



HAL
open science

Application de X-FEM et des level-sets à l'homogénéisation de matériaux aléatoires caractérisés par imagerie numérique

Irina Ionescu, Nicolas Moes, Patrice Cartraud, Marianne Béringhier

► **To cite this version:**

Irina Ionescu, Nicolas Moes, Patrice Cartraud, Marianne Béringhier. Application de X-FEM et des level-sets à l'homogénéisation de matériaux aléatoires caractérisés par imagerie numérique. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01491492

HAL Id: hal-01491492

<https://hal.science/hal-01491492>

Submitted on 17 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Application de X-FEM et des level-sets à l'homogénéisation de matériaux aléatoires caractérisés par imagerie numérique

Irina Ionescu — Nicolas Moës — Patrice Cartraud — Marianne Béringhier

*GeM (Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique, UMR CNRS 6183)
Ecole Centrale de Nantes
BP 92101
F-44321 Nantes Cedex 3*

{irina.ionescu,nicolas.moes,patrice.cartraud,marianne.beringhier}@ec-nantes.fr

RÉSUMÉ. La caractérisation des matériaux est en progrès constant, ce qui implique un niveau de développement similaire des méthodes numériques utilisées. Ce travail présente une application de la méthode X-FEM couplée aux level-sets pour la résolution de problèmes de micro-mécanique. Les level-sets sont utilisées pour réaliser le traitement de l'image, puis exploitées dans le calcul X-FEM où le maillage peut ne pas respecter l'interface matériau. Un exemple d'homogénéisation est présenté.

ABSTRACT. The advances of material characterization by means of imaging techniques require powerful computational methods for numerical analyses. This paper focuses on the advantages of coupling the X-FEM and level sets to solve microstructures with complex geometry. The level set information is obtained from a digital image and then used within a X-FEM computation, where the mesh does not need to conform to the material interface. An example of homogenization is presented.

MOTS-CLÉS : X-FEM, level set, analyse d'image, homogénéisation.

KEYWORDS: X-FEM, level set, image analysis, homogenization.

1. Introduction

Grâce aux méthodes récentes de caractérisation des matériaux, il est possible d'obtenir des images numériques de leur microstructure avec une grande précision. L'objectif de ce travail est de proposer une méthode d'homogénéisation de cette microstructure, dans laquelle cette image numérique est exploitée directement. Pour ce faire, les multiples avantages de la méthode X-FEM couplée avec les level-sets sont utilisés. En effet, la méthode des level-sets est très bien adaptée au traitement de l'image, l'identification des différentes phases de la microstructure étant obtenue par un processus de segmentation. La méthode X-FEM, quant à elle, permet de s'affranchir des problèmes de maillage, puisqu'elle peut gérer la présence d'une discontinuité à l'intérieur des éléments finis, en l'occurrence l'interface entre deux matériaux. L'ensemble de la méthodologie est décrit figure 1.

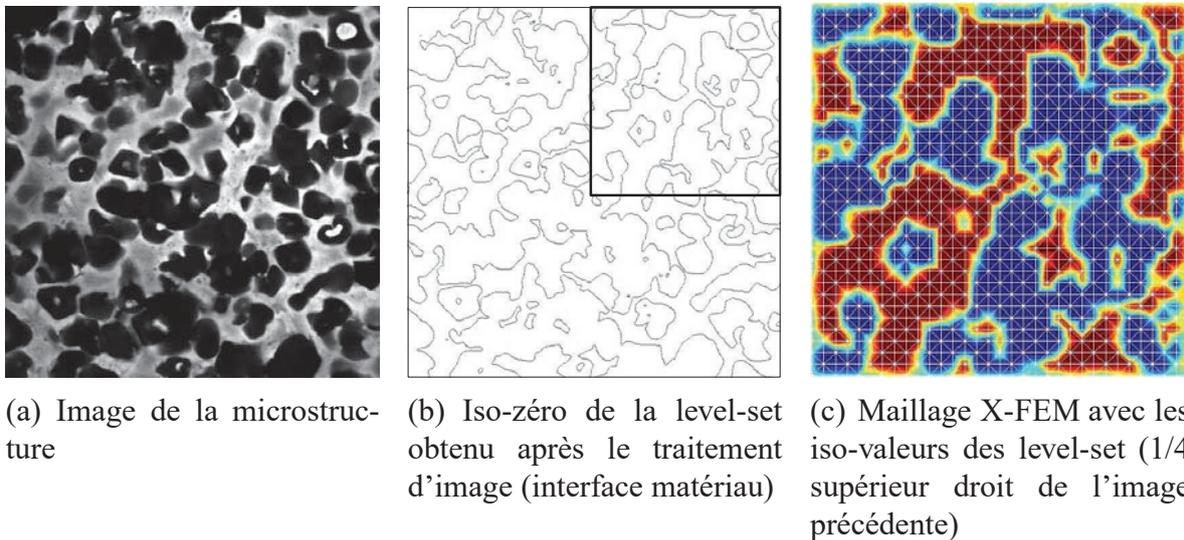


Figure 1. Les différentes étapes de la méthodologie

La méthode X-FEM couplée aux level-sets a déjà été appliquée à la résolution de problèmes de micromécanique (Moës *et al.*, 2003), mais sur des géométries où les interfaces matériau étaient décrites de manière analytique. Ces travaux sont ici généralisés à une microstructure quelconque, dont une image numérique est disponible.

2. Description de la méthode

2.1. Acquisition de l'image : segmentation level-set

Les level sets s'avèrent très performantes pour la segmentation d'une image (Sethian, 1999). En pratique, l'utilisateur définit un contour initial, qui évolue à partir des niveaux de gris de l'image. L'équation régissant le mouvement de la level set $\phi(x, t)$ est donnée par :

$$\frac{d\phi}{dt} = -a|\nabla\phi| + b\kappa|\nabla\phi| - v \cdot \nabla\phi \quad [1]$$

où a est le paramètre pour la propagation, b agit sur le mouvement en fonction de la courbure κ du front, et v correspond à un mouvement de solide rigide. En pratique, le paramètre a dépend du point et est directement lié à la valeur du niveau de gris en ce point. En effet, c'est l'interface matériau qui est recherchée, chaque matériau étant caractérisé par une couleur (blanc ou noir). Le processus de segmentation est réalisé sur la base du logiciel Insight Toolkit (Ibanez *et al.*, 2005). Pour des microstructures complexes avec des phases très entremêlées, l'initialisation des level-sets est effectuée à partir de cercles de rayon "petit", en grand nombre, et placés de façon régulière sur toute l'image.

Le logiciel fournit en sortie la valeur de la level-set au centre de chaque pixel. Dans le cas d'un matériau bi-phasé, cette valeur correspond à la distance à l'interface matériau, affectée d'un signe + ou - selon la phase.

2.2. X-FEM

La méthode X-FEM est choisie ici, car elle permet d'utiliser un maillage ne respectant pas l'interface entre les différentes phases présentes dans la microstructure. Pour ce faire, une fonction d'enrichissement est ajoutée à l'interpolation élément fini classique, en exploitant les propriétés de la partition de l'unité :

$$\mathbf{u}^{\text{X-FEM}} = \sum_{\mathbf{I}} \mathbf{u}_{\mathbf{I}} \mathbf{N}_{\mathbf{I}}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}^{\text{enr}}, \quad \mathbf{u}^{\text{enr}} = \sum_{\mathbf{J}} \mathbf{a}_{\mathbf{J}} \mathbf{N}_{\mathbf{J}}(\mathbf{x}) \mathbf{F}(\mathbf{x}) \quad [2]$$

Ce sont les éléments traversés par l'interface qui sont enrichis, avec une fonction $F(\mathbf{x})$ traduisant la discontinuité des déformations. Plusieurs choix peuvent être envisagés, mais il est montré dans (Moës *et al.*, 2003), que c'est la fonction définie ci-après qui fournit les meilleurs résultats en terme de précision.

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{I}} |\phi_{\mathbf{I}}| \mathbf{N}_{\mathbf{I}}(\mathbf{x}) - \left| \sum_{\mathbf{I}} \phi_{\mathbf{I}} \mathbf{N}_{\mathbf{I}}(\mathbf{x}) \right| \quad [3]$$

où $\phi_{\mathbf{I}}$ est la valeur nodale de la level-set. Cette fonction est en 1D bi-linéaire avec une discontinuité de la dérivée au niveau de l'interface matériau.

2.3. Couplage X-FEM - level-set

Il est rappelé qu'en sortie de la phase d'acquisition d'image, les valeurs des level-sets sont données pour chaque pixel. Par simplicité, et en première approche, des maillages réguliers sont utilisés ici. La taille des éléments peut être supérieure au

pixel, auquel cas les valeurs des level-sets sont projetées sur le maillage. Il peut en résulter une perte de précision sur la géométrie de l'interface matériau.

A terme, pour optimiser la discrétisation, des maillages structurés non uniformes seront utilisés (avec une méthode de type octree), les éléments de petite taille étant situés au voisinage de l'interface, pour en conserver une bonne représentation géométrique.

2.4. Problèmes d'homogénéisation

Dans ce travail, l'objectif est de résoudre des problèmes aux limites sur des microstructures à géométrie complexe. Il est choisi à titre d'exemple de traiter des problèmes d'homogénéisation. Etant donné les matériaux étudiés, qui se caractérisent par une microstructure non régulière, une méthode d'homogénéisation de type modules effectifs est utilisée. Il s'agit plus particulièrement de l'approche en déformations (Suquet, 1985), dans laquelle la macro-déformation E est une donnée. Les équations du problème s'écrivent (Y désigne le volume élémentaire représentatif) :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{y}) = \mathbf{0} & \text{dans } Y \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{y}) = \mathbf{a}(\mathbf{y}) : \mathbf{e}(\mathbf{y}) = \mathbf{a}(\mathbf{y}) : (\mathbf{E} + \mathbf{e}(\mathbf{u}^m(\mathbf{y}))) & \text{dans } Y \\ \mathbf{e}(\mathbf{u}^m) = \operatorname{grad}_s(\mathbf{u}^m) & \text{dans } Y \\ \mathbf{u}^m = 0 & \text{sur } \partial Y \end{cases} \quad [4]$$

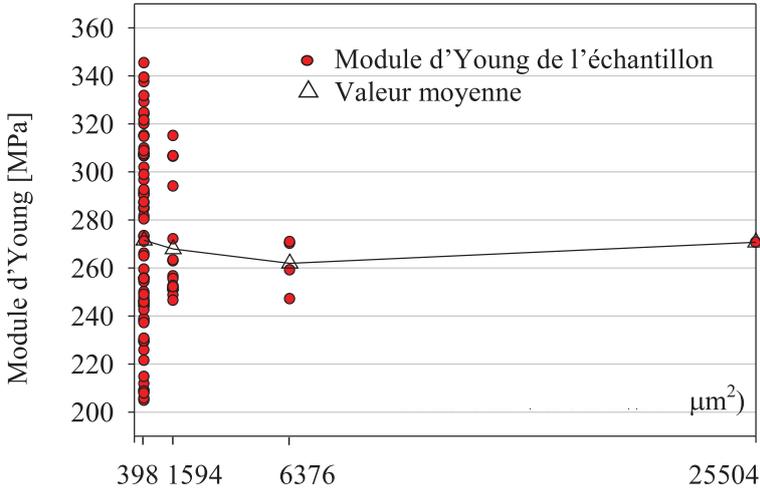
En pratique, une déformation unitaire est imposée successivement sur les six composantes de la macro-déformation. Après résolution du problème, le calcul de la moyenne spatiale des contraintes donne la loi de comportement homogénéisée.

3. Application à un exemple

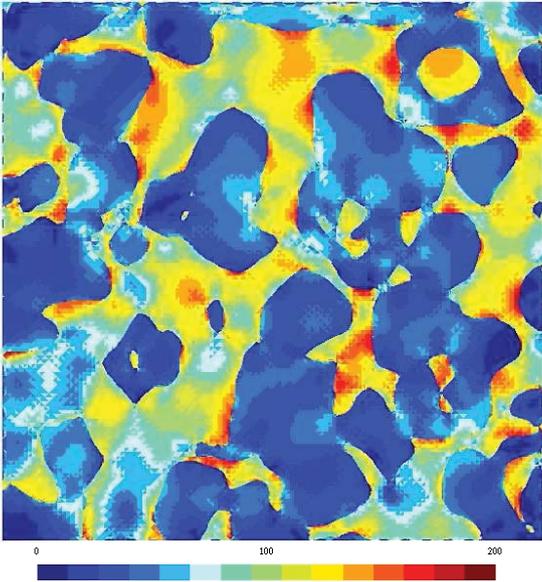
Afin de valider la méthode et son implémentation numérique, les premiers calculs ont été menés sur des applications pour lesquelles des résultats étaient disponibles dans la littérature (Ionescu *et al.*, 2006).

L'exemple présenté ici est celui dont l'image de départ est donnée figure 1(a). Ce matériau est constitué de deux phases, dont l'une est dispersée. Il s'agit d'un matériau de type alimentaire, les deux phases étant de l'amidon et une protéine de maïs (Chanvrier *et al.*, 2005). La répartition des phases étant aléatoire, ceci soulève la question de la définition du volume élémentaire représentatif. La méthode suivie ici est celle proposée dans (Kanit *et al.*, 2006). Des subdivisions de différentes tailles sont donc réalisées dans l'échantillon correspondant à l'image initiale. Ainsi, la surface totale de cette image est divisée en 64, 16, et 4 sous-surfaces. Des calculs d'homogénéisation sont ensuite réalisés sur l'image initiale et chacun de ces échantillons, avec la méthode X-FEM et un maillage régulier. Dans le cas présent, après avoir étudié la sensibilité des caractéristiques effectives au maillage, il s'avère qu'une discrétisation avec deux éléments finis triangulaires pour 4 pixels est suffisante.

Le milieu homogénéisé présente un comportement isotrope, et la figure 2(a) montre l'évolution du module d'Young en fonction de la taille de l'échantillon. Une convergence rapide est obtenue pour le milieu testé où le contraste entre les modules d'Young des phases vaut 2.5. La figure 2(b) présente les iso-valeurs de la contrainte de Von-Mises pour une déformation macroscopique de glissement imposée. Grâce aux résultats présentés figure 2(a), il est possible de déterminer, pour un niveau de précision donné sur le module d'Young homogénéisé, la taille du volume élémentaire représentatif à considérer.



(a) Evolution du module d'Young en fonction de la surface du VER



(b) Iso-valeurs de la contrainte de Von-Mises pour un glissement macro imposé

Figure 2. Résultats sur un matériau bi-phase

4. Conclusion

L'approche présentée ici utilise les level-sets, qui permettent un traitement efficace de l'image, et sont par la suite intégrés à l'approche X-FEM. Cette dernière offre la possibilité de travailler avec un maillage régulier, ou structuré sur la base des valeurs des level sets. Il en résulte une mise en oeuvre automatisée de l'approche à partir d'une image numérique.

Les premiers exemples traités sont limités au 2D et ont validé l'approche. Des travaux sont en cours pour l'étude de cas 3D.

5. Bibliographie

- Chanvrier H., Colonna P., Della Valle G., Lourdin D., « Structure and mechanical behaviour of corn flour and starch-zein based materials in the glassy state », *Carbohydrate Polymers*, vol. 59, n° 1, 3, p. 109-119, 2005.
- Ibanez L., Schroeder W., Ng L., Cates J., *The ITK Software Guide*, Kitware, Inc., 2005.
- Ionescu I., Moës N., Cloirec M., Cartraud P., Béringhier M., « Image-based Micromechanics Analysis Using Level Sets and the Extended Finite Elements Method », in , G. de Saxcé, , N. Moës (eds), *Modeling in Mechanical and Civil Engineering*, Collection of papers from Prof. Nguyen-Dang Hung's former students, Vietnam National University Ho Chi Minh City Publishing House, p. 77-86, 2006.
- Kanit T., N'guyen F., Forest S., Jeulin D., Reed M., Singleton S., « Apparent and effective physical properties of heterogeneous materials : Representativity of samples of two materials from food industry », *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, vol. 195, p. 3960-3982, 2006.
- Moës N., Cloirec M., Cartraud P., Remacle J., « A computational approach to handle complex microstructure geometries », *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.*, vol. 192, p. 3163-3177, 2003.
- Sethian J. A., *Level Set Methods & Fast Marching Methods : Evolving Interfaces in Computational Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision, and Materials Science*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1999.
- Suquet P., « Elements of homogenization for inelastic solid mechanics », in , E. Sanchez-Palencia, , A. Zaoui (eds), *Homogenization Techniques for Composite Media*, vol. 272 of *Lecture Notes in Physics*, Springer-Verlag, p. 193-278, 1985.