



HAL
open science

Dynamique non-linéaire des ensembles multi-étages de roues aubagées

Denis Laxalde, Fabrice Thouverez, Jean-Pierre Lombard

► **To cite this version:**

Denis Laxalde, Fabrice Thouverez, Jean-Pierre Lombard. Dynamique non-linéaire des ensembles multi-étages de roues aubagées. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01488171

HAL Id: hal-01488171

<https://hal.science/hal-01488171v1>

Submitted on 13 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Dynamique non-linéaire des ensembles multi-étages de roues aubagées

Denis Laxalde^{*,**} — Fabrice Thouverez^{*} — Jean-Pierre Lombard^{**}

^{*} *École Centrale de Lyon, Lab. LTDS, Equipe D2S
36 avenue Guy de Collongue, 69134 Ecully Cedex
{denis.laxalde,fabrice.thouverez}@ec-lyon.fr*

^{**} *Snecma – Groupe Safran, 77550 Moissy-Cramayel
{denis.laxalde,jean-pierre.lombard}@snecma.fr*

RÉSUMÉ. Dans cet article, nous abordons l'étude de la dynamique non-linéaire d'un ensemble multi-étages de roues aubagées (turbomachines) munies d'amortisseurs par frottement. On s'intéresse en particulier à la réponse forcée sous excitations multi-fréquentielles (régime quasi-périodique). La méthode d'analyse s'appuie sur une méthode de balance harmonique multi-dimensionnelle adaptée aux structures cycliques multi-étages. Des exemples numériques sur une structure industrielle sont présentés.

ABSTRACT. In this paper, we study the non-linear dynamics of a multi-stage system of bladed disks (turbomachinery) with friction dampers. Also, we focus on the forced response under multi-frequency excitations (quasiperiodic response). The analysis method consists in a multi-frequency harmonic balance method adapted to multistage cyclic structures. Numerical examples on an industrial structure are presented.

MOTS-CLÉS : Symétrie cyclique, multi-étages, dynamique non-linéaire, friction.

KEYWORDS: Cyclic symmetry, multi-stage, non-linear dynamics, friction.

1. Introduction

La conception mécanique des modules de turbomachines (compresseurs ou turbines) est traditionnellement réalisée à l'aide de modélisations mono-étages dans lesquelles l'influence des couplages inter-étages n'est pas prise en compte. Cependant, dans les turbomachines modernes, des phénomènes vibratoires impliquant plusieurs

étages tendent à apparaître et nécessitent de nouvelles méthodes de conception. Pour répondre à cette problématique, une extension des techniques de réduction en symétrie cyclique au cas des ensembles multi-étages a été récemment proposée par les auteurs (Laxalde *et al.*, 2007a).

Dans cet article, nous proposons une analyse dynamique en régime forcé d'un ensemble multi-étages de roues aubagées munies de joncs de friction. Ces joncs sont des anneaux généralement disposés sous la jante des disques aubagés (Laxalde *et al.*, 2007b) dans des gorges dédiées; ils permettent un contrôle et une réduction des niveaux vibratoires. Nous considérons de plus des excitations tournantes multi-fréquentielles et de longueurs d'onde différentes sur chaque étage (représentant par exemple les effets de sillages aérodynamiques). La réponse présente donc *a priori* deux composantes fréquentielles et nous proposons l'usage d'une stratégie de balance harmonique multi-dimensionnelle pour le calcul de la réponse quasi-périodique (Chua *et al.*, 1981, Legrand *et al.*, 2005) combinée à l'approche multi-étages précédemment citée. Le traitement spécifique du contact frottant étant réalisé grâce l'introduction de *Lagrangiens dynamiques* (Nacivet *et al.*, 2003).

Après une présentation des développements théoriques, des exemples numériques (sur un ensemble de deux disques aubagées monoblocs de compresseur haute-pression) seront présentés.

2. Théorie

Considérons un système mécanique composé de deux étages de structures cycliques comprenant respectivement N_1 et N_2 secteurs ($N_1 < N_2$). Si l'on repère les variables correspondant au secteur j de l'étage s par l'exposant $\cdot^{(s,j)}$, les équations du mouvement sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{u}}^{(s,j)} + \mathbf{C}_s \dot{\mathbf{u}}^{(s,j)} + \mathbf{K}_s \mathbf{u}^{(s,j)} + \mathbf{f}_l(\mathbf{u}^{(s,j)}, \mathbf{u}^{(s,j-s)}) \\ + \mathbf{f}_r(\mathbf{u}^{(s,j)}, \mathbf{u}^{(s,j+s)}) = \mathbf{f}_c^{(s,j)} + \mathbf{f}_i^{(s,j)} + \mathbf{p}^{(s,j)} \end{aligned} \quad [1]$$

où, \mathbf{M}_s , \mathbf{C}_s et \mathbf{K}_s sont les matrices de masse, amortissement et raideur d'un secteur pour l'étage s . Les vecteurs \mathbf{f}_l , \mathbf{f}_r , $\mathbf{f}_i^{(s,j)}$ correspondent respectivement aux actions des secteurs de gauche et de droite de l'étage s sur le secteur j et aux interactions inter-étage. Les termes $\mathbf{f}_c^{(s,j)}$ et $\mathbf{p}^{(s,j)}$ représentent les forces non-linéaires de contact et l'excitation extérieure.

Chaque étage est soumis à une excitation périodique tournante de fréquence $\omega_s/2\pi$ et de nombre d'onde n_s ($s = 1, 2$); on a donc la relation suivante :

$$\mathbf{p}^{(s,j)}(\tau_s) = \mathbf{p}^{(s,j-1)}(\tau_s - \phi_{n_s}) \quad [2]$$

où $\tau_s = \omega_s t$ est l'échelle de temps de l'excitation sur l'étage s et $\phi_{n_s} = 2\pi n_s / N_s \pmod{2\pi}$ est le déphasage inter-secteur pour le nombre d'onde (ou nombre de diamètres nodaux) n_s .

Les deux composantes fréquentielles de l'excitation forment une *base fréquentielle*, $\omega = [\omega_1, \omega_2]$, pour la réponse qui est *a priori* quasi-périodique. Les variables temporelles peuvent ainsi être représentées par des fonctions temporelles multi-dimensionnelles (notion d'*hyper-temps* $\tau = [\tau_1, \tau_2]$). En définissant de plus la base de déphasage $\phi_s = [\phi_{n_1}, \phi_{n_2}]$ ainsi que la base de nombre d'onde $\mathbf{n} = [n_1, n_2]$ on peut, du fait de la symétrie cyclique de chaque étage, obtenir des relations similaires à [2], dans l'*hyper-temps* pour les déplacements et les forces non-linéaires :

$$\mathbf{u}^{(s,j)}(\boldsymbol{\tau}) = \mathbf{u}^{(j-1)}(\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\phi}_s) \text{ et } \mathbf{f}_c^{(s,j)}(\boldsymbol{\tau}) = \mathbf{f}_c^{(j-1)}(\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\phi}_s) \quad [3]$$

Notons qu'ici, les deux échelles de temps de l'excitation τ_1 et τ_2 interviennent dans les termes de chaque étage. Ces relations de symétrie cyclique permettent d'obtenir tout déplacement ou force sur la structure complète à partir de sa connaissance sur un secteur élémentaire.

Nous cherchons maintenant à exprimer les relations de propagation [3] temporelles dans le domaine fréquentiel afin d'en déduire les équations du mouvement dans ce domaine. Nous introduisons, pour cela, des séries de Fourier bi-dimensionnelle pour exprimer toutes les variables temporelles ; soit,

$$\mathbf{u}^{(s,j)}(\boldsymbol{\tau}) = \sum_{\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^2} \mathbf{U}_{\mathbf{k}}^{(s,j)} e^{i\langle \mathbf{k}, \boldsymbol{\tau} \rangle} \quad [4]$$

par exemple pour les déplacements, avec $\mathbf{k} = [k_1, k_2]$ et où $\langle \cdot, \cdot \rangle$ désigne un produit scalaire.

En utilisant la relation [3] pour chaque « harmonique », on obtient,

$$\mathbf{U}_{\mathbf{k}}^{(s,j)} e^{i\langle \mathbf{k}, \boldsymbol{\tau} \rangle} = \mathbf{U}_{\mathbf{k}}^{(j-1)} e^{i\langle \mathbf{k}, \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\phi}_s \rangle} \Rightarrow \mathbf{U}_{\mathbf{k}}^{(s,j)} = \mathbf{U}_{\mathbf{k}}^{(j-1)} e^{-i\langle \mathbf{k}, \boldsymbol{\phi}_s \rangle} \quad [5]$$

qui constitue la relation de propagation dans le domaine fréquentiel. Notons que l'on retrouve comme dans le cas mono-fréquentiel (Laxalde *et al.*, 2007b), la transmission des « harmoniques » temporelles \mathbf{k} sur les harmoniques spatiales (ou nombre de diamètres nodaux dans le cas des structures cycliques). La relation,

$$\langle \mathbf{k}, \boldsymbol{\phi}_s \rangle = k_1 \frac{2\pi n_1}{N_s} + k_2 \frac{2\pi n_2}{N_s} \pmod{2\pi} \quad [6]$$

permet de définir le nombre d'onde associé à l'harmonique \mathbf{k} ,

$$n(\mathbf{k}) = \langle \mathbf{k}, \mathbf{n} \rangle = k_1 n_1 + k_2 n_2 \quad [7]$$

Ainsi lorsque les expressions multi-harmoniques du type [4] sont introduites dans les équations temporelles [1] et à la suite d'une procédure de Galerkin, les composantes harmoniques des secteurs $j + 1$ et $j - 1$ peuvent être éliminées (cette opération est par ailleurs similaire à une réduction en symétrie cyclique) et on obtient, pour chaque étage s , une équation fréquentielle réduite à un secteur élémentaire :

$$\mathbf{Z}_s(\boldsymbol{\omega}) \mathbf{U}^{(s)} = \mathbf{F}_i^{(s)} + \mathbf{F}_c^{(s)} + \mathbf{P}^{(s)} \quad [8]$$

où $U^{(s)}$, $P^{(s)}$, $F_c^{(s)}$ et $F_i^{(s)}$ sont des vecteurs regroupant les composantes multi-harmoniques en base cyclique définies par [4], soit par exemple,

$$U^{(s)} = \left[U_0^{(s,j)} \quad U_{1,0}^{(s,j)} \quad U_{0,1}^{(s,j)} \quad U_{1,1}^{(s,j)} \quad \dots \quad U_{n,m}^{(s,j)} \right]^T \quad [9]$$

et où $Z_s(\omega)$ est la raideur dynamique d'un secteur en symétrie cyclique multi-harmoniques / multi-diamètres.

Considérons maintenant l'équation [8] pour l'harmonique k ,

$$Z_1(\langle k, \omega \rangle) U_k^{(1)} = F_{i,k}^{(1)} + F_{c,k}^{(1)} + P_k^{(1)} \quad [10a]$$

$$Z_2(\langle k, \omega \rangle) U_k^{(2)} = F_{i,k}^{(2)} + F_{c,k}^{(2)} + P_k^{(2)} \quad [10b]$$

Ces deux équations sont respectivement dans les bases cycliques des étages 1 et 2 pour un nombre de diamètres nodaux communs (ou équivalent) k . La réduction en symétrie cyclique multi-étages consiste à recombinaison (passage en base physique) la force $F_{i,k}^{(1)}$, exprimée dans la base cyclique 1, puis à projeter le résultat sur la base cyclique 2 pour enfin obtenir $F_{i,k}^{(2)}$. Ceci permet d'éliminer les degrés de liberté de l'interface inter-étage et d'assembler directement les deux secteurs élémentaires de chaque étage pour former (pour un nombre de diamètres nodaux commun) un « super-secteur »,

$$Z_{1\cup 2}(\omega) U^{(1\cup 2)} = F_c^{(1\cup 2)} + P^{(1\cup 2)} \quad [11]$$

Pour plus de détails sur cette réduction, on se référera à (Laxalde *et al.*, 2007a).

Pour résoudre [11], il faut être capable d'exprimer le vecteur multi-harmoniques des forces de contact $F_c^{(1\cup 2)}$ en fonction du vecteur multi-harmoniques des déplacements $U^{(1\cup 2)}$. Pour résoudre ce problème, nous utilisons la méthode proposée par Nacivet *et al.* (Nacivet *et al.*, 2003) qui implique l'utilisation de *Lagrangiens Dynamiques* pour le traitement des non-linéarités non-régulières. Cette méthode (dénommée *Dynamic Lagrangian Frequency-Time*) a été utilisée pour la modélisation des joncs de friction (Laxalde *et al.*, 2007b) pour l'amortissement des disques aubagés monoblocs de turbomachines.

3. Applications

Nous considérons, en application, un système de deux disques aubagés monoblocs de compresseur haute pression dont le maillage éléments-finis (secteurs) est représenté en Fig. 1a. Chaque étage est muni d'un jonc. Nous nous intéressons à deux résonances proches d'ordre 3 (sur l'étage 1) et 4 (sur l'étage 2) du régime moteur impliquant les nombres de diamètres 3 et 4 de l'ensemble multi-étages. Les réponses des aubes des deux étages sont représentées en Figs. 2. Il apparaît aussi qu'un amortisseur présent sur un étage peut agir sur l'étage adjacent, ce qui est particulièrement intéressant pour la conception de ces amortisseurs puisqu'elle peut ainsi être envisagée en terme de dynamique multi-étages. En Figs. 3, l'interaction entre les deux

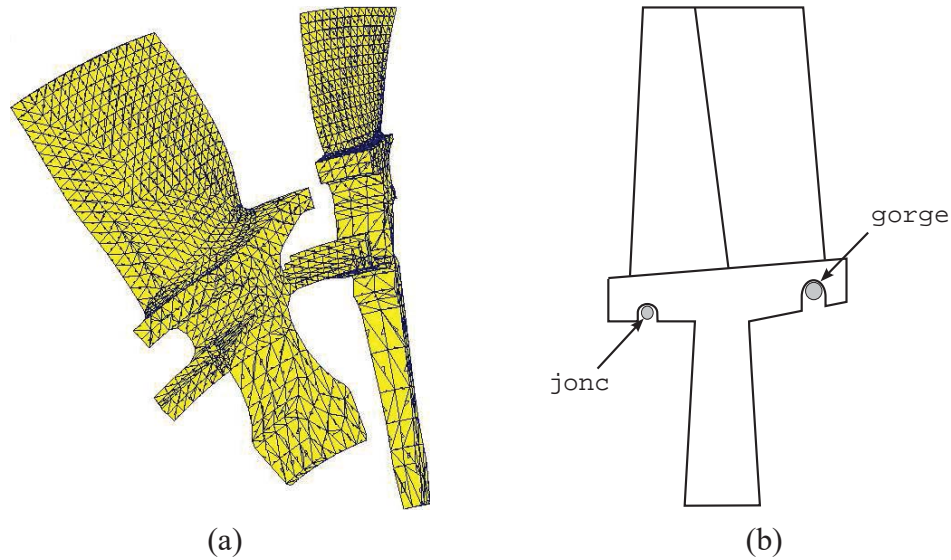


Figure 1. Modèles éléments-finis (secteurs) de deux étages de compresseur HP (a) et schéma d'implantation des joncs de friction (b)

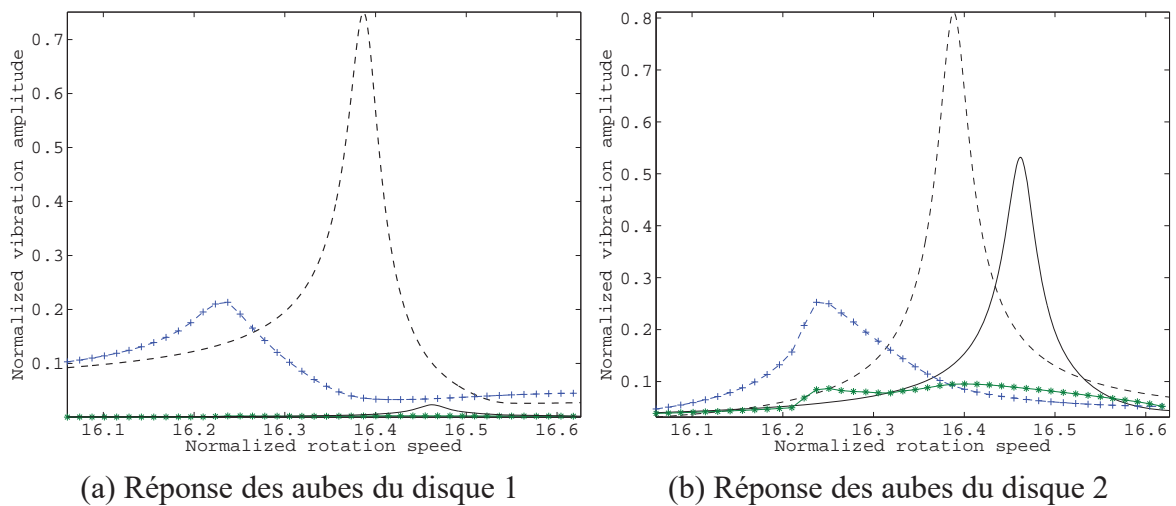


Figure 2. Réponse en fréquence des deux étages ; réponses linéaires d'ordre 3 (---) et 4 (—), réponses non-linéaires d'ordre 3 (-+-) et 4 (-*-).

fréquences fondamentales est illustrée par une représentation de la force de frottement en un noeud non-linéaire. On notera en particulier la participation principale des harmoniques (1,0), (0,1), (2,1) et (1,2).

4. Conclusion

Nous avons présenté une stratégie de calcul en dynamique non-linéaire d'un ensemble multi-étages de roues aubagées soumis à des excitations multi-fréquentielles.

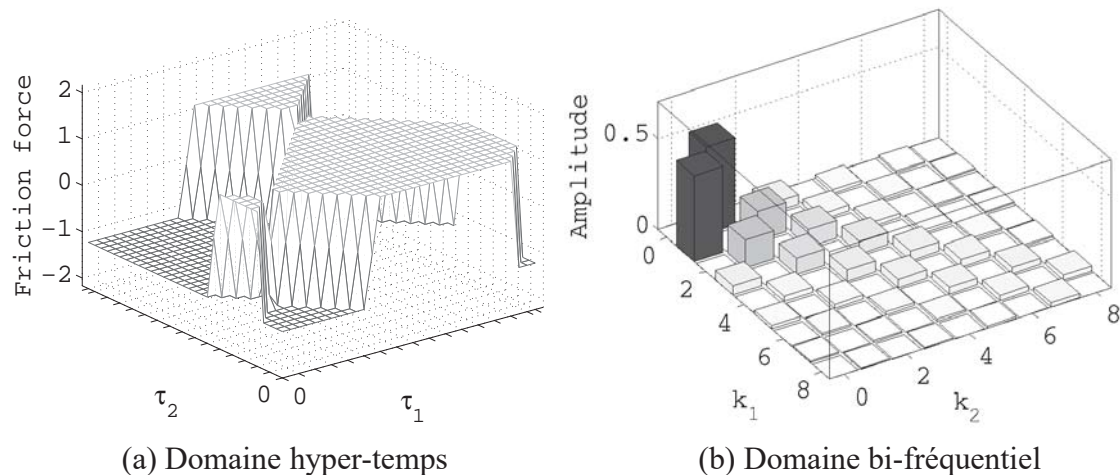


Figure 3. Force de frottement dans les domaines multi-fréquentiel et hypertemps

Elle combine les approches de balance harmonique multi-dimensionnelle, une méthode de symétrie cyclique multi-étages ainsi qu'une stratégie de calcul des forces de contact par *Lagrangiens Dynamiques*. Les résultats présentés ouvrent des perspectives intéressantes en terme de conception multi-étages.

Remerciements

Les auteurs remercient la Société Snecma pour son soutien technique et financier. Ce travail s'inscrit dans le projet fédérateur MAIA de recherche et technologie en mécanique soutenu par le CNRS, l'Onera et le groupe SAFRAN.

5. Bibliographie

- Chua L. O., Ushida A., « Algorithm for computing almost periodic steady-state response of nonlinear systems to multiple input frequencies », *IEEE Transactions on circuits and systems*, vol. 28, n° 10, p. 953-971, october, 1981.
- Laxalde D., Lombard J.-P., Thouverez F., « Dynamics of multi-stage bladed disks systems », *Proceedings of ASME Turbo Expo*, number GT2007-27083, Montréal, Canada, 2007a.
- Laxalde D., Thouverez F., Lombard J.-P., « Vibration control for integrally bladed disks using friction ring dampers », *Proceedings of ASME Turbo Expo*, number GT2007-27087, Montréal, Canada, 2007b.
- Legrand M., Roques S., Pierre C., Peseux B., Cartraud P., « n-dimensional Harmonic Balance Method extended to non-explicit nonlinearities », *Actes du 7e colloque en calcul des structures*, Giens, France, 2005.
- Nacivet S., Pierre C., Thouverez F., Jezequel L., « A dynamic Lagrangian frequency-time method for the vibration of dry-friction-damped systems », *Journal of Sound and Vibration*, vol. 265, p. 201-219, 2003.