



HAL
open science

Contribution à l'étude de la dynamique de poutres gonflables

Zhihong Jiang, Jean-Christophe Thomas, Christian Wielgosz

► **To cite this version:**

Zhihong Jiang, Jean-Christophe Thomas, Christian Wielgosz. Contribution à l'étude de la dynamique de poutres gonflables. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01492463

HAL Id: hal-01492463

<https://hal.science/hal-01492463>

Submitted on 20 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Contribution à l'étude de la dynamique de poutres gonflables

Z. Jiang, J.-C. Thomas, C. Wielgosz

*GeM, Institut de Recherches en Génie Civil et Mécanique, UMR-CNRS 6183
Université de Nantes, 2 rue de la Houssinière, 44322 Nantes, France*

RÉSUMÉ. A la suite des études concernant la statique des structures gonflables, on s'intéresse ici à l'analyse modale des poutres gonflables. Les développements récents dans les domaines de l'ingénierie spatiale et du bâtiment nécessitent la détermination du comportement en dynamique des éléments constitutifs fondamentaux de ce type de structures : tubes et tore. Cet article présente trois études numériques complémentaires : deux approches de type poutre permettant la recherche des fréquences propres des poutres gonflables. Une méthode exacte est d'abord utilisée (éléments continus) et on relie les résultats obtenus avec une formulation éléments finis de type déplacements. Ces résultats sont ensuite comparés avec les résultats d'un code de type membrane 3D en grandes transformations développé pour les structures gonflables, et avec des expériences menées sur des poutres en tissu enduit.

ABSTRACT. Following the studies concerning the statics of the inflatable structures, one is interested here in the modal analysis of the inflatable beams. The recent developments in the fields of space engineering and the building require the determination of the behavior in dynamics of the fundamental components of this type of structures: tubes and torus. This article presents three complementary numerical methods: two approaches of the beam type allowing the research of the natural frequencies of the inflatable beams. An exact method is firstly used (continuous elements method) and one connects the results obtained with a finite element formulation of displacements type. These results are then compared with the results of a code of the type membrane 3D in large transformations developed for the inflatable structures, and with experiments.

MOTS-CLÉS : éléments continus, matrice de rigidité dynamique, forces suiveuses, structures gonflables, modes propres

KEYWORDS: continuous element, dynamic stiffness matrix, follower force, inflatable structure, mode shape.

1. Introduction

Les structures gonflables se développent de plus en plus dans de nombreux domaines en raison de leurs propriétés particulières comme leur légèreté, leur faible volume de stockage, leur fiabilité au déploiement, leur facilité de conception et de mise en oeuvre, etc. Pour la plupart des structures gonflables spatiales ou de génie civil, les éléments de base sont longs et tubulaires, et peuvent être considérés comme des poutres gonflables (Fan et al.,1999). A la suite des études concernant la statique des poutres gonflables (Thomas et al.,2004,Le van et al.,2005), on s'intéresse ici à l'analyse modale de ces éléments. Il existe assez peu d'études sur ce sujet. Main et al. ont analysé la dynamique des poutres gonflables en utilisant une théorie de poutre de type Euler-Bernoulli (Main et al.,1995). Jha a trouvé les fréquences propres et modes propres des poutres et des tores gonflables en utilisant une théorie de coques (Jha et al.,1995). Cet article présente trois études numériques complémentaires permettant la recherche des fréquences propres des poutres gonflables : deux approches de type poutre et une approche de type membrane. La méthode des éléments continus (Thomas et al.,2007) est d'abord utilisée, puis on relie les résultats obtenus avec une formulation éléments finis en déplacements. Ces résultats sont ensuite comparés avec des expériences menées sur des poutres en tissu enduit. Enfin, une méthode des éléments finis de type membrane 3D en grandes transformations est présentée pour modéliser les modes propres de membranes.

2. Analyse modale des poutre gonflable avec la méthode des Eléments Continus (CEM)

Pour prendre en compte les déformations de cisaillement, on utilise un modèle de Timoshenko pour la poutre gonflable (la section droite ne reste plus orthogonale à la ligne neutre). La pression interne qui donne la capacité de résistance de la poutre est considérée comme une force suiveuse. Le matériau est considéré comme élastique et isotrope. En négligeant l'effet d'inertie de rotation, les équations de vibrations libres de poutre gonflable peuvent s'écrire à partir du principe des puissances virtuelles en formation Lagrangienne totale (Thomas et al.,2007) :

$$\rho S \ddot{V} - (P + kGS) V_{,x^2} + (P + kGS) \theta_{,x} = 0 \quad [1]$$

$$-(EI + P \frac{I}{S}) \theta_{,x^2} - (P + kGS) (V_{,x} - \theta) = 0 \quad [2]$$

où $V(x,t)$ et $\theta(x,t)$ sont le déplacement transversal et la rotation de la section de la poutre à l'instant t . E et G sont respectivement le module d'Young et le module de cisaillement respectivement. ρ est la masse volumique, k est le coefficient de cisaillement, S l'aire de la section, I le moment quadratique, et $P = p\pi r^2$, avec p pression interne de la poutre, et r son rayon.

La solution générale est cherchée sous la forme : $V(x,t) = v(x) \cdot e^{i\omega t}$, où $v(x) = ae^{sx}$. En utilisant les conditions aux limites et les lois de comportement, on

écrit les déplacements et les forces aux deux extrémités de la poutre à partir des équations [1] et [2] sous forme matricielle :

$$\{U\} = [W(\omega)] \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix} \cdot e^{i\omega t} \quad \text{et} \quad \{F\} = [Z(\omega)] \begin{Bmatrix} A \\ B \\ C \\ D \end{Bmatrix} \cdot e^{i\omega t} \quad [3]$$

avec $\{U\} = \{v(0), \theta(0), v(l), \theta(l)\}^T$ et $\{F\} = \{-T(0), -M(0), T(l), M(l)\}^T$

et où A, B, C, D sont des constantes.

Finalement la matrice de raideur dynamique $[D(\omega)]$ peut être obtenue par la relation:

$$\{F\} = [D(\omega)]\{U\} \quad \text{avec} \quad [D(\omega)] = [Z(\omega)][W(\omega)]^{-1} \quad [4]$$

Chaque élément de $[D(\omega)]$ est une fonction transcendente de ω . Le problème de dynamique à résoudre est donc :

$$[D(\omega)]\{U\} = 0 \quad [5]$$

Des algorithmes spécifiques permettent de résoudre le problème (Richards et al., 1977). Dans des cas simples, on peut trouver une solution analytique. Par exemple, la solution analytique des pulsations d'une poutre gonflable bi-appuyée est:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{n^4 \pi^4}{\frac{\rho S l^4}{EI + \frac{PI}{S}} + \frac{\rho S n^2 \pi^2 l^2}{P + kGS}}} \quad [6]$$

Cette expression permet de vérifier que la fréquence augmente avec la pression.

3. Matrices caractéristiques calculées par la méthode des Eléments Finis de type poutre (FEM)

En utilisant la méthode des éléments finis classiques en tenant compte de l'hypothèse de Timoshenko, on peut trouver la matrice de rigidité et la matrice de masse d'une poutre gonflable en flexion :

$$[K]_{FEM} = \frac{(EI + \frac{PI}{S})}{l^3(1 + \phi_p)} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & l^2(4 + \phi_p) & -6l & l^2(2 - \phi_p) \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & l^2(2 - \phi_p) & -6l & l^2(4 + \phi_p) \end{bmatrix} \quad \text{où } \phi_p = \frac{12(EI + \frac{PI}{S})}{(P + kGS)\ell^2} \quad [7]$$

$$[M]_{FEM} = \frac{\rho S \ell}{(1 + \phi_p)^2} \begin{bmatrix} \frac{13}{35} + \frac{7}{10}\phi_p + \frac{1}{3}\phi_p^2 & \left(\frac{11}{210} + \frac{11}{120}\phi_p + \frac{1}{24}\phi_p^2\right)\ell & \frac{9}{70} + \frac{3}{10}\phi_p + \frac{1}{6}\phi_p^2 & -\left(\frac{13}{420} + \frac{3}{40}\phi_p + \frac{1}{24}\phi_p^2\right)\ell \\ \left(\frac{1}{105} + \frac{1}{60}\phi_p + \frac{1}{120}\phi_p^2\right)\ell^2 & \left(\frac{13}{420} + \frac{3}{40}\phi_p + \frac{1}{24}\phi_p^2\right)\ell & -\left(\frac{1}{140} + \frac{1}{60}\phi_p + \frac{1}{120}\phi_p^2\right)\ell^2 & \\ \frac{13}{35} + \frac{7}{10}\phi_p + \frac{1}{3}\phi_p^2 & -\left(\frac{11}{210} + \frac{11}{120}\phi_p + \frac{1}{24}\phi_p^2\right)\ell & & \\ \left(\frac{1}{105} + \frac{1}{60}\phi_p + \frac{1}{120}\phi_p^2\right)\ell^2 & & & \end{bmatrix} \quad [8]$$

On remarque que la pression intervient dans la matrice de raideur (augmenter la pression revient à augmenter la rigidité). La cohérence des résultats est vérifiée en comparant la CEM avec la FEM. En calculant la limite de la matrice de raideur dynamique $[D(\omega)]$ avec $\omega \rightarrow 0$, on retrouve la matrice $[K]_{FEM}$. De même, à partir de la matrice de raideur dynamique, on peut retrouver la matrice de masse dynamique par la théorie de Leung (Richards et al., 1977) :

$$[M(\omega)]_{CEM} = -\frac{\partial [D(\omega)]}{\partial \omega^2} \quad [9]$$

Après calcul de la limite de la matrice $[M(\omega)]_{CEM}$, on retrouve aussi la matrice de masse $[M]_{FEM}$ calculée par la méthode des Eléments Finis.

4. Etudes dynamiques de poutre gonflable par la méthode des Eléments Finis Membrane 3D(Memb3D)

La poutre gonflable peut être également considérée comme une membrane fermée ayant une épaisseur suffisamment faible pour être décrite géométriquement par une surface moyenne. La pression interne peut être considérée comme une force suiveuse. On utilise une loi de comportement hyperélastique pour lier le tenseur de contrainte de Piola-Kirchhoff avec le tenseur de déformation de Green-Lagrange en coordonnées curviligne (ξ, η) .

$$\Sigma = \Sigma^{ij} A_i \otimes A_j = \frac{\partial W}{\partial E} \quad [10]$$

où Σ est le tenseur de Piola-Kirchhoff, E le tenseur de Green-Lagrange, W l'énergie potentielle élastique du matériau. A_i est la base naturelle covariante dans la configuration initiale. L'épaisseur de la membrane étant faible devant ses autres dimensions, on se place dans l'hypothèse des contraintes planes. On utilise le modèle de Saint Venant Kirchhoff, où λ et μ sont les coefficients de Lamé.

$$W = \frac{\lambda}{2}(\text{tr}E)^2 + \mu \text{tr}(E^2) \quad [11]$$

Un calcul non linéaire par éléments finis où $\{F_{ext}(\{U\})\}$ prend en compte les effets de la pression suiveuse permet d'obtenir la configuration pressurisée :

$$\{F_{int}(\{U\})\} - \{F_{ext}(\{U\})\} = 0 \quad [12]$$

Le problème de vibrations linéarisé autour de la configuration pressurisée revient à résoudre le problème aux valeurs propres généralisé :

$$([K_T] - \omega^2 [M])\{U\} = 0 \quad [13]$$

où $[K_T]$ et $[M]$ sont respectivement la matrice de rigidité tangente et la matrice de masse, obtenues par assemblage des contributions élémentaires :

$$[K_T^e] = \frac{\partial \{F_{int}^e\}}{\partial \{U^e\}} - \frac{\partial \{F_{ext}^e\}}{\partial \{U^e\}} \quad \text{et} \quad [M^e] = \int_{\Omega_e} \rho \{N\}^T \{N\} d\Omega_e \quad [14]$$

5. Résultats numériques et expérimentaux

Des expériences ont été menées pour mesurer les fréquences propres d'une poutre gonflable bi-appuyée. Le tube est fabriqué à partir d'un lé de tissu cousu, une membrane PVC interne assurant l'étanchéité. La mise en vibrations s'effectue par l'intermédiaire d'une bobine, et les mesures sont effectuées à l'aide d'un accéléromètre. Les comparaisons de trois premières fréquences propres avec les résultats obtenus par trois méthodes numériques sont présentées dans le Tableau 1 :

	Exp	FEM	CEM	Memb3D
f 1	18.90	16,68	16.68	15.86
f 2	57.53	58,87	58.60	58.95
f 3	109.5	114,11	112.222	119.99

Tableau 1. Les trois premières fréquences propres

Dans la Figure 1, (a) (b) montrent les deux premiers modes propres calculés par la méthode Memb3D et (c) montre le premier mode de membrane.

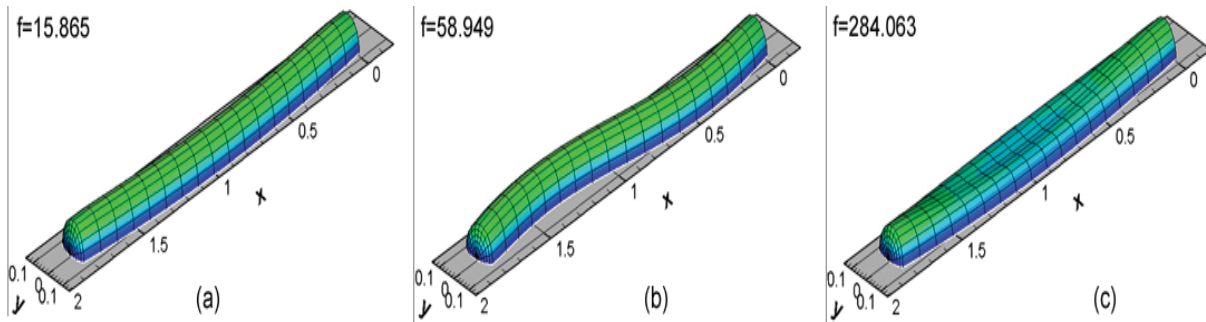


Figure 1. Modes propres d'un tube gonflable

6. Conclusions

Trois méthodes numériques sont présentées pour simuler la dynamique des poutres gonflables. La méthode de Eléments Continus est utilisée pour chercher les solutions exactes, puis la cohérence avec la méthode de Eléments finis de type poutre est vérifiée. Ensuite une méthode de Eléments Finis Membrane 3D est présentée pour chercher les modes propres de type membrane. Enfin des expériences sont menées pour mesurer les fréquences propres d'une poutre gonflable bi-appuyée.

7. Bibliographie

Akhilesh K.Jha , *Vibration analysis and control of an inflatable toroidal satellite component using piezoelectric actuators and sensors*, Dissertation, Virginia polytechnic Institute and State University, 2002

Houfei Fang and Michael C.Lou, *Analytical characterization of space inflatable structures – an overview*, AIAA-99-1272

J. C. Thomas, Z. Jiang, C. Wielgosz, *Continuous and finite element methods for the vibrations of inflatable beams*, International Journal of Space Structures, in press, 2007.

John A.Main, Robert A. Carlin, Ephraim Garcia, Steven W.Peterson, *Dynamic analysis of sapce-based inflatable beam structures*, Journal Acoustical Society of America, Vol.97, No.2, February 1995

Le Van., A., Wielgosz, C., *Bending and buckling of inflatable beams: some new theoretical results*, Thin Walled Structures, 2005, 43, 1166-1187

Richards, T.H. and Leung, Y.T., *An accurate method in structural vibration analysis*, Journal of Sound and Vibration, 1977, 55, 363-376

Thomas J.C. and Wielgosz, C., *Deflections of highly inflated fabric tubes*, Thin Walled Structures, 2004, 42, 1049-1066