Set of experimental results.*

---

## 1. Introduction

Incertain, imprécis, vague, méconnu, subjectif sont des exemples de nombreux qualificatifs fréquemment associés à des objectifs de dimensionnement ou des données intervenant en calcul de structures. Cette difficulté de caractérisation des paramètres amène nécessairement des erreurs de représentation des modèles numériques déterministes. En ingénierie mécanique, ces imperfections peuvent être imputées aux défauts de modélisation, aux propriétés mécaniques des matériaux et aux tolérances géométriques de fabrication et d'assemblage. La prise en compte de telles données, dès la phase de conception, suscite un vif intérêt dans la communauté scientifique et la répercussion des imperfections des paramètres sur le comportement de la structure est une question majeure.

Pour y répondre, plusieurs approches non déterministes de type probabiliste, comme les éléments finis stochastiques (Sudret *et al.*, 2000) et les méthodes non paramétriques (Capiez-Lernout *et al.*, 2006), ou non, comme les intervalles (McWilliam, 2000) et les sous-ensembles flous (Zadeh, 1965 ; Massa *et al.*, 2003), ont déjà été utilisées. Un objectif commun à toutes ces approches est de quantifier avec précision la propagation de ces incertitudes sur des modèles à caractère industriel tout en conservant des temps de calcul compatibles avec la phase de conception. Dans cet article, une approche non probabiliste générale utilisant les intervalles est proposée pour la propagation des imperfections endogènes et exogènes dans plusieurs types d'analyse (statique, modale, réponse dynamique). Le but est de fournir au concepteur une enveloppe de variations du comportement de la structure dans le but d'optimiser le produit et d'introduire des notions de robustesse (Massa *et al.*, 2006). Une confrontation non déterministe numérique/expérimentale est présentée de manière à mettre en évidence les capacités de cette approche.

## 2. Propagation des imperfections

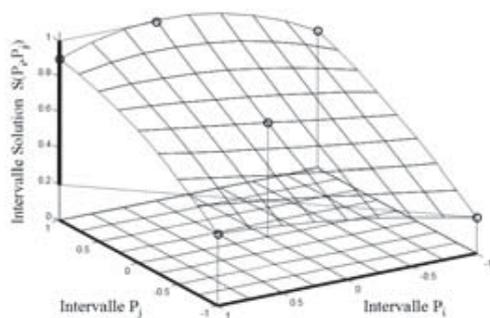
L'objectif de cet article est de proposer une méthode de prédiction de l'ensemble des évolutions du comportement d'une structure (en terme par exemple de déplacements, de contraintes, de solutions propres, ...) à partir de la définition d'un modèle éléments finis nominal et de la donnée des variabilités du modèle associées aux paramètres de conception.

### 2.1. Description de la méthodologie

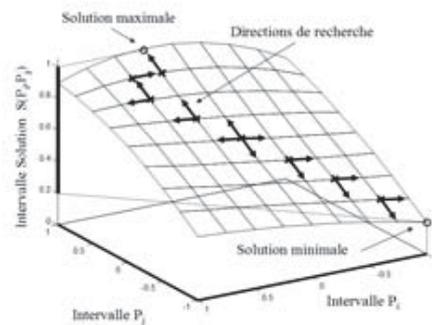
Chaque paramètre imparfait  $P_i$  du modèle étant représenté par un intervalle, l'espace de recherche correspondant à ce problème non déterministe est un hyper volume dont la dimension est fonction du nombre de paramètres imparfaits du problème. D'un point de vue pratique, cet espace continu va être discrétisé en subdivisant les intervalles associés à chaque paramètre afin d'identifier, parmi toutes

les combinaisons discrètes de paramètres, celles qui tendent à fournir les solutions (ou évolutions) minimales et maximales. Un espace de recherche et une surface de réponse correspondante sont illustrés Figure 1 dans le cas de deux paramètres imparfaits.

Suivant le type de solutions et de paramètres étudiés, la nature de l'évolution de cette surface de réponse peut être linéaire, quadratique, monotone ou non. Pour certains couples de paramètres et solutions, il est possible de mettre en place des règles simples, lorsque l'évolution des solutions étudiées est monotone. Par exemple, pour le calcul des déplacements, les bornes inférieures des solutions sont données par les bornes supérieures du module d'Young et inversement. Le raisonnement est analogue, dans le cas des valeurs propres, pour le module d'Young et la masse volumique. Si l'on considère maintenant les paramètres, tels que le coefficient de poisson, l'épaisseur d'une plaque ou les dimensions (données topologiques), l'évolution n'est plus systématiquement monotone et la recherche des extrema de la fonction étudiée prend alors tout son sens.

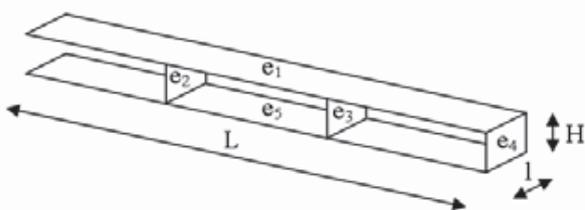


**Figure 1.** Espace de recherche et surface de réponse pour 2 paramètres

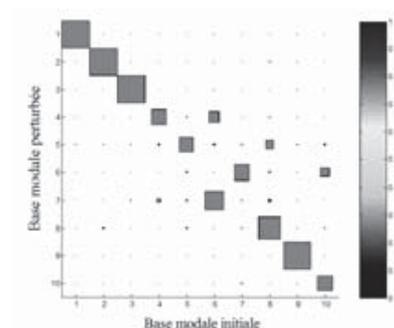


**Figure 2.** Stratégie de recherche des extrema

Le problème non déterministe s'exprime donc sous la forme de 2 problèmes d'optimisation discrètes de recherche de minimum et maximum. Les combinaisons de paramètres, spécifiques à chacune des bornes de l'intervalle solution, sont déterminées à partir d'analyses de sensibilité effectuées à différents points de l'espace de recherche (Figure 2). Le détail de cette stratégie concernant la détection des extrema est présentée dans Massa et al (2003).



**Figure 3.** Structure mince élancée



**Figure 4.** Critère MAC entre structure nominale et perturbée

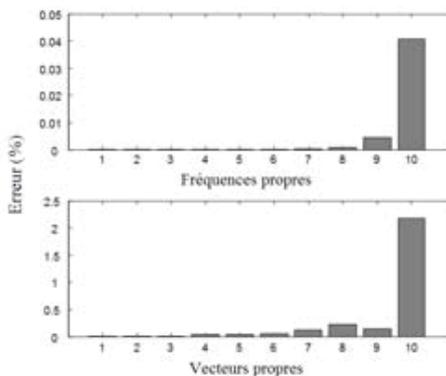
La sélection des combinaisons de paramètres par sensibilité permet, d'une part, de ne pas devoir calculer la majorité voire l'ensemble des combinaisons discrètes de l'espace de recherche (comme cela peut être le cas dans les approches combinatoires de type tirage) et, par conséquent, de limiter le surcoût numérique dû à la gestion de ces imperfections. Afin de rendre cette méthodologie plus attractive et applicable dès la phase de conception, un effort particulier est alloué à la mise en place d'un modèle paramétré couplé à des approximations fiables de type réanalyse par projection. Le sous-espace utilisé pour la projection sera présenté dans le paragraphe suivant. Enfin, dans le cas d'un modèle à caractère industriel, l'étude non déterministe pourra être focalisée sur une restriction des solutions.

## 2.2. Réanalyse des solutions perturbées

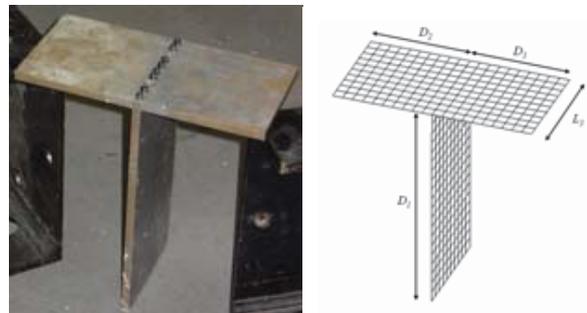
Pour diminuer les temps de calcul, on propose de substituer le calcul exact des solutions modifiées par des approximations d'ordre élevé. Dans la littérature, différents types d'approximations sont proposés tels les développements en séries de Taylor, les techniques de perturbations, les approximants de Padé ou encore les techniques de réanalyse par projection. Ces dernières cherchent une solution approchée dans un sous-espace  $T$  indépendant des  $P_i$  en résolvant un système d'équations réduit. Comme l'ont souligné Balmès *et al.* en 2003, la question fondamentale est la construction du sous-espace  $T$  donnant de bonnes prédictions pour toutes les valeurs de paramètres souhaités. On propose de constituer ce sous-espace à partir des solutions nominales ainsi que des solutions perturbées jusqu'à un ordre fixé  $N$ . Ces dernières sont issues d'un développement en série de l'équation régissant l'équilibre. Dans le cas de l'analyse modale, le sous-espace  $T$  s'exprime alors par :

$$[T^T K(P_i) T] \Psi = [T^T M(P_i) T] \Psi \Lambda \quad T = [\phi_1^0, \dots, \phi_1^N, \dots, \phi_i^0, \dots, \phi_i^N, \dots] \quad [1]$$

où  $\phi_j^k$  est le  $j^{\text{ème}}$  vecteur propre perturbé d'ordre  $k$ .

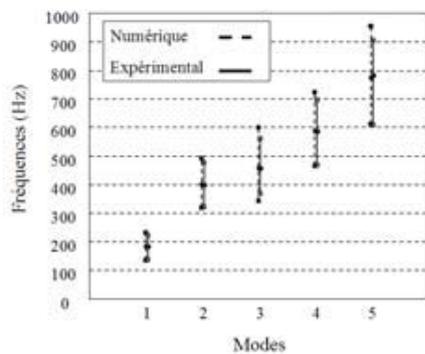


**Figure 5.** Erreurs commises sur les solutions propres

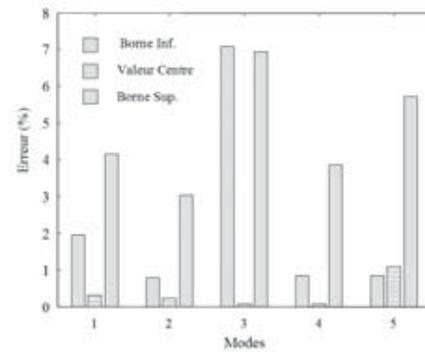


**Figure 6.** Structure et maillage éléments finis

Cette approche permet de limiter les coûts numériques lors des phases d'assemblage éléments finis et s'applique très efficacement même si les modifications des déformées modales sont significatives. Pour mettre en évidence ce dernier point, on considère la structure de la Figure 3 dont la particularité est d'être très sensible à des variations des épaisseurs des renforts. On introduit une imperfection de 30% sur les épaisseurs  $e_1$  et  $e_5$ . Le critère MAC (Figure 4), effectué sur les bases modales des structures nominales et perturbées, met en évidence l'importance de cette modification. La variation maximale effective des composantes du mode 5 est de 70 avec un MAC de 0.5. Une comparaison entre solutions de référence et solutions approximées (Figure 5) montre l'efficacité de la méthode de réanalyse.



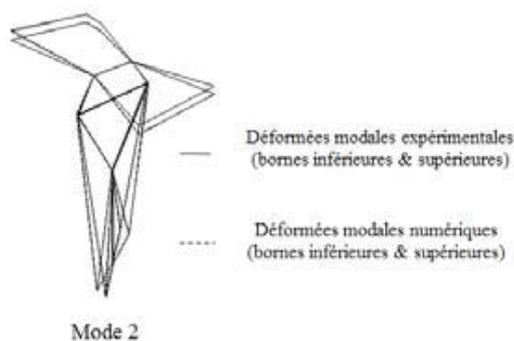
**Figure 7.** Comparaison des intervalles de fréquences



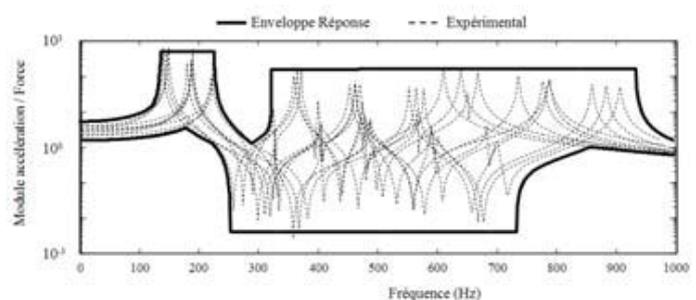
**Figure 8.** Erreurs commises sur les solutions propres

### 3. Application numérique

L'objectif général de cette application est de prédire numériquement l'ensemble des évolutions du comportement modal (5 premiers modes élastiques) d'une structure à partir d'un modèle nominal et d'une caractérisation des dispersions puis de vérifier cette prédiction avec des données expérimentales. La structure étudiée (Figure 6) se compose de deux plaques en acier boulonnées.



**Figure 9.** Comparaison des bornes pour la 2<sup>ème</sup> déformée



**Figure 10.** Comparaison des réponses dynamiques numériques et expérimentales

Des imperfections sont introduites sur 6 paramètres : le module d'Young ( $\pm 3\%$ ), les épaisseurs des plaques ( $\pm 20\%$ ) et les dimensions  $D_1$ ,  $D_2$  et  $D_3$  ( $\pm 1\%$ ). La Figure 7 présente les intervalles relatifs aux 5 premières fréquences propres obtenus numériquement et expérimentalement. La Figure 9, quant à elle, compare des déformées propres numériques et expérimentales en terme de bornes inférieure et supérieure. D'une manière générale, les résultats obtenus numériquement encadrent raisonnablement les données expérimentales puisque l'erreur maximale commise sur l'évaluation des intervalles est de 7% (Figure 8).

#### 4. Conclusion

Cette étude a permis de valider la méthodologie proposée avec une référence non plus numérique mais expérimentale dans le cas d'une analyse modale complète (valeurs et vecteurs propres). On dispose ainsi d'un modèle non déterministe en mesure d'agréger un ensemble de comportements observés. La même démarche est appliquée au cas de la réponse dynamique fréquentielle (Figure 10). Nous travaillons actuellement sur la réponse dynamique temporelle pour des comportements linéaires ou non.

#### 5. Bibliographie

- Balmès E., Barthe D., Ravary F., Propagation de méconnaissances en analyse modale, *6ème colloque national en calcul des structures, Giens, France, 2003*, p.407-414.
- Capiez-Lernout E., Pellissetti M., Pradlwarter H., Schueller G.I., Soize C., Data and model uncertainties in complex aerospace engineering systems, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 295, 2006, p.923-938.
- Massa F., Tison T., Lallemand B., A fuzzy procedure for the static design of imprecise structures, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 195, 2006, p.925-941.
- Massa F., Lallemand B., Tison T., Comportement statique et modal des structures en présence de variabilités paramétriques, *6ème colloque national en calcul des structures, Giens, France, 2003*, p.415-422.
- McWilliam S., Anti-optimisation of uncertain structures using interval analysis, *Computers and Structures*, Vol. 79, 2001, p.421-430.
- Mourier-Ruffin K., Massa F., Tison T., Lallemand B., Réponse harmonique de structures comportant des paramètres imprécis, *8ème colloque national en calcul des structures, Giens, France, 2007*.
- Sudret B., Der Kiureghian A., Stochastic finite element methods and reliability: a state-of-the-art report, *Technical Report UCB/SEMM-2000/08, University of California, 2000*.
- Zadeh L.A., Fuzzy sets, *Information and Control*, Vol. 8, 1965, p. 338-353.