



HAL
open science

Un paradoxe dans le paradoxe d'Allais ?

Léo Gerville-Réache

► **To cite this version:**

| Léo Gerville-Réache. Un paradoxe dans le paradoxe d'Allais ?. 2017. hal-01487618

HAL Id: hal-01487618

<https://hal.science/hal-01487618v1>

Preprint submitted on 12 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Un paradoxe dans le paradoxe d'Allais ?

Léo Gerville-Réache – IMS URM 5218 – Université de Bordeaux

Maurice Allais refusait que la rationalité devant le risque soit dictée par l'utilité espérée [1] [2]. Pourtant la théorie des comportements économiques de John Von Neumann et Oskar Morgenstern aboutit bien à cette conclusion : un agent rationnel doit maximiser la somme de ces utilités pondérées par les probabilités de celles-ci [4].

Afin de démontrer que la production de « l'école américaine » était sans rapport le comportement d'individus rationnels, il expérimenta auprès de différents publics, un ensemble de situations de jeu basées sur des loteries. En 1953, il publie un premier article dans le journal de la société statistique de Paris sous le titre : *La psychologie de l'homme rationnel devant le risque : la théorie et l'expérience*.

C'est de cette expérience qu'Allais met en exergue un paradoxe publié dans la revue *Econometrica*, la même année. Les questions 35 et 36 étaient les suivantes :

35. Préférez-vous la situation A à la situation B?	
Situation A :	Certitude de recevoir 100 millions. . .
	10 chances sur 100 de gagner 500 millions.
Situation B :	89 chances sur 100 de gagner 100 millions.
	1 chance sur 100 de ne rien gagner .
	100

36. Préférez-vous la situation C à la situation D?	
Situation C :	11 chances sur 100 de gagner 100 millions.
	89 chances sur 100 de ne rien gagner. .
	100
Situation D :	10 chances sur 100 de gagner 500 millions.
	90 chances sur 100 de ne rien gagner. .
	100

Les répondants affichant leur préférence pour la loterie A par rapport à B préfèrent majoritairement la loterie D à la C. Pourtant, aucune utilité espérée ne peut justifier cette double préférence. Par exemple, les espérances mathématiques des quatre loteries sont respectivement de 100 ;139 et 11 ; 50.

Maurice Allais précisait que lui-même préférait A à B et D à C et ne se considérait pas comme irrationnel. Aussi, la théorie de l'utilité espérée, en construction depuis Bernoulli (via le paradoxe de St Pétersbourg) et axiomatisé dès 1944 par Von Neumann et Morgenstern ne serait pas une théorie des préférences rationnelles devant le risque.

En effet, toutes choses égales par ailleurs, ce contre-exemple expérimental signerait la fin de cette théorie (majoritaire à l'époque).

Le problème est que l'expérience d'Allais était précédée de consignes très précises. Celle qui a retenue fondamentalement notre attention est la suivante:

« Chaque question correspond à une offre qui ne se présente à vous qu'une seule fois et qui très probablement ne se représentera jamais à nouveau. Cette hypothèse est absolument essentielle. » Il s'agit donc de répondre aux questions sans faire référence à la répétition possible de l'offre, un nombre fini ou infini.

De leur côté, Von Neumann et Morgenstern construisent leur axiomatique sur ce qu'ils appellent des probabilités objectives dont ils précisent le sens :

Probability has often been visualized as a subjective concept more or less in the nature of an estimation. Since we propose to use it in constructing an individual, numerical estimation of utility, the above view of probability would not serve our purpose. The simplest procedure is, therefore, to insist upon the alternative, perfectly well founded interpretation of probability as frequency in long runs.

Aussi, la théorie de l'utilité espérée est fondée sur une conception fréquentielle de la probabilité. Avec cette conception, l'espérance mathématique s'interprète en termes de moyenne à long terme (l'essence même de la loi des grands nombres).

La question est alors claire. L'expérience de Maurice Allais permettait-elle de tester la théorie de l'utilité espérée ? Non.

L'expérience de Maurice Allais montre uniquement que la théorie de Von Neumann et Morgenstern ne modélise pas l'homme rationnel devant un risque qui ne se présenterait qu'une fois. Et cela, même si les risques présentés dans le questionnaire sont des probabilités objectives. Pourtant, Philippe Mongin [3] précise que, pour Maurice Allais les probabilités objectives s'identifient à des fréquences.

Le paradoxe du paradoxe d'Allais ne serait-il pas de considérer conjointement des probabilités objectives en référence à la répétition hypothétique des expériences et une espérance mathématique qui n'aurait pas le droit de faire référence à cette même répétition hypothétique ?

Bibliographie

- [1] Allais M. (1953) *La psychologie de l'homme rationnel devant le risque : la théorie et l'expérience*. Journal de la société statistique de Paris, 94, pp. 47-73.
- [2] Allais M. (1953) *Le Comportement de l'Homme Rationnel devant le Risque: Critique des Postulats et Axiomes de l'Ecole Américaine*, *Econometrica*, Vol. 21, No. 4 (Oct., 1953), pp. 503-546.
- [3] Mongin P. (2014) *Le paradoxe d'Allais. Comment lui rendre sa signification perdue ?* *Revue Economique*, 65, pp. 743-779
- [4] Von Neumann J. and Morgenstern O. (1947), *Theory of Games and Economic Behavior*, 2^{ème} édition, Princeton University Press.