



HAL
open science

Une stratégie de contrôle d'accès autoroutier fondée sur la théorie de l'optimisation

Neila Bhourri

► **To cite this version:**

Neila Bhourri. Une stratégie de contrôle d'accès autoroutier fondée sur la théorie de l'optimisation. 3ème Colloque Maghrébin sur les modèles numériques de l'ingénieur, Nov 1991, Tunis, Tunisie. 6p. hal-01487959

HAL Id: hal-01487959

<https://hal.science/hal-01487959>

Submitted on 27 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNE STRATEGIE DE CONTROLE D'ACCES AUTOROUTIER FONDEE SUR LA THEORIE DE L'OPTIMISATION

Neïla BHOURI¹

RESUME : Une stratégie de contrôle d'accès autoroutier est développée et testée en simulation à partir de données du trafic du Boulevard Périphérique de Paris. Elle est fondée sur la théorie de la commande optimale des systèmes non-linéaires. L'algorithme d'optimisation est développé sur la base d'un modèle non-linéaire dynamique. Le vecteur d'état du système est de dimension 173, celui de la commande est de dimension 33. Des contraintes d'égalité et d'inégalité ont été respectées. La méthode d'optimisation utilisée est celle du principe du maximum.

I. INTRODUCTION

Les autoroutes ont été conçues pour offrir une plus grande mobilité aux véhicules. Cependant, le nombre important des véhicules les empruntant quotidiennement rend parfois problématique leur usage. Des congestions sont récurrentes journalièrement, causant d'importants retards, des accidents, une pollution de l'atmosphère, etc.. Plusieurs méthodes de régulation du trafic autoroutier existent. Parmi celles-ci on peut citer, les panneaux de signalisation, la régulation de la vitesse, le délestage des véhicules et le contrôle d'accès. C'est cette dernière technique qui est considérée dans ce travail.

Le contrôle d'accès consiste à réguler le débit d'entrée sur l'autoroute au moyen de feux de signalisation disposés sur les rampes. Son objectif est d'aboutir à une utilisation optimale de la capacité offerte par l'infrastructure. Il vise à éliminer les congestions récurrentes (celles qui sont dues à la surcharge de l'infrastructure) et à réduire le degré de gravité des congestions aléatoires (celles qui apparaissent par suite d'un incident).

Bien qu'il soit apparu en 1961, le contrôle des accès autoroutiers est encore très peu utilisé. La majorité des stratégies opérationnelles est locale (c'est-à-dire, que chaque accès est régulé individuellement en tenant compte des conditions du trafic dans son voisinage immédiat et non sur la totalité de l'autoroute). L'aspect local de ces stratégies fait que leur réaction est limitée, face à de grands embouteillages ou à des incidents.

Nous appliquons ici la théorie de l'optimisation pour développer une stratégie de contrôle d'accès globale (c'est-à-dire, qu'elle consiste à calculer le débit optimal de chaque accès à chaque instant, en tenant compte de la situation du trafic sur la totalité de l'autoroute et de ses accès). La théorie de l'optimisation a été déjà appliquée dans plusieurs travaux concernant la régulation des accès autoroutiers [2]. Néanmoins, ceux-ci ont concerné des portions d'autoroute ne possédant qu'un nombre limité d'entrées et de sorties, d'où les faibles dimensions des problèmes traités. La stratégie est développée ici pour le Boulevard Périphérique de Paris qui est une autoroute circulaire de 35 km de longueur et possédant 35 entrées et 38 sorties.

I. MODELISATION

Vu la complexité du phénomène d'écoulement de trafic et la dimension du problème posé, le modèle d'écoulement du trafic doit être macroscopique. Cependant, il doit être assez précis pour garantir une fiabilité des résultats de la stratégie qui sera développée sur sa base. Le modèle non-linéaire dynamique META (Modèle d'Écoulement du Trafic Autoroutier), testé dans différentes conditions de trafic a révélé, en simulation, des résultats très satisfaisants [1]. C'est ce modèle que nous avons utilisé.

I.1 Définition des variables macroscopiques de trafic

Les variables macroscopiques du trafic expriment le comportement moyen des flots de véhicules sur une section d'autoroute donnée. Pour un échantillonnage temporel et spatial avec des intervalles respectifs T et Δ_i . On définit : la *densité*, $\rho_i(k)$ en véh/km; c'est le nombre de véhicules existant dans la i ème section à l'instant kT , divisé par la longueur de la section Δ_i . La *débit*, $q_i(k)$ en véh/h; c'est le nombre de véhicules quittant la i ème section durant l'intervalle de temps $[kT, (k+1)T]$ divisé par la longueur de l'intervalle (T). La *vitesse*, $v_i(k)$ en km/h; c'est la moyenne harmonique des vitesses des véhicules circulant dans la i ème section à l'instant kT . De la même manière, on définit le *débit d'entrée par une rampe* $u_i(k)$ et le *débit de sortie par une rampe* $s_i(k)$. On définit aussi la *demande*, $d_i(k)$ qui est le débit de véhicules se présentant sur la rampe d'accès. Enfin, la *longueur de file d'attente*, $l_i(k)$ en véh, représentant le nombre de véhicules attendant sur la rampe pour entrer sur l'autoroute, à l'instant kT .

I.2. META: Modèle d'Écoulement du Trafic Autoroutier

L'application du modèle META nécessite la division de l'autoroute en sections d'environ 500 m de longueur et l'utilisation d'un intervalle d'échantillonnage temporel d'environ 10 s [1]. Il consiste en trois équations qui, appliquées à chaque section, permettent de reproduire l'évolution de l'état du trafic sur l'autoroute. Ce sont :

1°) L'équation de conservation du nombre de véhicules :

$$\rho_i(k+1) = \rho_i(k) + \frac{T}{\Delta_i} \left[(1-\gamma_i)q_{i-1}(k) + q_i(k) + u_i(k) \right] \quad (1)$$

γ_i étant le pourcentage du débit de sortie ($s_i(k) = \gamma_i q_{i-1}(k)$), supposé être constant.

2°) Une relation liant les trois variables débit, densité et vitesse et découlant de la définition même de ces variables :

$$q_i(k) = \rho_i(k) \cdot v_i(k) \quad (2)$$

3°) L'équation dynamique de la vitesse

$$\begin{aligned} v_i(k+1) = v_i(k) &+ \frac{T}{\tau} \left(V(\rho_i(k)) - v_i(k) \right) + \frac{T}{\Delta_i} v_i(k) \left(v_{i-1}(k) - v_i(k) \right) \\ &- \frac{\nu}{\tau} \frac{T}{\Delta_i} \frac{[\rho_{i+1}(k) - \rho_i(k)]}{[\rho_i(k) + \kappa]} - \frac{\delta T}{\Delta_i} \frac{u_i(k) v_i(k)}{\rho_i(k) + \kappa} \\ &- \phi \frac{T}{\Delta_i} \left(\frac{\lambda_i - \lambda_{i+1}}{\lambda_i} \right) \frac{\rho_i(k)}{\rho_{i,cr}} v_i^2(k) \end{aligned} \quad (3)$$

où λ_i est le nombre de voies de la i ème section, $V(\rho_i(k))$ est la relation connue sous le nom de *diagramme fondamental*. Celui-ci exprime le fait que la vitesse est monotone décroissante en fonction de la densité. $\rho_{i,cr}$ est la

densité critique (densité correspondant à une utilisation de la capacité maximale de l'autoroute). Enfin, τ , δ , ν , ϕ et κ sont des paramètres constants.

Les équations (1), (2) et (3) constituent le modèle META. Elles permettent de décrire l'évolution dynamique du trafic sur l'axe principal de l'autoroute. Pour représenter l'état du trafic sur les accès, on utilise le principe de conservation pour décrire la longueur de la file d'attente sur l'accès:

$$l_i(k+1) = l_i(k) + T \left[d_i(k) - u_i(k) \right] \quad (4)$$

III. COMET : COMMANDE OPTIMALE DES ACCES

La stratégie globale est développée sur la base du modèle META d'où son nom COMET (Commande Optimale des accès autoroutiers développées sur la base du modèle META). Elle respecte les contraintes physiques et techniques existantes sur les variables du trafic, et considère comme critère principal pour l'optimalité: la minimisation du temps total passé sur l'autoroute et ses accès.

III.1 Contraintes sur les variables

Vu la géométrie des rampes, le débit de chaque accès est limité à une valeur maximale. Il est également borné par une valeur minimale, nécessaire pour la crédibilité du contrôle. En effet, un débit d'entrée très faible, implique une durée de rouge très longue qui peut décourager les automobilistes et les inciter à passer outre :

$$0 < u_{i,\min} \leq u_i(k) \leq u_{i,\max} \quad (5)$$

De plus, des contraintes doivent être imposées sur les variables d'état. D'abord les densités et les files d'attente ne doivent pas prendre des valeurs négatives :

$$\rho_i(k) \geq 0 \quad l_i(k) \geq 0 \quad (6)$$

D'autre part, elles doivent respecter des valeurs maximales imposées par la géométrie des sections (pour les densités) et des rampes d'accès (pour les longueurs des files d'attente).

$$l_i(k) \leq l_{i,\max} \quad \rho_i(k) \leq \rho_{i,\max} \quad (7)$$

Les longueurs des files d'attente et les densités étant des fonctions de la variable de commande (éq. 1 et 4), nous avons exprimé les contraintes de l'éq. (6) en des contraintes sur le débit d'entrée : par substitution de l'éq. (2) dans la première inégalité de l'éq. (6) et de l'éq. (4) dans la deuxième inégalité de l'éq. (6) on obtient :

$$u_{\min}(\rho_i(k)) \leq u_i(k) \leq u_{\max}(l_i(k)) \quad (8)$$

Afin d'obtenir une région admissible pour la commande, les contraintes maximales (éq. 7) sont considérées par des termes de pénalisation ajoutés au critère de performance.

Il existe donc deux sortes de contraintes sur les variables de commandes. Les premières sont fixes (équation 5), et les secondes varient avec l'état du système (équation 8). La zone admissible pour la commande est donc donnée par:

$$\max [u_{\min}, u_{\min}(l(k))] \leq u(k) \leq \min [u_{\max}, u_{\max}(\rho(k))], k \in [0, K] \quad (9)$$

III.2. Critère de performance

Plusieurs objectifs de contrôle ont été proposés dans le passé, tels que minimiser le temps total passé, maximiser la distance totale parcourue, augmenter la fluidité, etc. Minimiser le temps total passé (temps passé sur l'autoroute + temps d'attente sur les accès) est le meilleur critère, puisque le minimiser revient à réduire les congestions, cause principale des retards, et à augmenter les débits de sortie de l'autoroute [2]:

$$TT = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N T(\rho_i(k)\Delta_i + l_i(k)) \quad (10)$$

où N est le nombre de sections de l'autoroute et K l'horizon de temps fixé pour la régulation. Afin d'augmenter la sensibilité du critère nous avons utilisé en fait, le carré du temps total passé. D'autre part, on sait que dans un problème de commande optimale, si l'hamiltonien est une fonction linéaire de la commande et si celle-ci est limitée par des contraintes d'inégalité, on aboutit à une commande discontinue dite *bang-bang*. Une telle commande prend des valeurs extrêmes, de telle sorte que le système subit des variations brusques. Utiliser seulement $(TT)^2$ comme critère d'optimisation, nous amène à une commande de ce type. C'est pourquoi nous avons ajouté un autre terme au critère d'optimisation, afin d'éliminer les sauts brusques de la commande. Nous avons, enfin, ajouté les termes de pénalisation qui permettent de respecter les contraintes de l'éq.(7) ; d'où le critère final :

$$J = 1/2 \left[\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^N T(\rho_i(k)\Delta_i + l_i(k)) \right]^2 + \beta_1 \sum_{k=0}^K \sum_{i=1}^N (u_i(k) - u_i(k-1))^2 \quad (12)$$

$$+ \beta_2 \sum_{k=0}^K \sum_{i=1}^N \psi(l_{i,max} - l_i(k))^2 + \beta_3 \sum_{k=0}^K \sum_{i=1}^N \psi(\rho_{i,max} - \rho_i(k))^2$$

β_1 , β_2 et β_3 sont des paramètres de pondération et $\psi(.) = \min(0, .)$

III.3. Formulation du problème

Le problème de commande optimale qu'on se propose de résoudre, est formulé comme suit :

Connaissant les états initiaux $\underline{\rho}(0)$, $\underline{v}(0)$, $\underline{l}(0)$, des estimations de la demande $\underline{d}(k)$, $k \in [0, K]$ et des pourcentages des débits de sortie $\underline{\gamma}$, déterminer la commande optimale $\underline{u}^*(k)$, $k \in [0, K]$ qui minimise le critère J (éq. 12) en respectant les contraintes d'égalité (éq. 1, 2, 3 et 4) et d'inégalité (éq.9).

IV.4. Algorithme d'optimisation

Vu la dimension du problème, l'algorithme développé est fondé sur le principe du maximum. Les conditions nécessaires d'optimalité conduisent à un problème de conditions aux valeurs limites (Two-Point-Boundary-Value-Problem). Une structure de base d'un algorithme permettant de résoudre un tel problème est donné dans [3]. Nous avons développé l'algorithme sur cette base en introduisant des modifications pour tenir compte des contraintes d'inégalité qui sont fixées sur les variables d'état, dans les conditions nécessaires d'optimalité. La technique de recherche du minimum adopté, est celle du gradient conjugué, la plus adéquate compte tenu du nécessaire compromis entre efficacité et complexité des calculs. Pour les détails, voir [2].

IV. PRESENTATION DU BOULEVARD PERIPHERIQUE

Le site choisi pour l'évaluation de la stratégie de contrôle est le Boulevard Périphérique de Paris. C'est une autoroute circulaire de 35 km de longueur. Il possède 35 rampes d'accès dont cinq sont des entrées autoroutières; et 38 rampes de sorties dont six sont des autoroutes. Il possède sur sa majorité quatre voies de circulation, sauf sur la partie sud, plus ancienne, qui ne comporte que trois voies et partiellement deux voies. On observe également quelques élargissements de la chaussée au niveau des accès autoroutiers. Le Boulevard Périphérique est caractérisé par un trafic très dense: plus d'un million de véhicules par jour, 40% des embouteillages recensés sur les voies rapides françaises, etc.

Dans le but d'appliquer le modèle META, le Boulevard est divisé en 70 sections d'environ 500 m de longueur chacune possédant au plus une rampe d'accès et une rampe de sortie. Deux entrées et trois sorties très proches ont été regroupées. Nous considérons donc, dans la suite, que le Boulevard possède 33 accès et 35 sorties. Ceci implique que nous traitons un problème de commande optimale qui possède : 173 variables d'état (les vecteurs densité et vitesse comptent chacun 70 composantes et le vecteur longueur de file d'attente en compte 33), 33 variables de commande (les débits des 33 accès considérés), l'intervalle d'échantillonnage temporel étant de 10 s.

V. RESULTATS

Nous donnons les résultats les plus significatifs pour un scénario du trafic du Boulevard Périphérique de Paris. Celui-ci est obtenu à partir d'une simulation d'un incident qui a eu lieu trois minutes avant le début de la régulation. Il a bloqué trois parmi les quatre voies de circulation d'une section (55^{ème} section de la figure.1); néanmoins, la chaussée a été dégagée avant le début de la régulation. On a supposé que l'incident a eu lieu alors que le trafic était déjà dense et la demande très importante. L'incident a eu pour conséquence de très fortes congestions. Celles-ci se sont propagées du lieu de l'incident vers l'amont, elles ont parcouru plus des deux tiers du Boulevard (23 km) et ont duré jusqu'à la fin de la période de simulation (45 minutes). Durant toute cette période, la vitesse est inférieure à 10 km/h et la densité est supérieure à 80 véh/km/voie (Fig. 1). Des files d'attente très importantes apparaissent, plus particulièrement au voisinage de l'incident (entrée n°27 sur Fig.2) et à son amont.

Au bout de 65 secondes de temps de calcul sur un SUN4, la stratégie COMET donne un gain de 17,3% sur le temps total passé sur le Boulevard Périphérique et ses accès. Ce gain est dû à une grande amélioration des conditions de la circulation sur le Boulevard, mais aussi à une augmentation du temps total d'attente. Comme le montre la figure 3 qui donne les valeurs des densités après l'application de la stratégie COMET : les graves congestions disparaissent après 17 minutes de régulation et ne se sont étalés que sur 6 km (comparés au 23 km du cas sans contrôle). La densité la plus élevée à la fin de la période de régulation est de 47 véh/km/voie et la vitesse la plus faible est de 45 km/h. L'augmentation de la somme totale d'attente sur les accès n'est pas désastreuse, puisqu'elle est accompagnée par une répartition assz équitable de la file d'attente sur tous les accès : des files d'attente apparaissent sur des accès qui n'en possédait pas dans le cas sans contrôle, mais les valeurs maximales atteintes sont plus faibles avec COMET.

VI. CONCLUSION

Une stratégie de contrôle a été développée sur la base de la théorie de la commande optimale (COMET). Nous avons présenté ici son principe ainsi que ses résultats pour un scénario du trafic du Boulevard Périphérique de Paris. Celle-ci a été comparée dans [2] avec d'autres stratégies de régulation de

trafic, et a donner les meilleurs résultats. Ceci est dû au fait que d'une part, la stratégie prend connaissance des conditions du trafic sur la totalité de l'autoroute et ses accès, pour la totalité de la période de régulation considérée. Elle coordonne donc son action et donne de meilleurs résultats que les stratégies locales. D'autre part, elle est fondée sur un modèle d'écoulement de trafic assez précis, ce qui lui donne une supériorité sur les stratégies coordonnées qui se basent sur des modèles plus simples. Ceci au prix d'un temps de calcul parfois très élevé (pour certains scénarios de trafic le temps de calcul atteint sept minutes). Elle n'est donc pas la plus adéquate pour une application temps réel. Une utilisation optimale de COMET consisterait à la combiner avec une stratégie locale (commande hiérarchisée) : au premier niveau COMET pour déterminer la commande optimale au préalable. Ces résultats sont transmis à une stratégie locale qui les applique en temps réel, en considérant les changements qui, à chaque instant, interviennent sur l'état du trafic.

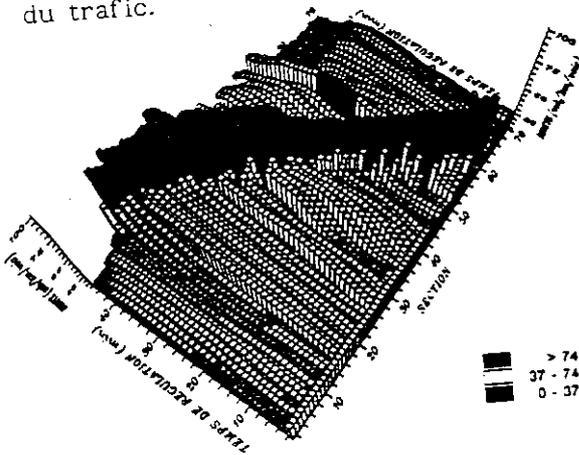


Fig.2: Sans contrôle. Densité.

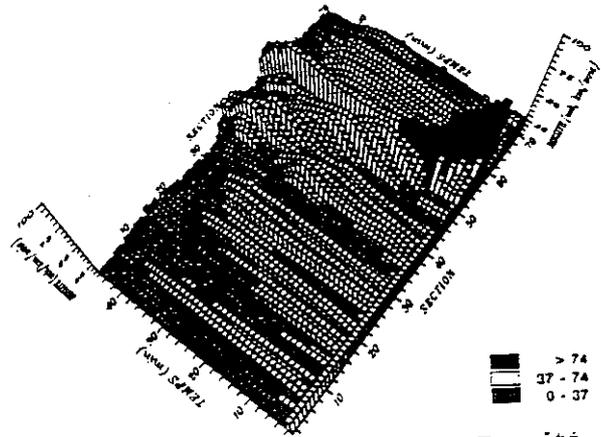


Fig.3: Contrôle avec COMET. Densité.

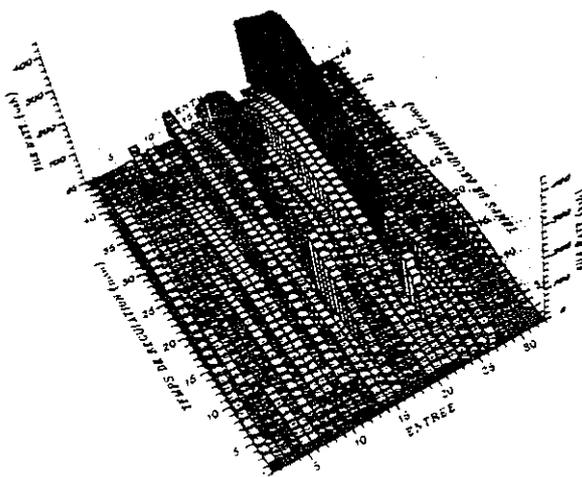


Fig.2: Sans contrôle.
Files d'attente sur les accès.

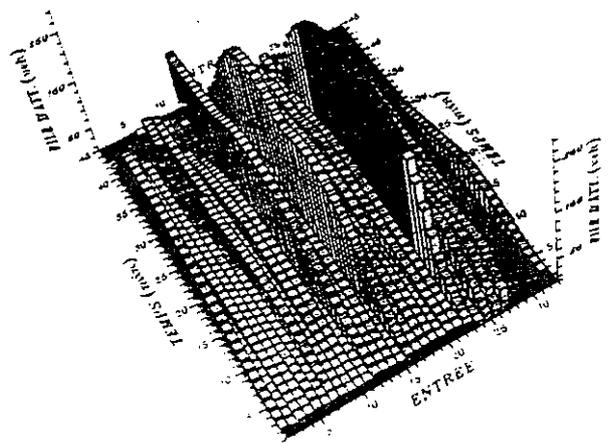


Fig.4: Contrôle avec COMET.
Files d'attente sur les accès.

REFERENCES

- [1]-Papageorgiou, M., Blosseville, J. M. and Haj saïem, H.: Macroscopic modelling of traffic flow on the Boulevard Périphérique in Paris. Transpn. Res. B. Vol. 23B, N°1, pp. 29-47.1989.
- [2]-Bhouril, N.: Commande optimale non-linéaire d'un système de trafic autoroutier. Thèse de Doctorat de l'Université Paris XI (Orsay), Mars 1991.
- [3]-Sage, A.P. and White, C.C.: Optimum systems control. Prentice Hall ed. 1977.