



**HAL**  
open science

## Modélisation de la thermomécanique dans un système multi-contacts

Claudia Cogné, Jérôme Fortin, Mohamed Guessasma, Emmanuel Bellenger,  
Patrice Coorevits

► **To cite this version:**

Claudia Cogné, Jérôme Fortin, Mohamed Guessasma, Emmanuel Bellenger, Patrice Coorevits. Modélisation de la thermomécanique dans un système multi-contacts. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01491493

**HAL Id: hal-01491493**

**<https://hal.science/hal-01491493>**

Submitted on 17 Mar 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Modélisation de la thermomécanique dans un système multi-contacts

**C. Cogné — J. Fortin\* — M. Guessasma — E. Bellenger — P. Coorevits**

*Laboratoire des Technologies Innovantes (EA - 3899)  
Université de Picardie Jules Verne  
IUT de l'Aisne 48 rue d'Ostende, Saint-Quentin 02100, France*

*\* INSSET 48 rue Raspail, Saint-Quentin 02100, France  
claudia.cogne@u-picardie.fr*

---

*RÉSUMÉ. On se propose dans ce travail d'étudier l'évolution dynamique des transferts de chaleur dans un système multi-contacts sous contrainte thermique. L'analyse bibliographique a montré l'importance, d'un point de vue thermique, des interfaces entre 2 corps en contact frottant. L'objectif de l'étude est de mieux appréhender les phénomènes thermiques dans un système composé d'un grand nombre de particules. La prise en compte des transferts de chaleur nécessite la détection des contacts entre les particules, recherche réalisée à partir d'une approche Eléments Discrets basée sur la méthode de Dynamique des Contacts et sur la méthode du bipotentiel.*

*ABSTRACT. In this work we propose to study the dynamical evolution of heat transfer in a multi-contact system under thermal constraint. From the thermal point of view, the bibliographical analysis has shown the importance of interfaces between two bodies in contact. The aim of this work is to better understand heat transfer in a system composed of a large number of particles. Heat transfer requires contacts detection between particles. Therefore, we propose to use the Discrete Elements Method (DEM) based on the Contact Dynamics method and on the bipotential method.*

*MOTS-CLÉS : contact frottant non linéaire ; multi-contacts ; thermique*

*KEYWORDS: non-smooth frictional contact; multi-contact; thermic*

---

## 1. Introduction

L'objectif de l'étude est de mieux appréhender les phénomènes thermiques dans un système composé d'un grand nombre de particules. Notre travail consiste à modéliser le transfert thermique par conductance dans une approche type Eléments Discrets (ED). L'originalité du code MULTICOR consiste à utiliser comme solveur de contact le bipotentiel initié par de Saxcé [SAX 98]. De plus, il utilise le concept NSCD développé par M. Jean et J.-J Moreau [MOR 94][JEA 99], ce qui permet de modéliser correctement les effets dynamiques mais aussi de travailler avec un pas de discrétisation très grand ( $\Delta t \approx 10^{-3}$ ) en comparaison avec les codes explicites ( $\Delta t \approx 10^{-7}$ ). Dans le cadre des travaux menés sur le comportement thermique d'un système multi-contacts, les transferts thermiques dépendent de divers paramètres comme la porosité, l'état des particules, la distribution des efforts de contact, la nature de chaque phase et la structure du milieu. Dans notre étude, la prise en compte des flux de chaleur échangés se fait essentiellement par le biais de la conductance de contact, calculée à partir de la théorie de Hertz [WAT 02a]. Cette théorie tient compte des caractéristiques thermomécaniques du matériau et des efforts de contact.

## 2. Résolution mécanique : méthodes des Eléments Discrets

La méthode la plus générale des Eléments Discrets (ED) permet de modéliser des particules réellement déformables et de formes complexes (depuis l'ellipsoïde jusqu'au polygone). Nous nous limitons ici au cas "simple" de particules sphériques non-déformables et non-pénétrables. En choisissant comme paramètres de configuration  $q$ , les coordonnées du centre de gravité des grains et les rotations d'Euler, les termes gyroscopiques et centrifuges sont nuls et la matrice de masse généralisée  $M$  du système ne dépend pas de  $q$  et est diagonale par bloc. L'équation à modéliser s'écrit donc :

$$M\ddot{q} = F_{ext}(q, \dot{q}, t) + R^\alpha, \quad [1]$$

où  $F_{ext}$  représentent les efforts extérieurs explicitement connus et  $R^\alpha$  les efforts intérieurs associés aux réactions de contact a priori inconnues. Le cycle de calcul est un algorithme de type "pas à pas" qui requiert la répétition d'un schéma de résolution. Dans un système composé de  $p$  particules, c'est la portée maximale des interactions qui constitue le paramètre critique pour le temps de modélisation. Plus la portée des interactions est importante, et plus il faudra tester d'interactions possibles entre les grains. MULTICOR utilise la méthode de partitionnement couplée à une table de connectivité [FOR 03]. Cette technique permet de réduire considérablement le volume de calcul. Cette fois-ci, le nombre d'opération ne croît plus comme  $O(p^2)$  mais seulement comme  $O(p)$ , ce qui est quasi-optimal.

A chaque paire de particules  $\Omega_i$  et  $\Omega_j$  candidates au contact, est associée un référentiel local dont les axes sont orientés suivant les deux vecteurs unitaires  $\underline{n}$  et  $\underline{t}$ , respectivement normal et tangent au plan de contact. La normale  $\underline{n}$  est dirigée de  $\Omega_j$

vers  $\Omega_i$ . Les variables mises en dualité sont  $\underline{\dot{u}}$ , la vitesse relative locale de  $\Omega_i$  par rapport à  $\Omega_j$ , et la réaction de contact  $\underline{r}$  de  $\Omega_j$  sur  $\Omega_i$ . Elles se décomposent dans la base locale par :

$$\underline{\dot{u}} = \underline{\dot{u}}_t + \dot{u}_n \cdot \underline{n}, \quad \underline{r} = \underline{r}_t + r_n \cdot \underline{n}, \quad [2]$$

où  $\dot{u}_n$  est la vitesse de séparation normale,  $\underline{\dot{u}}_t$  la vitesse de glissement,  $r_n$  la pression de contact et  $\underline{r}_t$  la force d'adhérence. L'introduction du frottement de Coulomb conduit à un problème de complémentarité non linéaire qui ne peut être résolu par une méthode de programmation linéaire. Contrairement à l'approche usuelle, la méthode du bipotentiel conduit à un seul principe variationnel et une seule inégalité. A partir de l'algorithme d'Usawa, on aboutit à un algorithme de résolution de la loi constitutive basé sur le schéma prédicteur-correcteur suivant :

$$\begin{aligned} \text{prédicteur : } \quad \underline{\tau}^{i+1} &= \underline{r}^i - \rho^i [\underline{\dot{u}}_t^i + (\dot{u}_n^i + \mu || - \dot{u}_t^i ||) \cdot \underline{n}], \\ \text{correcteur : } \quad \underline{r}^{i+1} &= \text{proj}(\underline{\tau}^{i+1}, K_\mu) \end{aligned} \quad [3]$$

où la projection sur le cône de Coulomb  $K_\mu$  conduit, suivant la valeur de  $\underline{\tau}$ , à l'un des trois statuts : non contact, contact avec adhérence ou contact avec glissement. Classiquement, à chaque pas de temps, l'ensemble des forces de contact du système est déterminé itérativement par la méthode dite des équilibres successifs qui est basée sur un algorithme de type Gauss-Seidel pour la version 2D. Chaque force de contact est calculée en adoptant des valeurs provisoires des forces sur les autres contacts. La convergence est obtenue quand chaque force interparticulaire vérifie la loi de contact unilatéral avec frottement sec.

### 3. Modélisation du transfert thermique par conductance

Notre modélisation repose sur l'analyse des phénomènes thermiques mis en jeu par contact : les transferts par conduction, par convection ainsi que le rayonnement, seront négligés lors de cette étude. Le mode de transfert par contact résulte du contact particule-particule ou entre particule-paroi. Le contact parfait avec un seul point de contact entre 2 particules est réalisé dans le cas où on a la continuité des températures et la continuité des flux de chaleur. Le flux de chaleur transféré,  $\varphi$ , est directement proportionnel au coefficient de transfert  $H_c$ , appelé conductance de contact (eq. 4).

$$\varphi = H_c^\alpha (T_j - T_i) \quad [4]$$

où  $T_i$  et  $T_j$  sont respectivement les températures des particules  $i$  et  $j$ . La prise en compte de ce mode de diffusion nécessite la détection des contacts entre les particules, recherche réalisée à partir de MULTICOR. Ce phénomène est particulièrement délicat à quantifier puisque la conductance de contact est une donnée empirique. Les données bibliographiques sont rares et fortement influencées par la nature et les diverses propriétés des éléments en contact. Laguerre et al. [LAG 06] ont déterminé la conductance de contact expérimentalement à partir d'un bilan énergétique sur 2 sphères en contact. Schlunder et al., cités dans les travaux de Laguerre [LAG 06], définissent une

corrélation semi-empirique entre la conductance de contact et les conductivités thermiques des particules et du milieu ambiant. Enfin, Watson et al. [WAT 02b] calculent la conductance à partir de la théorie de Hertz (eq. 5). Nous retiendrons cette théorie pour déterminer la valeur de la conductance du contact  $\alpha$ .

$$H_c^\alpha = 2\lambda \left( \frac{3r_n^\alpha a^*}{4E^*} \right)^{\frac{1}{3}} \quad [5]$$

où  $\lambda$  est la conductivité thermique,  $\frac{1}{a^*}$  le rayon effectif et  $\frac{1}{E^*}$  le module d'Young effectif. Afin de modéliser le comportement thermique de chaque particule à partir des flux transférés, nous adopterons les hypothèses suivantes : les matériaux des particules sont homogènes de sorte que les propriétés thermophysiques (masse volumique, chaleur massique et conductivité thermique) soient isotropes ; les transferts de masse et les variations de volume (contraction ou expansion) sont négligeables ; l'hypothèse de la température homogène dans chaque particule est vérifiée si la résistance des transferts thermiques à l'intérieur de chaque particule est significativement inférieure à la résistance thermique de deux particules en contact,  $B_i = \frac{H_c}{\lambda \pi a_i} \ll 1$  où  $B_i$  est le nombre adimensionnel de Biot. Cette hypothèse sera vérifiée à posteriori en statique en comparant les résultats de notre modèle à ceux d'un logiciel type éléments finis (CAST3M) permettant de mailler chaque particule et de s'intéresser aux gradients thermiques dans chaque particule (cf partie application). Ainsi, l'énergie accumulée au sein de la sphère  $i$  peut s'écrire sous la forme suivante (eq. 6) :

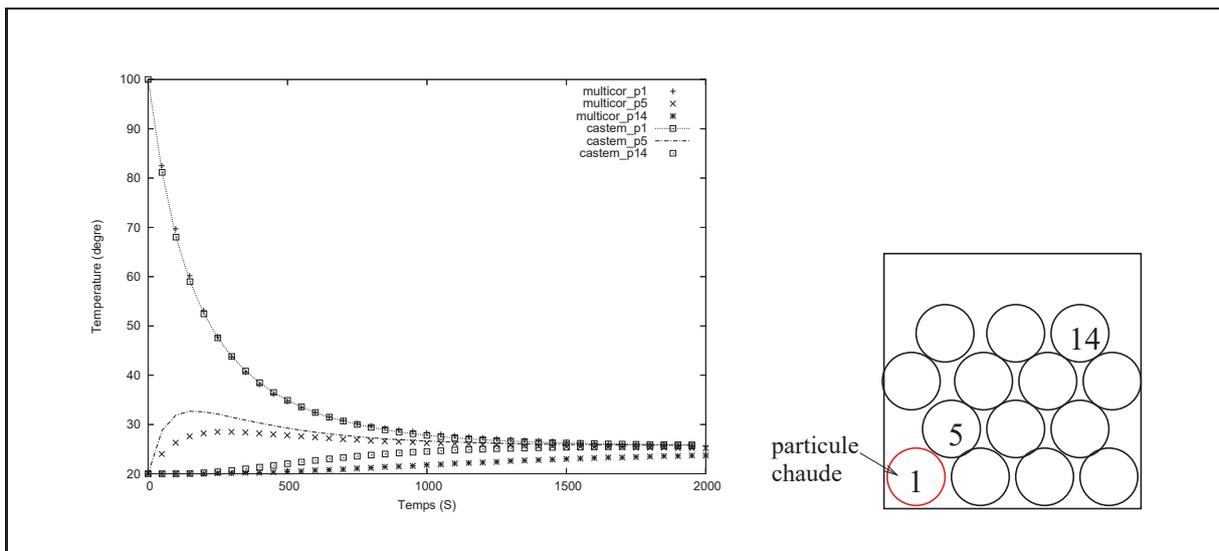
$$m_i c_p \frac{dT_i}{dt} = \sum_{j=1}^{\alpha} H_c^j (T_j - T_i) \quad [6]$$

où  $\alpha$  est le nombre de contact avec la particule  $i$  et  $m_i$  la masse de la particule. Nous obtenons alors l'algorithme utilisé dans MULTICOR, en mettant en évidence le solveur non linéaire :

$$\left[ \begin{array}{l} n = n + 1 \quad (\text{pas de temps : h}) \\ \text{Evaluation de la position des particules } \mathbf{q}_n \\ \text{Détection des contacts } \alpha \\ \text{Evaluation des vitesses libres (sans contact) } \dot{\mathbf{q}}_{n_{libre}} \\ \left[ \begin{array}{l} it = it + 1 \quad (\text{itérations solveur bipotentiel}) \\ \left[ \begin{array}{l} \alpha = \alpha + 1 \quad (\text{boucle des contacts}) \\ \text{Evaluation des réactions de contacts } r^{\alpha, it+1} \end{array} \right. \\ \text{Indicateur d'erreur} \\ \text{Evaluation de la conductance } H_c^\alpha \\ \text{Evaluation des températures } T_i^{n+1} \end{array} \right. \\ \text{Evaluation des vitesses } \dot{\mathbf{q}}_{n+1} \end{array} \right.$$

## 4. Applications

Une première application a été réalisée sur un système particulaire obtenu par empilement triangulaire de 14 particules de taille identique et de forme circulaire (rayon de 1mm). Nous supposons initialement que la particule 1 est portée à 100°C et que les 13 restantes sont à une température de 20°C (figure 1). La modélisation de ce système simple permet dans un premier temps d'étudier, d'un point de vue uniquement thermique, la diffusion du flux de chaleur par conductance dans un milieu discret. Afin de vérifier que cette hypothèse n'est pas trop restrictive, nous avons comparé les résultats obtenus avec CAST3M, figure 1. Pour ce dernier, seule la modélisation de l'évolution du flux thermique par conduction a été prise en compte. A travers cette comparaison, nous avons pu ainsi vérifier que la part de la résistance thermique au sein de la particule est négligeable par rapport à la résistance de contact entre particules. Cette dernière hypothèse a pu être vérifiée en étudiant l'évolution des températures aux centres des particules 1, 3 et 14 par rapport au temps. Les résultats obtenus à la fois avec MULTICOR et CAST3M semblent valider la modélisation par conductance du flux thermique. La deuxième application propose l'évolution du flux de chaleur au

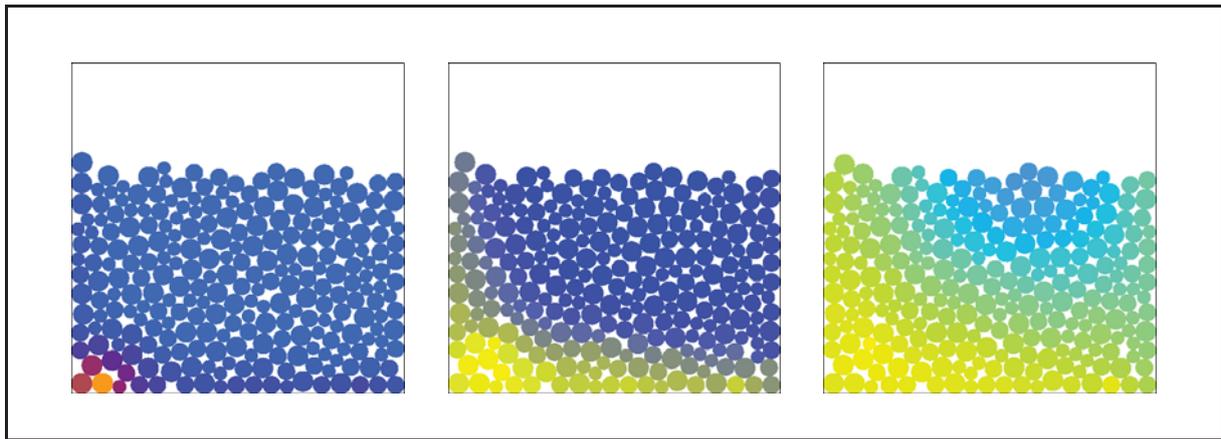


**Figure 1.** Evolution de la température pour les particules 1,5 et 14.

sein d'un système particulaire de 256 particules. Le système a été initialement sédimenté par gravité. Le système est constitué de trois tailles de particules compris entre 1 et 2 mm. 3 particules en bas à gauche ont été chauffées. La figure 2 montre pour différents temps l'évolution de la température. On constate que le flux de chaleur évolue de façon non homogène dans le système, du fait de la prise en compte des efforts de contact pour identifier  $H_c$ .

## 5. Conclusion

Cette étude a permis d'intégrer dans le code de calcul MULTICOR, les transferts thermiques par contacts. On a pu montrer ainsi l'influence de la distribution des efforts



**Figure 2.** Evolution de la température dans un système multi-contacts.

de contacts sur la répartition du flux de chaleur. D'autre part la comparaison des résultats obtenus avec MULTICOR et le code de calcul Eléments Finis CAST3M a permis de valider l'hypothèse faite sur les échanges de chaleur. A cours terme, nous envisageons d'intégrer les autres phénomènes de transfert thermique tels que la convection et le rayonnement.

## 6. Bibliographie

- [FOR 03] FORTIN J., COOREVITS P., *Stratégie de calcul du pas optimal pour une modélisation Eléments Discrets, Sixième Colloque National en Calcul des Structures, Giens, 20-23 mai 2003.*
- [FOR 05] FORTIN J., MILLET O., DE SAXCÉ G., « Numerical simulation of granular materials by an improved discrete element method », *Int. J. Numer. Meth. Engng*, vol. 62, 2005, p. 639-663.
- [JEA 99] JEAN M., « The non-smooth contact dynamics method », *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 177, 1999, p. 235-257.
- [LAG 06] LAGUERRE O., AMARA S. B., FLICK D., « Heat transfer between wall and packed bed crossed by low velocity airflow », *Applied Thermal Engineering*, vol. 26, 2006, p. 1951-1960.
- [MOR 94] MOREAU J.-J., « Some numerical methods in multibody dynamics : application to granular materials », *Eur.J. Mech., A/Solids*, vol. 13, 1994, p. 93-114.
- [SAX 98] DE SAXCÉ G., FENG Z.-Q., « The bipotential method : a constructive approach to design the complete contact law with friction and improved numerical algorithms », *Math. Comput. Modelling*, vol. 28, 1998, p. 225-245.
- [WAT 02a] WATSON L. V., MCCARTHY J., « Conductivity of granular media with stagnant interstitial fluids via thermal particle dynamics simulation », *International Journal of Heat and Mass Transfert*, vol. 45, 2002, p. 4847-4856.
- [WAT 02b] WATSON L. VARGAS J. M., « Stress effects on the conductivity of particulate beds », *Chemical Engineering Science*, vol. 57, 2002, p. 3119-3130.