



**HAL**  
open science

# Une approche fiabiliste fonction du temps appliquée aux structures navales corrodées à comportement non-linéaire

Mikaël Cazuguel, Jean-Yves Cognard

## ► To cite this version:

Mikaël Cazuguel, Jean-Yves Cognard. Une approche fiabiliste fonction du temps appliquée aux structures navales corrodées à comportement non-linéaire. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01492462

**HAL Id: hal-01492462**

**<https://hal.science/hal-01492462>**

Submitted on 20 Mar 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Une approche fiabiliste fonction du temps appliquée aux structures navales corrodées à comportement non-linéaire

**Mikaël Cazuguel — Jean-Yves Cognard**

*Laboratoire de Mécanique des Structures Navales, ENSIETA*

*2 rue François Verny*

*F-29806 Brest Cedex 9*

*cazugumi@ensieta.fr, jean-yves.cognard@ensieta.fr*

---

*RÉSUMÉ. Les conséquences des effets de corrosion pouvant être catastrophiques pour les structures navales, leur prise en compte s'avère nécessaire. La corrosion présentant une variabilité temporelle et spatiale, à laquelle s'ajoute le caractère aléatoire et dépendant du temps des données matériaux, des conditions environnementales et des chargements, elle nécessite des stratégies adaptées des points de vues fiabilistes et mécaniques. Dans ce papier, nous proposons une approche mécanique par éléments finis non-linéaires 2D permettant une modélisation de la perte d'épaisseur locale, évitant l'utilisation de re-maillages successifs. Une analyse fiabiliste fonction du temps d'une plaque corrodée soumise à un chargement stochastique est menée pour valider la stratégie proposée. Elle est effectuée via la méthode PHI2, dont deux formulations sont comparées.*

*ABSTRACT. As corrosion effects can lead to catastrophic consequences in naval structures, methods to take it into account are a source of concern. Its variability in time and space, in addition to the consideration of random and temporal character of material behaviours, environmental conditions and loads, requires adapted strategies from mechanical and reliability points of view. In this paper, we propose a 2D non-linear finite element mechanical approach modelling local decreases of the safe thickness, avoiding successive re-meshing. A time-variant reliability analysis of a corroded plate submitted to a stochastic load is carried out to validate the propounded strategy. The reliability analyses are post-treated in a time-variant way by the PHI2 method, whose two existing formulations are compared in terms of stability and convergence speed.*

*MOTS-CLÉS : Fiabilité fonction du temps, chargement stochastique, simulations non-linéaires par éléments finis, corrosion.*

*KEYWORDS: Time-variant reliability, stochastic load, non-linear simulations with finite element, corrosion.*

---

## 1. Introduction

Ce papier présente une stratégie de prise en compte de la corrosion évitant les remaillages successifs. Nous proposons d'utiliser une approche mécanique 2D, modélisant de façon continue la perte d'épaisseur classiquement considérée. Cette approche est compatible avec l'analyse éléments finis (E.F.) pour des matériaux non-linéaires, couplée aux analyses fiabilistes fonction du temps. Celles-ci s'effectuent par la méthode PHI2, présentée dans (Andrieu-Renaud *et al.*, 2002) et améliorée par (Sudret, 2005). Le couplage entre fiabilité fonction du temps et E.F. non-linéaires présenté dans (Cazuguel *et al.*, 2006) est ici étendu à l'analyse fiabiliste d'une plaque corrodée pour valider la stratégie proposée.

## 2. Méthodes fiabilistes fonction du temps

### 2.1. Problème fiabiliste fonction du temps

Notons  $\mathbf{X}(t, \omega)$  l'ensemble des variables aléatoires et utilisons la fonction de performance classique  $G(t, \mathbf{X}(t, \omega))$ . Une analyse fiabiliste instantanée à  $T$  revient à :

$$P_{f,i}(T) = \text{prob}(G(T, \mathbf{X}(T, \omega)) \leq 0) \quad [1]$$

Cette probabilité de défaillance instantanée  $P_{f,i}$  diffère de la probabilité de défaillance cumulée  $P_{f,c}$  sur  $[0, T]$  qui s'exprime par :

$$P_{f,c}(0, T) = \text{prob}(\exists \tau \in [0, T], \text{ tel que } G(\tau, \mathbf{X}(\tau, \omega)) \leq 0) \quad [2]$$

Cependant, lorsque  $G$  est décroissante sur  $[0, T]$ ,  $P_{f,i}$  et  $P_{f,c}$  coïncident :

$$P_{f,c}(0, \tau) = P_{f,i}(\tau) \quad \forall \tau \leq T \quad [3]$$

Lorsque cette propriété n'est pas applicable, l'approche courante d'évaluation de  $P_{f,c}$  consiste en l'évaluation du taux de franchissements qui peut s'exprimer par :

$$v^+(t) = \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0, \Delta\tau > 0} \frac{\text{prob}(A \cap B)}{\Delta\tau} \text{ avec } \begin{cases} A = \{G(t, \mathbf{X}(t, \omega)) > 0\} \\ B = \{G(t + \Delta\tau, \mathbf{X}(t + \Delta\tau, \omega)) \leq 0\} \end{cases} \quad [4]$$

La probabilité de défaillance cumulée peut alors être encadrée par :

$$\max_{0 \leq t \leq T} \left[ P_{f,i}(t) \right] \leq P_{f,c}(0, T) \leq P_{f,i}(0) + \int_0^T v^+(t) dt \quad [5]$$

### 2.2. Méthode PHI2

Notons  $\beta$ ,  $\alpha$  et  $\mathbf{u}^*$  l'indice de fiabilité, les vecteurs des cosinus directeurs et des coordonnées du point de conception. La corrélation entre  $A$  et  $B$  [4] s'exprime par :

$$\rho_{GG}(t, t + \Delta\tau) = -\alpha(t) \cdot \alpha(t + \Delta\tau) \quad [6]$$

En considérant la loi binormale  $\Phi_2$ , le taux de franchissements, évalué par la méthode PHI2 en considérant [4] comme un système parallèle, peut alors s'écrire :

$$v_{PHI2}^+(t) = \frac{\Phi_2(\beta(t), -\beta(t + \Delta\tau), \rho_{GG}(t, t + \Delta\tau))}{\Delta\tau} \quad [7]$$

Pour diminuer la sensibilité de [7] au choix de  $\Delta\tau$ , la probabilité intervenant dans [4] a été reconsidérée par (Sudret, 2005) pour aboutir à la formulation :

$$v_{PHI2}^{+,new}(t) = \|\bar{\alpha}'(t)\| \cdot \varphi(\beta(t)) \cdot \Psi\left(\frac{\beta'(t)}{\|\bar{\alpha}'(t)\|}\right) \text{ avec } \Psi(x) = \varphi(x) - x \cdot \Phi(-x) \quad [8]$$

### 3. Modèle mécanique

#### 3.1. Simulations 2D non-linéaires avec évolution temporelle de l'épaisseur

Considérons une structure occupant un domaine  $\Omega$ . A chaque instant  $t \in [0, T]$ , le déplacement  $U_d$  et la force surfacique  $f_t$  sont données sur  $\partial_d\Omega$  et  $\partial_t\Omega$ . Ces données ainsi que le déplacement  $U$ , la déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}$  et la contrainte  $\boldsymbol{\sigma}$  sont définies sur  $\Omega^*[0, T]$  et solutions du problème : trouver  $U$  et  $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $M \in \Omega$ , vérifiant  $\forall t \in [0, T]$  :

$$\text{- la cinématique : } U|_{\partial_d\Omega} = U_d \text{ + "régularité"} \quad [9]$$

$$\text{- l'équilibre : } \int_{\Omega} \text{Tr}[\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}(U^*)] d\Omega = \int_{\partial_t\Omega} f_t \cdot U^* dS \quad \forall U^* \in \{U, U|_{\partial_d\Omega} = 0\} \quad [10]$$

$$\text{- le comportement : } \boldsymbol{\varepsilon}(\dot{U})_t = \mathbf{A}(\boldsymbol{\sigma}(\zeta), \zeta \leq t) \quad (\mathbf{A}, \text{opérateur matériau}) \quad [11]$$

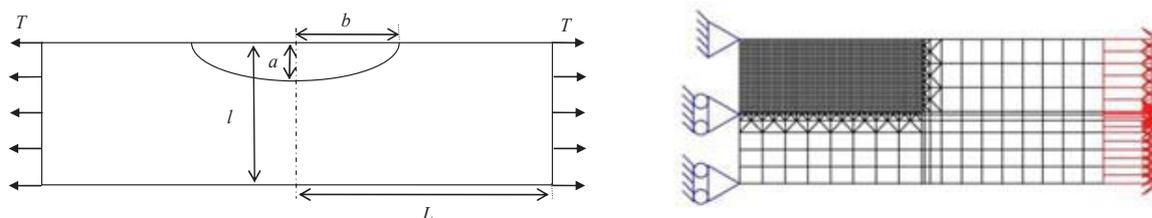
Classiquement, cette analyse est effectuée via une séquence discrète (Cognard *et al.*, 2004). Pour un problème 2D, on peut supposer,  $z$  étant la normale au plan :

$$\int_{\Omega} X d\Omega = \int_S X \left\{ \int_z dz \right\} dS \quad [12]$$

Dans le cas d'effets de corrosion, la contribution des forces internes aux points d'intégration doit ainsi être multipliée par la contribution de la variation d'épaisseur supposée connue à chaque instant. Cette approche, qui ne modifie pas l'intégration de la relation de comportement, a été implémentée dans CAST3M<sup>®</sup>.

#### 3.2. Modèle éléments finis

Considérons une plaque mince corrodée elliptiquement, avec matériau élasto-plastique à écrouissage isotrope linéaire, sous traction  $T$  (figure 1).



**Figure 1.** problème mécanique étudié et modélisation E.F. associée

L'évolution de la corrosion est modélisée par un produit de fonctions spatiale et temporelle [13], en première approximation de (Guedes Soares *et al.*, 1999).

$$e(M, t) = f(t).g(M) \text{ avec } \begin{cases} f(t) = \text{prof. corr. à } t / \text{prof. corr. à } t = 15 \text{ ans} \\ g(M) = \text{épaisseur de la plaque à } t = 15 \text{ ans} \end{cases} \quad [13]$$

Pour représenter le chargement stochastique appliqué à la plaque, on adopte la méthode EOLE qui peut se ramener à [14], (Sudret *et al.*, 2000).

$$X(t, \omega) = m_X(t) + \sigma_X(t) \cdot \sum_{i=1}^r \xi_i(\omega) \phi_i^T C_{t,t_i}(t) / \sqrt{\lambda_i} \quad [14]$$

#### 4. Analyse fiabiliste

L'analyse fiabiliste est effectuée par couplage direct entre PHIMECA<sup>®</sup> (PHIMECA, 2005) et CAST3M<sup>®</sup> (CAST3M, 2004). Considérons, en sus de la variabilité du chargement, 6 variables aléatoires (tableau 1). Le scénario de défaillance est tel que le maximum de la déformation plastique cumulée  $p_{max}(t)$  dépasse une certaine limite  $p_{lim}$ . On associe à ce scénario la fonction de performance  $G_e$ , dont la décroissance induit l'égalité entre  $P_{f,i}$  et  $P_{f,c}$  [3]:

$$G_e(t) = p_{lim} - p_{max}(t) \quad [15]$$

Type	Variable	Distrib.	Moy.	E.T.
Corrosion	½ petit axe de l'ellipse $a$ (mm)	Gauss	0.5	10%
	½ grand axe de l'ellipse $b$ (mm)	Gauss	2.5	
	Prof. de corrosion max. $e_c$ (mm)	Gauss	0.5	
	Durabilité de la peinture $T_c$ (ans)	Gauss	5	
Matériaux	Déformation plastique limite $p_{lim}$	Gauss	1.E-2	10%
	Limite élastique initiale $\sigma_y$ (MPa)	Gauss	400	5%
Chargement	Chargement aléatoire $P$ (N)	Gauss	800	5%
	Ch. Sto. Moy. 800N, E.T. 5% $\xi_i(\omega)$	Gauss	0	1

**Tableau 1.** Paramètres et distributions des variables aléatoires considérées

#### 4.1. Résultats fiabilistes sous l'hypothèse d'un chargement aléatoire

Les probabilités de défaillance obtenues sous chargement aléatoire avec les deux formulations PHI2 pour différents pas de temps  $\Delta\tau$  sont présentées figures 2 & 3. Comme démontré par (Sudret, 2005), la nouvelle méthode PHI2 se révèle beaucoup moins sensible à la discrétisation temporelle. Par conséquent, seule celle-ci sera utilisée pour traiter le cas du chargement stochastique.

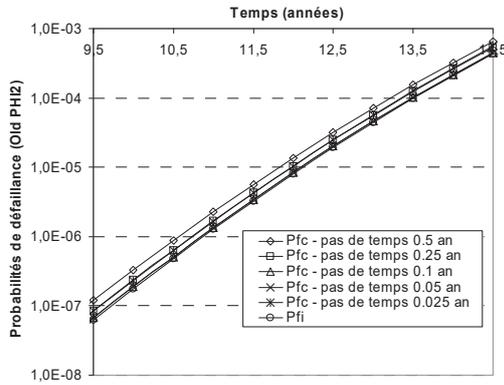


Figure 2. Evolution des  $P_f$  avec l'ancienne méthode PHI2

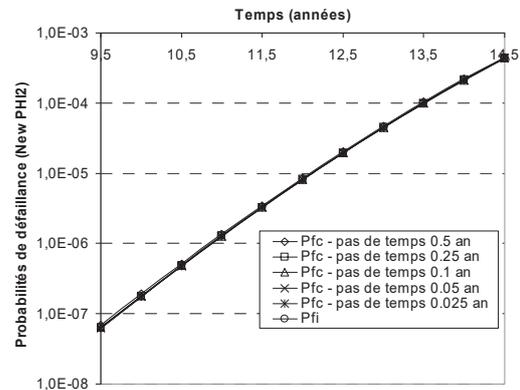


Figure 3. Evolution des  $P_f$  avec la nouvelle méthode PHI2

#### 4.2. Résultats fiabilistes sous l'hypothèse d'un chargement stochastique

L'ajout des variables nécessaires à la discrétisation EOLE (ordre d'expansion  $r = 15$  pour  $\Delta\tau = 0,05$ an et longueur de corrélation d'un an) augmente d'un facteur 3 le temps calcul, mais correspond à un chargement plus réaliste. En effet, les pics d'effort intrinsèques au chargement stochastique ont une influence importante sur la fiabilité de la structure (figure 4), de par l'activation précoce de sites plastiques.

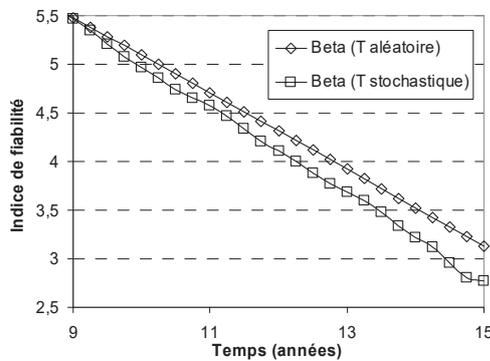


Figure 4. Evolutions de Beta

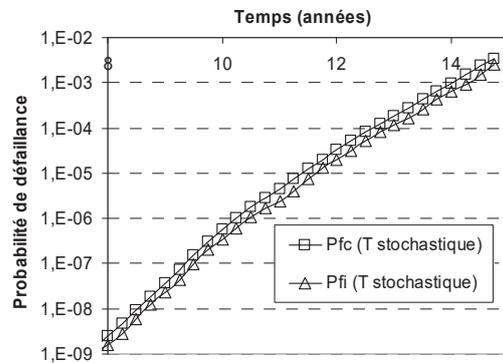


Figure 5. Evolutions de  $P_{f,i}$  et  $P_{f,c}$

Lorsqu'on compare  $P_{f,i}$  et  $P_{f,c}$  (figure 5), on remarque une légère sur-évaluation de  $P_{f,c}$ . Plusieurs causes numériques, telles que la précision insuffisante de la discrétisation temporelle, l'incompatibilité de la longueur de corrélation du processus stochastique avec la vitesse d'évolution de la corrosion ou la prise en compte fiabiliste délicate des paliers élasto-plastiques, peuvent l'expliquer.

## 5. Conclusion

Ce papier présente une application du couplage mécano-fiabiliste dépendant du temps en présence de non-linéarités matériaux pour des structures sujettes à la corrosion. Ce problème de corrosion des structures navales est abordé à travers l'exemple d'une plaque corrodée soumise à un chargement stochastique. L'approche proposée permet de prendre en compte une perte d'épaisseur induite par la corrosion dans un modèle E.F. non-linéaire 2D, dont les principaux avantages sont l'absence de procédure de re-maillage, la conservation de la procédure de résolution E.F. classique et la compatibilité avec la prise en compte de phénomènes stochastiques.

## Bibliographie

- Andrieu-Renaud C., Sudret B., Lemaire, M., « The PHI2 method: A way to compute time-variant reliability », *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 84, 2002, p. 75-86.
- CAST3M®, *Cast3m : Documentation*, EUROSIM / CEA SEMT, 2004.
- Cazuguel M., Renaud C., Cognard, J.Y., « Time-variant reliability of non-linear structures : Application to a representative part of a plate floor », *Quality and Reliability Engineering (special issue on Maritime Risk Modelling and Decision Making)*, vol. 22, 2006, p. 101-118.
- Cognard J.Y., Poulhalec A., Thomas F., Verpeaux P., « A parallel environment and associated strategies in structural non-linear analysis », *Progress In Engineering Computational Technology*, Eds. B.H.V. Topping & C.A. Mota Soares, Saxe-Coburg Publications, ISBN 1-874672-22-9, 2004, Chapter 14, pp 323-352.
- Guedes Soares C., Garbatov Y., « Reliability of maintained, corrosion protected plates subjected to non-linear corrosion and compressive loads », *Marine Structures*, vol. 12, 1999, p. 425-445.
- PHIMECA® Engineering S.A., *PHIMECA Software Version 2.5 User's Manual*, 2005.
- Sudret B., « Analytical derivation of the outcrossing rate in time-variant reliability problems. Reliability and Optimization of Structural Systems », *12th WG 7.5 IFIP Conference*, 2005, Aalborg, Denmark.
- Sudret B., Der Kiureghan A., « Stochastic Finite Element Methods and Reliability. A State-of-the-Art Report », Report No. UCB/SEMM-2000/08, 2000, University of California, Berkeley. <http://www.ce.berkeley.edu/~haukaas>