



**HAL**  
open science

# Modélisation de la rupture fragile avec la méthode X-FEM

Benoit Prabel, Alain Combescure, Stéphane Marie, Anthony Gravouil

► **To cite this version:**

Benoit Prabel, Alain Combescure, Stéphane Marie, Anthony Gravouil. Modélisation de la rupture fragile avec la méthode X-FEM: Application au cas dynamique non linéaire avec actualisation des courbes de niveau sur une grille auxiliaire. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01490619

**HAL Id: hal-01490619**

**<https://hal.science/hal-01490619>**

Submitted on 15 Mar 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

---

# Modélisation de la rupture fragile avec la méthode X-FEM.

## Application au cas dynamique non linéaire avec actualisation des Level Set sur une grille auxiliaire

**Benoit Prabel<sup>\*,\*\*</sup> — Alain Combescure<sup>\*</sup> — Stéphane Marie<sup>\*\*</sup> — Anthony Gravouil<sup>\*</sup>.**

*\* Laboratoire de Mécanique et des Structures, INSA Lyon  
CNRS UMR5259*

*Bât. Jean D'Alembert, 18,20 rue des sciences 69621 Villeurbanne France.*

*\*\* DEN/DM2S/SEMT/LISN, CEA Saclay  
91191 Gif sur Yvette*

---

*RÉSUMÉ. Cet article développe deux problématiques liés à la modélisation par éléments finis étendus (X-FEM) des phénomènes de rupture dynamique. Il propose une méthode d'intégration des éléments enrichis bien adaptée au cas d'un matériau non-linéaire d'une part, et une technique d'actualisation des fonctions de niveau (Level Set) basée sur l'utilisation d'une grille auxiliaire d'autre part.*

*ABSTRACT. This paper deals with two aspects of the modelization of dynamic crack propagation with the eXtended Finite Element Method (X-FEM). On the one hand, it describes an integration method for the enriched element which is particularly well-adapted to the case of non linear material behavior. On the other hand, it proposes a new technique to update the level set functions based on the use of an auxiliary grid*

*MOTS-CLÉS : méthode des éléments finis étendus ,fonction de niveau, plasticité ,propagation dynamique de fissure, rupture fragile.*

*KEYWORDS: extended Finite Element Method, level set, plasticity, dynamic crack propagation, brittle fracture.*

---

## 1. Introduction

A partir du concept de partition de l'unité, la méthode des éléments finis étendus (eXtended Finite Element Method) permet de réaliser une modélisation efficace de propagation de fissure. L'enrichissement de la solution en déplacement s'effectue par l'utilisation de fonctions asymptotiques singulières d'une part, et de fonctions discontinues d'autre part (cf. [Moes *et al.*, 99]). Ceci implique la définition implicite de la géométrie de la fissure. La méthode des fonctions de niveau (ou "Level sets method" introduite par [Osher *et al.*, 88]) est particulièrement bien adaptée au cas de propagation de fissure tri-dimensionnelle (cf. [Gravouil *et al.*, 02]).

L'application de la méthode X-FEM au cas de propagation de fissure en élasto-dynamique a été réalisée par différent auteurs (comme [Réthoré *et al.*, 05]). Un des résultats principaux concerne un schéma d'enrichissement permettant la conservation exacte de l'énergie. L'extension de la méthode X-FEM aux cas des matériaux non linéaires est un sujet en cours de développement (cf. [Elguedj *et al.*, 06]). Il est acquis que dans certains cas de rupture, la dissipation plastique influence notablement les grandeurs caractéristiques et le trajet de la fissure (en terme de directions et de vitesse d'avancée).

## 2. Méthode d'intégration des éléments enrichis

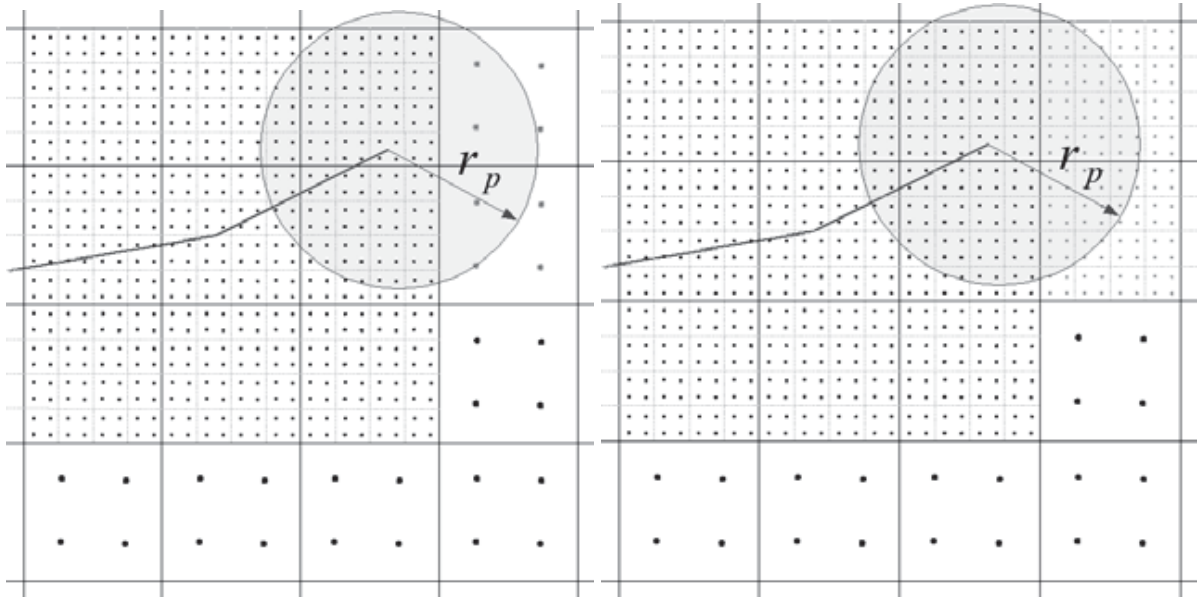
Les éléments coupés par la fissure sont enrichis dans l'approximation du déplacement par des fonctions discontinues (H) et non-polynomiales (F) :

$$\underline{u}(\underline{x}) \approx \sum_i N_i(\underline{x}) \cdot \left( \underline{u}_i + H(\underline{x}_i) \underline{a}_i + \sum_{j=1, \dots, 4} F_j(\underline{x}_i) \underline{b}_{ij} \right) \quad [1]$$

Leur intégration reste donc un problème ouvert. Elle est classiquement réalisée en considérant un sous-découpage conforme à la géométrie de la fissure. Cette technique se révèle être mal adaptée à la propagation de fissure dans des matériaux aux propriétés dépendant de l'histoire, puisque les champs de contraintes, de déformations, et de variables internes changent de support dans une zone à fort gradient (la pointe de fissure). Cette projection nuit à la qualité de la solution.

C'est pourquoi, nous proposons une technique d'intégration non conforme, qui permet d'éviter les projections de ces champs dans la zone proche de la pointe de fissure. On estime le rayon plastique du problème par une formule simple basée par exemple sur le facteur d'intensité des contraintes. Ce rayon délimite une zone à l'intérieur de laquelle les éléments sont susceptibles de présenter des champs de contraintes et de déformations importants, et des variables internes non nulles. Les éléments ainsi sélectionnés sont sous-découpés de manière non-conforme afin d'y

introduire un grand nombre de points d'intégration. Cela permet ainsi de décrire finement les champs locaux avant l'arrivée de la pointe de fissure. Cette zone est estimée à chaque pas de temps et permet d'éviter une projection à proximité de la pointe de fissure. En effet, pour un quadrangle, le passage d'un élément standard à 4 points d'intégration à un éléments sous découpé à 64 points d'intégration est effectué lorsque le matériau est encore élastique, c'est à dire lorsque les champs de contraintes sont linéaires et les variables internes nulles.



**Figure 1.** Méthode d'intégration non conforme : sous découpage des éléments proches de la pointe de fissure avant le calcul mécanique

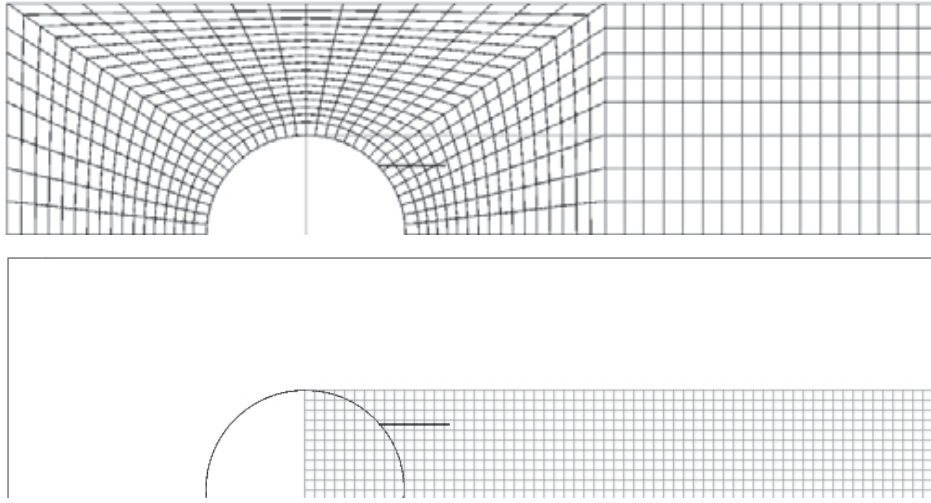
### 3. Actualisation des fonctions de niveau sur une grille auxiliaire

Un des avantages majeurs de la méthode des éléments finis étendus réside dans le fait qu'il n'est plus nécessaire de mailler (et de re-mailler) la géométrie de la fissure. Celle-ci est simplement décrite par l'association de deux fonctions de niveaux orthogonales représentant respectivement le plan et le front de la fissure [Gravouil *et al.*, 02]. La connaissance de ces fonctions est habituellement limitée aux nœuds du maillage utilisé pour le calcul mécanique.

Cependant, les schémas numériques initialement développés dans le cadre de cette méthode sont de type différences finies. Leur adaptation à des maillages irréguliers conduit à des algorithmes nettement plus compliqués et généralement moins précis (cas des éléments aplatis). Une solution proposée pour remédier à cet handicap consiste à découpler complètement la définition de la géométrie de la fissure de celle du milieu mécanique. Deux maillages sont donc utilisés :

- le maillage mécanique habituel correspondant à la structure non fissurée;

– une grille auxiliaire régulière sur laquelle on définit le front de fissure et on réalise son actualisation.



**Figure 2.** Maillage de la demi-structure (en haut), et grille auxiliaire (en bas)

Il est possible d'utiliser des schémas d'actualisation des fonctions de niveaux simples et efficaces, car basés sur des algorithmes de type différences finies. On peut écrire l'équation différentielle d'actualisation des fonctions de niveau :

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = V_{\psi} \cdot \|\nabla \psi\| \quad \text{devient} \quad \frac{\psi_{(i,j)}^{t+\Delta t} - \psi_{(i,j)}^t}{\Delta t} = H\left(V_{(i,j)}, \psi_{(m,n)}^t\right) \quad [2]$$

où  $m = \{i-1, i, i+1\}$  et  $n = \{j-1, j, j+1\}$ . La géométrie de la fissure peut ensuite être décrite pour le calcul mécanique par une approximation de type élément finis. Cette description peut être très fine puisque la discrétisation des fonction de niveau peut s'effectuer à une échelle inférieure de celle utilisée pour la discrétisation mécanique. On obtient une bonne représentation de la fissure même dans les cas où celle-ci change rapidement d'orientation.

#### 4. Modélisation d'essais de rupture fragile

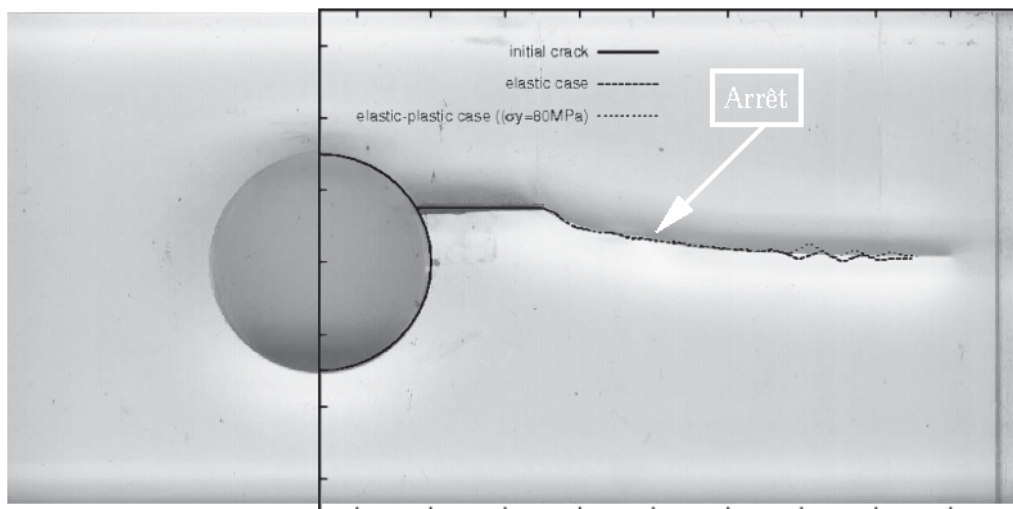
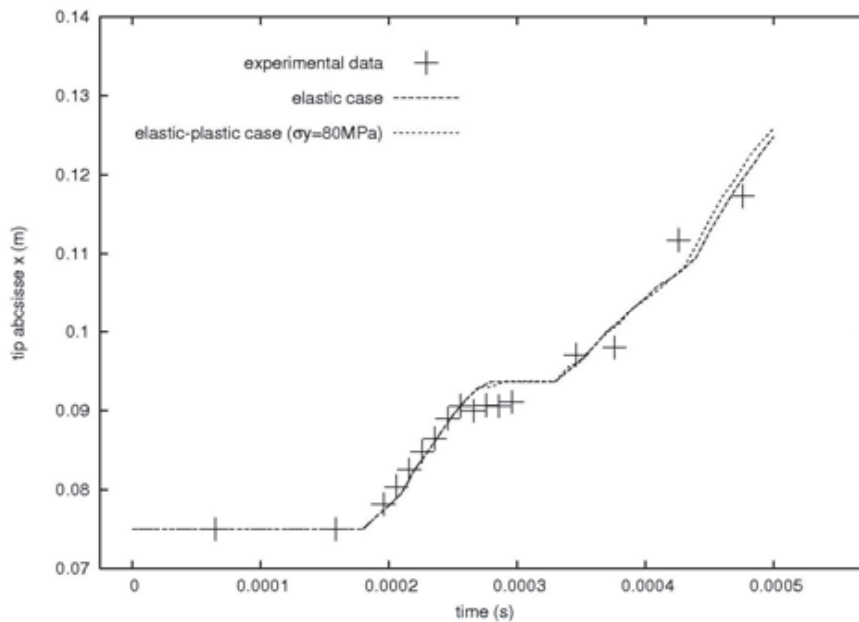
Les résultats expérimentaux sont ceux de [Grégoire *et al.*, 07]. Il s'agit d'une plaque en PMMA trouée et entaillée que l'on vient impacter par un montage entre deux barres de Hopkinson. La fissure amorce grâce à un chargement dynamique en mode mixte, s'arrête et redémarre une seconde fois à cause d'un retour d'onde.

Les améliorations proposées précédemment permettent l'utilisation de la méthode X-FEM dans un contexte d'analyse dynamique non-linéaire. Les résultats numériques présentés ici sont issus de calculs réalisés avec le logiciel Cast3m. On modélise cet essai avec une loi élastique dans un premier temps, puis une loi élasto-

plastique parfait avec une limite d'élasticité évaluée à 80MPa. Le pilotage de la fissure est effectué via les facteurs d'intensité des contraintes. Ils donnent la direction de propagation (contrainte circonférentielle maximale), ainsi que la vitesse de propagation via la formule empirique proposée par [Kanninen *et al.* 85] :

$$K^{dyn} = \frac{K_A}{1 - \dot{a} / v_{lim}} \quad [4]$$

Les résultats obtenus permettent de montrer que la prise en compte de la plasticité dans le comportement de ce matériau n'influence pas beaucoup la réponse globale de la fissure. L'hypothèse de plasticité confinée et la validité d'un critère simple de propagation basé sur les facteurs d'intensité des contraintes est donc validé dans ce cas. Cela concorde avec le fait que le PMMA est un matériau très fragile.



**Figure 3.** *Comparaison des résultats numériques avec l'expérience : évolution de la longueur de la fissure dans le temps (en haut), et trajet dans l'espace (en bas)*

Si par curiosité intellectuelle, on envisage un matériau avec une limite d'élasticité plus basse que celle du matériau réel, on constate que la plasticité s'étend et affecte les champs en pointe de fissure ainsi que la réponse globale de la structure (elle limite l'énergie restituable par la structure). Pour des limites d'élasticité comprise entre 40 et 20MPa, on la propagation ralentit lorsqu'elle devait s'arrêter. Pour des valeurs de limite d'élasticité encore inférieures (15MPa par exemple), la déformation plastique est telle qu'elle devient la source de dissipation principale et fait beaucoup chuter la vitesse de propagation.

### Perspectives

Les perspectives de ce travail est l'étude de configurations où la plasticité ne peut être négligée. Les critères de propagation utilisés ici sont basés sur des hypothèses de plasticité confinée et d'autres expressions doivent être déterminées afin de prédire de manière analogue l'avancée de la fissure dans l'espace et dans le temps.

### Bibliographie :

- N Moes, J Dolbow, T Belytschko, "A finite element method without remeshing.", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, vol.46 : 131-150, 1999.
- S Osher, J.A. Sethian, "Fronts propagating with curvature -dependent speed: algorithms based on hamilton-jacobi formulations", *Journal of Computational Physics*, vol.79 : 12-49, 1988.
- A Gravouil, N Moes, T Belytschko, "Non planar 3d crack growth by the extended finite element and level sets : Part ii : Level set update", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, vol.53 : 2569-2586, 2002.
- J Réthoré, A Gravouil, A Combescure, "An energy conserving scheme for dynamic crack growth with the extended finite element method", *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, vol.63 : 631-659, 2005.
- T Elguedj, A Gravouil, A Combescure, "Appropriate extended functions for x-fem simulation of plastic fracture mechanics", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.195 : 501-515, 2006.
- D. Gregoire, H Maigre, J Réthoré, "Simulation with XFEM of dynamic crack propagation under combined loading, comparison with experiments", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (submitted in 2006).