



HAL
open science

La conservation d'énergie: une clé pour la conception d'algorithmes de qualité en dynamique transitoire

Alain Combescure, Anthony Gravouil, Julien Réthoré, Thomas Menouillard

► To cite this version:

Alain Combescure, Anthony Gravouil, Julien Réthoré, Thomas Menouillard. La conservation d'énergie: une clé pour la conception d'algorithmes de qualité en dynamique transitoire. 8e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2007, Giens, France. hal-01487634

HAL Id: hal-01487634

<https://hal.science/hal-01487634v1>

Submitted on 12 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

La conservation de l'énergie: une clé pour la conception d'algorithmes de qualité en dynamique transitoire

Combescure A, Gravouil A, Rethore J, Menouillard T

LaMCoS, INSA-Lyon, CNRS UMR5259, F69621, France

Alain.combescure@insa-lyon.fr

RÉSUMÉ. L'objet de ce papier est de montrer sur quelques exemples comment le concept de conservation de l'énergie peut être utilisé pour concevoir des méthodes nouvelles pour simuler des réponses dynamiques transitoires en mécanique des solides. Cette méthodologie sera appliquée aux collages de sous domaines par une méthode sans recouvrement puis pour le développement d'une méthode X-FEM pour la simulation de propagation de fissures en dynamique transitoire. Une démonstration de la manière de concevoir une méthode de propagation dynamique de discontinuités avec les zones cohésives sera également fournie.

ABSTRACT. This paper is devoted to the application of the concept of energy conservation to the design of new transient time integration strategies. The concept will be illustrated on the sub domains coupling application as well as on simulation of dynamic crack propagation using X-FEM. A demonstration of energy conservation shall also be given for the case of dynamically evolving cohesive zones.

MOTS-CLÉS : dynamique, transitoire, conservation de l'énergie, sous domaines, collage, X-FEM, zones cohésives, propagation de fissures..

KEYWORDS: transient, dynamics, energy conservation, sub domains, mortar methods X-FEM, cohesive zones, crack propagation,

1. Introduction

le concept bien connu d'approche quasi énergétique proposé par T Hughes (Hughes) dans les années 80 pour étudier la stabilité et la convergence des algorithmes en dynamique transitoire est étendue à des situations plus complexe et est utilisé comme outil de preuve de la qualité de la conception de nouveaux algorithmes de dynamique transitoire. En particulier nous montrons qu'on peut ainsi concevoir des méthodes de collage sans recouvrement qui permettent de faire communiquer des algorithmes de Newmark différents dans des sous domaines

indépendants. Les pas de temps des sous domaines peuvent également être indépendants, ce qui donne une très grande souplesse à la méthode proposée. Une deuxième application est la stratégie de mise à jour des variables dans les simulations de propagation dynamique de fissures par méthode X-FEM, le cas de la dynamique explicite sera lui aussi évoqué.. Enfin une démonstration des initialisations à mettre en place dans le cas des maillages à zone cohésives évolutive sera proposée dans le cas des calculs dynamiques transitoires.

2. méthode énergétique pour les sous domaines.

La méthode proposée est décrite en détail dans les références suivantes (Gravouil, Faucher). Elle consiste à diviser le domaine d'étude en plusieurs sous domaines, chacun ayant son propre pas de temps son propre schéma de Newmark et sa propre discrétisation spatiale. Il a été montré analytiquement par Gravouil puis testé numériquement que si on collait les sous domaines par une condition de continuité cinématique sur les vitesses (par une méthode de type multiplicateur de Lagrange par exemple) et on n'ajoutait jamais d'énergie à l'interface et que l'énergie d'interface était nulle si les pas de temps étaient égaux. Des résultats plus récents montrent qu'avec une technique de collage plus complexe (on colle aussi les déplacements et les accélérations et on n'impose la continuité cinématique qu'aux extrémités des grands pas de temps) alors on avait une énergie d'interface nulle. Cette méthode a été ensuite étendue à des sous domaines explicites dont le collage ne peut se faire qu'à des temps asynchrones, mais aussi à des sous domaines modaux. L'exemple suivant tiré du travail de thèse de B Faucher montre un gain de temps d'un facteur 30, entre le calcul dynamique explicite nonodomaine et le calcul avec 4 sous domaines deux explicites un modal et un implicite.

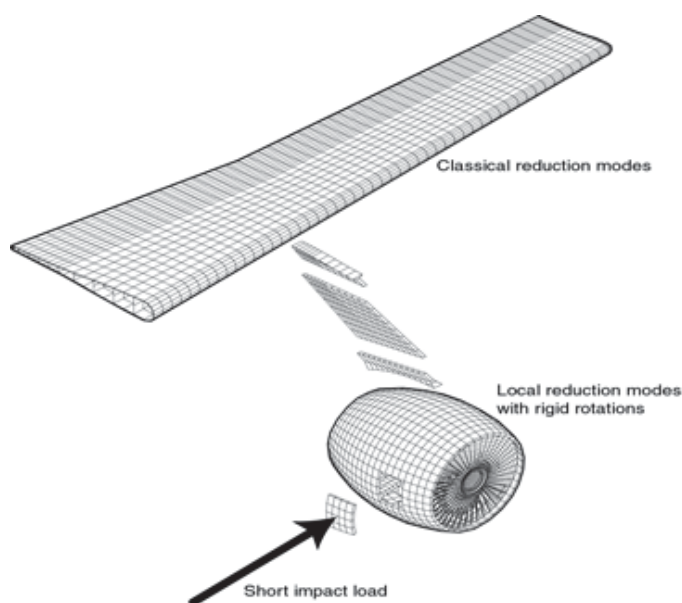


Figure 1: impact sur aile d'avion

3. propagation dynamique de fissures par X-FEM

La méthode des éléments finis étendus est maintenant bien connue. Elle est très pertinente pour simuler numériquement les problèmes à discontinuité mobiles. Elle repose sur la notion de partition de l'unité et sur la notion de grilles indépendantes pour représenter d'une part la discontinuité et son mouvement et d'autre part les déplacements vitesses et contraintes. La représentation de la discontinuité peut s'appuyer sur une méthode de fonctions de niveau (Level Set) (Gravouil 2002) ou sur une représentation plus traditionnelle de type éléments fins. Nous allons maintenant nous intéresser uniquement au cas de discontinuités de type fissure. Les éléments finis pour la mécanique sont classés en trois catégories : ceux qui ne sont pas traversés par la discontinuité qui gardent leur formulation habituelle, ceux qui sont entièrement tranchés par la discontinuité qui vont avoir à chaque nœud les inconnues de déplacement habituelle plus autant d'inconnues représentant la valeur du saut de la fonction, enfin les éléments partiellement tranchés dont les inconnues vont être augmentées des intensités des fonctions singulières caractéristiques de la pointe de la fissure (Moes). Lorsque la fissure propage en quasi statique linéaire il n'y a pas d'effet d'histoire et l'on peut réinitialiser les fonctions saut et singulière pour toute nouvelle position de la discontinuité. Lorsque le chargement est dynamique il faut tenir compte de l'histoire passée à chaque nouvelle avancée de la fissure. La stratégie qui permet de montrer la stabilité et la conservation de l'énergie est montrée dans Réthoré (Rethore). L'idée est très simple. Elle consiste à ajouter un nouveau segment chaque fois que la fissure propage, et à initialiser les nouvelles inconnues à zéro. Il est très simple de montrer que ceci permet une parfaite conservation de l'énergie lors de la propagation de fissures. Une observation approfondie des équations permet aussi de montrer que l'énergie dissipée dans l'avancée de la fissure est exactement l'énergie de Griffith. La méthode est simple à implémenter en dynamique implicite mais pose problème en dynamique explicite lorsque la fissure frôle un nœud lors de sa propagation car le pas de temps tend alors vers zéro. Deux alternatives sont possibles : l'une proposée par J Remmers (Remmers...) consiste à déplacer un peu le nœud pour éviter un pas de temps trop petit. La seconde proposée par T Menouillard et N Moes (Menouillard T) consiste à construire une matrice masse simplifiée sur les degrés de liberté sauts. Cette technique permet pour les éléments à contraintes constante de conserver le même pas de temps que l'élément soit tranché ou non, et pour les autres éléments à le dégrader d'un facteur 2 seulement quelle que soit la position de la fissure. L'expérimentation suivante (Maigre) a été calculé par cette méthode et expérimentation et calculs coïncident très bien.

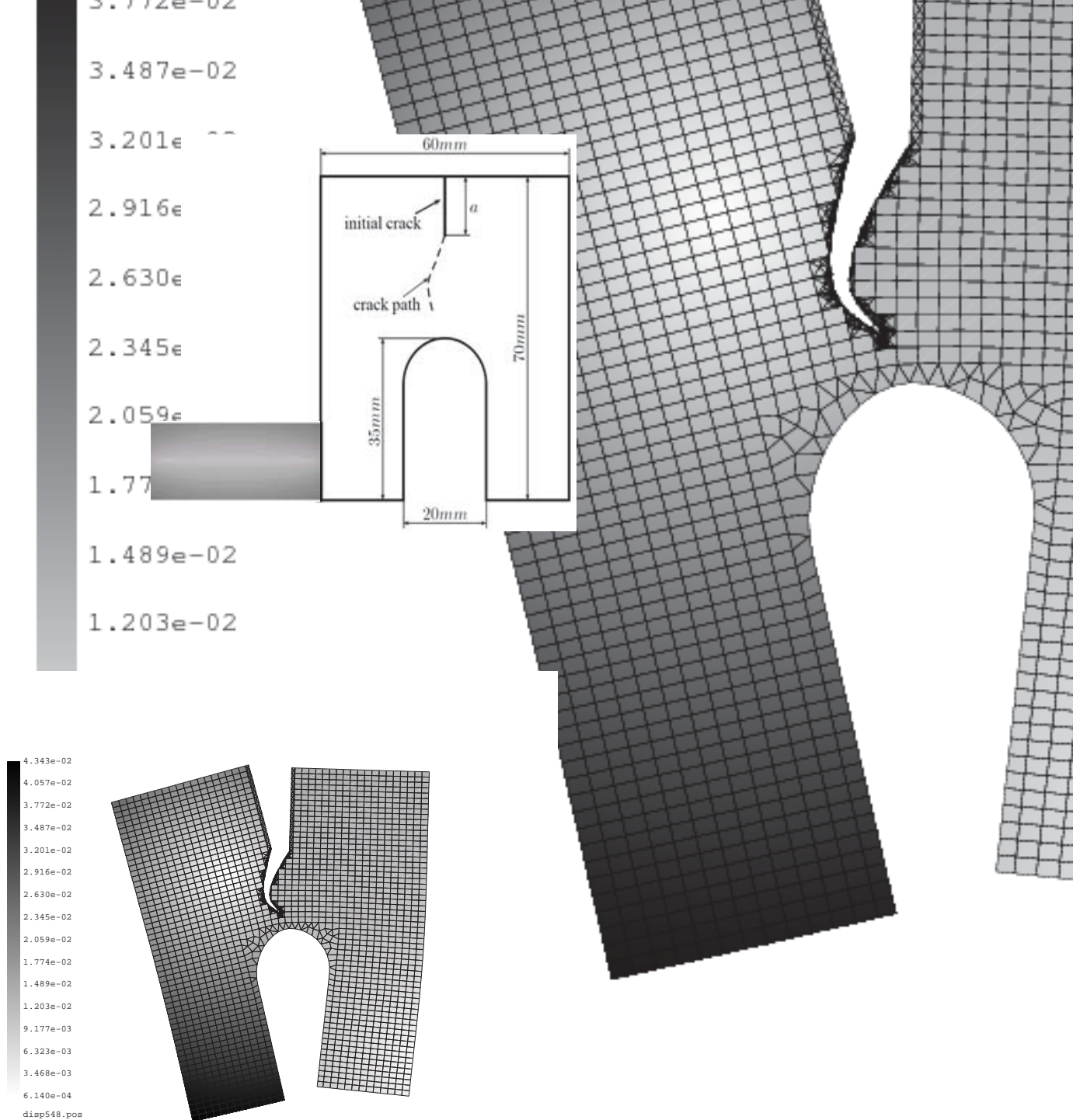


Figure 3 : simulation numérique méthode X-FEM dynamique

4. zones cohésives évolutives

Le concept de zone cohésive est une alternative crédible pour la simulation numérique de la propagation dynamique de fissures. Cependant la stratégie numérique n'est pas encore très bien établie. Lorsque le trajet de fissuration est connu à l'avance on place sur la ligne prévue de fracture les éléments de zone cohésive équipés de la loi de rupture adaptée et on les laisse la simulation se dérouler. Les modèles de comportement dépendent de la taille de maille et doivent

être choisis avec soin. Si les modèles de comportement de la zone cohésive ne dépendent pas de la vitesse de sollicitation, les vitesses de propagation de fissures ne sont pas conformes aux expérimentations (Molinari). Dans le cas d'une utilisation prédictive dans laquelle le trajet de fissuration ainsi que la vitesse de propagation n'est pas connue à l'avance on insère un nouvel élément cohésif chaque fois que la fissure propage. Nous allons nous limiter au cas où chaque nouvel élément cohésif tranche totalement un nouvel élément. En bidimensionnel linéaire un élément cohésif est un segment de droite représenté par deux couples de nœuds confondus. La question très simple qui se pose en dynamique est la suivante : comment initialiser les déplacements, vitesses contraintes et variables internes lors de son introduction. Pour ce faire nous allons insérer un élément cohésif au début du nouveau pas de temps et choisir une stratégie d'initialisation des nouvelles variables introduites qui conserve l'énergie de déformation entre avant et après l'introduction du nouvel élément. L'ancien élément est découpé en sous éléments volumique et en un élément cohésif. Nous allons maintenant nous limiter au cas des éléments finis à contrainte constante sous découpé en éléments à contrainte constante. Les déplacements aux nouveaux nœuds sont interpolés linéairement à partir des déplacements des nœuds de l'élément tranchés, les états mécaniques (contraintes, variables internes) sont copiés sur tous les sous éléments. Il est évident qu'avec cette stratégie l'énergie de déformation est conservée. Tout autre choix ne conserve pas l'énergie de déformation et la stabilité du calcul après le remaillage sera donc affectée. Pour l'énergie cinétique la stratégie est plus délicate. En effet il faut dans l'élément sous découpé conserver l'énergie cinétique, la quantité de mouvement dans la phase de remaillage. Les vitesses des couples de nœuds de l'élément cohésif doivent être identiques. Si l'on choisit de donner une masse nulle aux nœuds ajoutés il suffit d'interpoler la vitesse sans changer les masses des nœuds initiaux. Si par contre on choisit de recalculer les masses des nœuds lors du sous découpage il est très probable que l'interpolation linéaire des vitesses ne conserve pas l'énergie cinétique qui est une fonction quadratique de la vitesse. En bidimensionnel nous avons donc 4 inconnues (les deux couples de vecteur vitesses) et 3 équations, ce qui nous laisse un peu de liberté pour construire le champ de vitesses initiales qui conserve l'énergie. Nous voyons là encore que le concept de conservation de l'énergie est crucial pour penser la conception des algorithmes en dynamique plus particulièrement dans le cas des maillages évolutifs.

5. conclusion

Les différents exemples développés dans ce court papier montrent l'intérêt du concept de conservation de l'énergie dans la conception de schémas de calcul en dynamique et plus particulièrement dans le cas de maillages évolutifs (le cas des maillages adaptatifs est un cas particulier). La conservation des énergies de déformation, cinétique et éventuellement dissipée est la clé de la qualité des

simulations. En effet si cette condition n'est pas vérifiée au niveau global la simulation peut soit injecter soit enlever artificiellement de l'énergie ce qui n'assure en rien la qualité de la simulation. Cette conservation peut être tentée au niveau global en ajoutant des contraintes lors de l'opération de remaillage mais elle ne peut être assurée à la fois au niveau global et au niveau local en tout point. Les techniques de type X-FEM ou éléments cohésifs ainsi que les techniques de sous-découpage hiérarchiques associées à des éléments finis à contraintes constantes assurent la conservation de l'énergie, ce qui fait leur force dans ce type de simulation à condition que les initialisations soient faites avec soin lors du sous-découpage.

6. Bibliographie

Hughes T.J.R., Analysis of transient algorithms with particular reference to stability behaviour, *Computational methods for transient analysis* Editors. T Belytschko, T Hughes Amsterdam: North Holland 1983, pp. 67-155

Gravouil A, Combescure A, A Multi time step explicit-implicit method for non linear structural dynamics. *IJMNE*, Vol 50, 2001, pp 199-225

Faucher V, Combescure A, A time space mortar method for coupling linear modal sub domains and non linear subdomains in explicit structural dynamics, *CMAME*, Vol 192, 2003 , p. 509-533

Gravouil A, Moes N, Belytschko T, Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets: Level set update, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2002, Vol 53(11), 2002, p. 2569-2586

Moes N, Dolbow J, Belytschko T., A finite element method for crack growth without remeshing, *IJMNE*, Vol 46, 1999, p. 131-150

Rethoré J, Gravouil A, Combescure A, An energy conserving scheme for dynamic crack growth with X-FEM method. *IJMNE*, Vol 63, 2005, p 631-659

Menouillard T, Rethore J, Combescure A, Bung H, Efficient explicit time stepping for the extended finite element method (X-FEM), *IJMNE*, 2006, Vol 68 (9), PP 911-939

J. Remmers, R de Borst, A Needleman, A cohesive segments method for simulation of crack growth , *Computational mechanics*, Vol 31, 2003, p. 69-77

Maigre H, Rittel D., Mixed mode quantification for dynamic fracture initiation : application to the compact compression specimen. *IJSS.*, Vol 30 n°23, 1993, p. 3233-3244

Zhou F and Molinari J. F. " Three Dimensional Dynamic Crack Propagation Using Cohesive Elements: A Methodology to Address Mesh Dependency", *IJMNE*, Vol. 59, issue 1, 2004, pp.1-24