



HAL
open science

André-Louis Cholesky (1875-1918), mathématicien, topographe, enseignant et officier

Claude Brezinski, Dominique Tournès

► To cite this version:

Claude Brezinski, Dominique Tournès. André-Louis Cholesky (1875-1918), mathématicien, topographe, enseignant et officier. Images des Mathématiques, 2015. hal-01480321

HAL Id: hal-01480321

<https://hal.science/hal-01480321>

Submitted on 1 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0
International License

André–Louis Cholesky (1875–1918), mathématicien, topographe, enseignant et officier

Claude Brezinski*

Dominique Tournès†

Résumé.— André–Louis Cholesky (1875–1918), exemple remarquable d’ingénieur-savant, d’officier et d’enseignant issu des grandes écoles scientifiques françaises, est surtout connu des topographes et des mathématiciens appliqués. Tous ses travaux sont empreints de beaucoup d’initiative et d’originalité.

Un problème fondamental en analyse numérique est celui de la résolution des systèmes d’équations linéaires. Naturellement, tout mathématicien connaît la réponse *théorique* à cette question. Pour un système de dimension n , le calcul des déterminants qui apparaissent dans les formules de Cramer nécessite de l’ordre de $n^2n!$ opérations arithmétiques. C’est dire qu’il faudrait plus que l’âge de l’univers pour résoudre un système de 23 équations avec un ordinateur effectuant 10^7 opérations par seconde. À l’heure actuelle, les systèmes qui proviennent de la discrétisation d’équations aux dérivées partielles atteignent souvent une dimension de plusieurs centaines de mille, voire plus. On réalise donc que les formules de Cramer sont inutilisables et que d’autres approches sont nécessaires. La méthode du pivot de Gauss est une alternative abondamment décrite. Cet article va en présenter une autre, sans doute moins connue.

Considérons le système d’équations linéaires

$$Ax = b$$

où A est une matrice symétrique définie positive, c’est-à-dire telle que, pour tout vecteur v non nul, on ait $v^T Av > 0$ ¹. Donnons un exemple d’un tel système et de sa solution :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 5 & -5 \\ -3 & -5 & 19 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -22 \end{pmatrix}.$$

*Laboratoire Paul-Painlevé, UMR CNRS 8524, UFR de Mathématiques, Université des Sciences et Technologies de Lille, 59655 Villeneuve d’Ascq cedex. E-mail: Claude.Brezinski@univ-lille1.fr.

†Laboratoire d’Informatique et de Mathématiques (LIM, EA 2525), Université de la Réunion, 97490 Sainte-Clotilde. Laboratoire SPHERE, UMR 7219, CNRS et Université Paris-Diderot, 75013 Paris. E-mail: Dominique.Tournes@univ-reunion.fr.

1. Nous convenons de placer la lettre T en haut et à droite d’une matrice – ou d’un vecteur – pour noter sa transposée

En 1907, Otto Toeplitz (1881–1940) [9] (voir aussi [3]) a démontré qu’il existait une matrice triangulaire inférieure L (c’est-à-dire dont tous les éléments au dessus de la diagonale principale sont nuls) telle que $A = LL^T$. Pour notre exemple, on a ainsi

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Le système devient alors $LL^T x = b$ et, en posant $y = L^T x$, il s’écrit $Ly = b$, c’est-à-dire

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -22 \end{pmatrix}.$$

La première équation du système $Ly = b$ fournit la première composante $y_1 = 4$ du vecteur y , puis la seconde équation permet d’en obtenir la seconde composante $y_2 = -1$ puisque $2y_1 + y_2 = 7$ et ainsi de suite, ce qui donne $y_3 = -3$. Une fois calculé y , la dernière équation du système $L^T x = y$ fournit la dernière composante $x_3 = -1$ du vecteur x , l’avant-dernière équation donne l’avant-dernière composante $x_2 = 0$ de x et ainsi de suite jusqu’à $x_1 = 1$. On a ainsi résolu notre système linéaire en effectuant de l’ordre de $n^3/3$ opérations arithmétiques. Mais il restait à construire la matrice L . Ce sera la contribution d’André-Louis Cholesky (1875-1918), qui n’a sans doute pas eu connaissance du travail de Toeplitz.

Cholesky étant un personnage intéressant et attachant, mais encore assez peu connu, cet article se propose de fournir les éléments les plus significatifs de sa vie et de son œuvre [3].

1 La vie et la carrière militaire

André-Louis Cholesky (qui se faisait prénommer René) naquit à Montguyon, petit bourg charentais entre Angoulême et Bordeaux, le 15 octobre 1875. Son père y tenait un hôtel.

La famille, sans doute d’origine polonaise, était arrivée en France avec les armées napoléoniennes. Après avoir fréquenté l’école de son village, puis le lycée de Saint-Jean-d’Angély, il obtient son baccalauréat à Bordeaux. En 1895, il est admis à l’École polytechnique puis à l’École d’application de l’artillerie et du génie de Fontainebleau, et s’engage dans une carrière militaire.

Nommé lieutenant en 1899, il est envoyé en Tunisie et en Algérie pour des missions. En juin 1905, il est affecté au Service géographique de l’État-major de l’Armée où, selon ses supérieurs, il se fait « *remarquer de suite par une intelligence hors ligne, une grande facilité pour les travaux mathématiques, un esprit chercheur, des idées originales, parfois même paradoxales, mais toujours empreintes d’une grande élévation de sentiments et qu’il soutenait avec une extrême chaleur* ».

Il effectue alors des mesures le long de la « méridienne de Lyon » (méridien terrestre passant par Lyon). Puis, du 7 novembre 1907 au 25 juin 1908, il est en Crète, alors occupée par les troupes

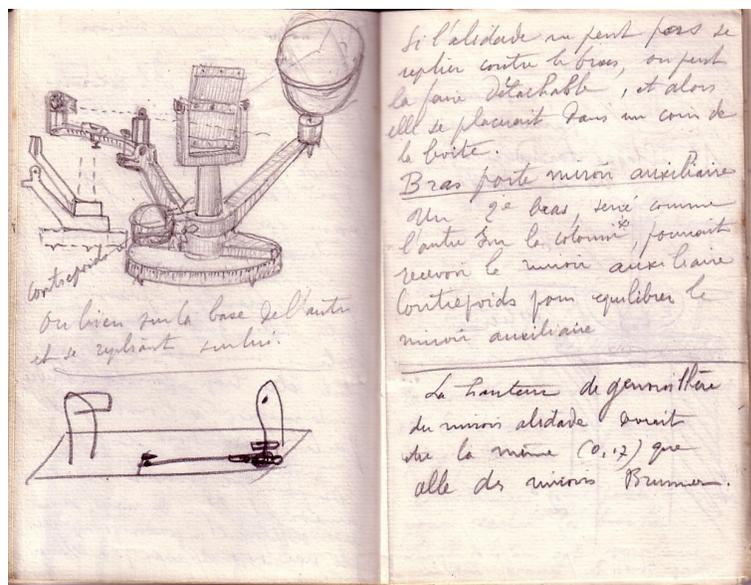


Café du Centre et Hôtel de l'Étoile
© Domaine public



Cholesky étudiant de l'École polytechnique
© Collections École polytechnique

internationales, pour entreprendre la cartographie des secteurs français et britannique de l'île. Promu capitaine en mars 1909, Cholesky effectue son temps légal de deux ans comme commandant d'une batterie qui venait d'être créée au sein du 13e régiment d'artillerie. En octobre 1911, il est affecté au Service géographique de l'Armée qui lui confie la direction du nivellement en Algérie et en Tunisie. Il y établit des routes et des lignes de chemin de fer. Il y reste jusqu'au 2 août 1914, date de la mobilisation, où il rejoint le 7e groupe d'artillerie à Bizerte. Le 24 septembre 1914, il est nommé commandant de la 9e batterie du 23e régiment d'artillerie.



Page 9 du carnet No. 5 de Cholesky
 © Fonds Cholesky - École polytechnique

Au début de la guerre, l'artillerie tirait à vue sur des objectifs invisibles définis par leur position sur une carte. Les Groupes de canevas de tir furent créés vers la fin de 1914 pour fournir des cartes quadrillées et faire face à la prolifération des systèmes locaux de coordonnées. On adopta la projection conforme définie en 1772 par Johann Heinrich Lambert (1728-1777), dans laquelle les méridiens sont des droites concourantes et les parallèles des arcs de cercle centrés sur le point de concours des méridiens, et qui a l'avantage de conserver les angles. Le 3 janvier 1915, Cholesky est détaché auprès du général commandant l'artillerie du 17e corps d'armée. Il est employé à un groupe de canevas de tir de l'Armée des Vosges, dont il devient le chef en 1916. Il est l'un des officiers qui comprit le mieux et développa le plus le rôle de la géodésie et de la topographie dans l'organisation des tirs d'artillerie.

Du 25 septembre 1916 à février 1918, Cholesky exerce les fonctions de directeur technique du Service géographique de la Mission militaire en Roumanie (entrée en guerre à côté des alliés à la fin

août). Il réorganise complètement le Service géographique de l'Armée roumaine. Le 6 juillet 1917, il est promu chef d'escadron.

Le 5 juin 1918, il est affecté au 202e régiment d'artillerie de campagne qui fait partie de l'armée du Général Mangin. Entre le 15 août et le 26 septembre, son régiment participe à l'offensive sur la ligne Hindenburg puis est engagé dans des combats sur l'Ailette le 23 août et à Courson. Le 25 août, l'armée de Mangin s'apprête à rompre le front ennemi entre l'Aisne et Saint-Gobain.

Le 31 août 1918, le Commandant Cholesky décède à 5 h du matin dans une carrière au nord de Bagneux (dans l'Aisne, à environ 10 km au nord de Soissons) des suites de blessures reçues sur le champ de bataille. Il repose au cimetière militaire de Cuts (dans l'Oise, à 10 km au sud-est de Noyon), tombe 348, carré A.



La tombe de Cholesky
© Claude Brezinski

2 Le topographe et le mathématicien

Le nom de Cholesky est toujours connu, à l'heure actuelle, des topographes et des mathématiciens appliqués.

Alors qu'il était en Afrique du Nord, Cholesky proposa sa *méthode de double cheminement* qui permet d'augmenter la précision du nivellement (ensemble des opérations consistant à mesurer des différences de niveau entre les divers points d'un terrain). Cette méthode, encore enseignée de nos jours, consiste à effectuer les relevés topographiques en double, selon deux trajets très voisins, puis à prendre la moyenne des résultats obtenus afin de compenser certaines erreurs systématiques dues aux défauts inévitables des instruments de mesure. On raconte que, pour distinguer les deux soldats portant les mires de nivellement et se déplaçant en parallèle, l'un d'eux portait un pantalon rouge afin que l'opérateur ne s'embrouille pas.

Mais Cholesky est surtout connu pour sa méthode de résolution des systèmes d'équations linéaires qui est toujours utilisée aussi bien par les topographes que par les mathématiciens appliqués. Examinons le contexte dans lequel Cholesky l'a obtenue. Pour cartographier une région, on effectue une *triangulation*, procédé classique consistant à couvrir le terrain d'un réseau de triangles. Pour positionner les lieux à reporter sur la carte, on commence par mesurer la longueur d'une base – un côté d'un premier triangle – qui doit se situer sur un sol le plus plat possible. On mesure ensuite les angles adjacents à cette base en visant le troisième sommet du premier triangle, puis, de proche en proche, les angles des autres triangles. Les angles sont en effet plus faciles à mesurer que les distances, surtout sur un terrain accidenté, et leur mesure est plus précise que celle des longueurs. Enfin, la trigonométrie fait le reste pour calculer les côtés des triangles successifs à partir de la base initiale et des angles mesurés. Si la carte concerne un territoire étendu ne pouvant être valablement assimilé à une portion de plan, il faut tenir compte de la forme de la Terre. Les angles et les longueurs doivent vérifier des *équations de condition* qui expriment le fait que la somme des angles d'un triangle doit être égale à une valeur connue (supérieure à 180 degrés lorsqu'on tient compte de la rotondité de la Terre), qu'en chaque point la somme des angles doit valoir 360 degrés et que les longueurs doivent rester les mêmes quel que soit l'ordre dans lequel les mesures sont effectuées. Enfin, certains points géodésiques ne sont pas accessibles directement pour y installer les instruments de mesure et ne peuvent être observés qu'à distance. Ainsi que l'écrit Cholesky dans son *Cours de Topographie. 2e Partie, Topographie Générale* [5],

Toutes les fois que l'on fait une triangulation calculée, il y a avantage à faire également une compensation par le calcul. On est alors amené à écrire un certain nombre d'équations représentant les relations géométriques entre les divers éléments des figures de la triangulation et comme il y a généralement plus d'inconnues que d'équations, on lève l'indétermination en écrivant que la somme des carrés des corrections est minima.

Ce procédé des moindres carrés avait été développé séparément par Adrien-Marie Legendre (1752-1833) et Carl Friedrich Gauss (1777-1855), ce qui avait provoqué une vive querelle de priorité entre eux. Dans ce procédé, on aboutit à un système d'équations linéaires $Ax = b$ avec une matrice A

symétrique définie positive. Il ne reste plus qu'à donner l'expression des éléments de la matrice triangulaire inférieure L telle que $LL^T = A$, ce qui se fait facilement par identification des éléments de part et d'autre de cette égalité. Cholesky ne publia jamais sa méthode. Celle-ci ne fut exposée qu'en 1924 (soit six ans après sa mort) par un autre officier du Service géographique de l'Armée, le commandant Ernest Benoît (1873-1956) qui l'avait connu [1].

En 2003, la famille de Cholesky décida de donner les documents en sa possession aux Archives de l'École polytechnique. C'est ainsi que l'un de nous (C.B.) reçut une lettre de Michel Gross, petit-fils de Cholesky, lui demandant s'il était d'accord pour classer avec lui et l'archiviste de l'École polytechnique, Claudine Billoux, les papiers de son grand-père. Et, parmi ceux-ci, nous découvrîmes le manuscrit inédit où Cholesky expliquait sa méthode.

L'article de Cholesky commence par :

La solution des problèmes dépendant de données expérimentales, qui peuvent dans certains cas être soumises à des conditions, et auxquelles on applique la méthode des moindres carrés, est toujours subordonnée au calcul numérique des racines d'un système d'équations linéaires. C'est le cas de la recherche des lois physiques ; c'est aussi le cas de la compensation des réseaux géodésiques. Il est donc intéressant de rechercher un moyen sûr et aussi simple que possible d'effectuer la résolution numérique d'un système d'équations linéaires.

Le procédé que nous allons indiquer s'applique aux systèmes d'équations symétriques auxquels conduit la méthode des moindres carrés ; mais nous remarquerons tout d'abord que la résolution d'un système de n équations linéaires à n inconnues peut très facilement se ramener à la résolution d'un système de n équations linéaires symétriques à n inconnues.

Reprenons les notations que nous avons utilisées au début. Cholesky se propose de résoudre le système linéaire $Ly = b$ où L est, pour l'instant, une matrice quelconque. Puis il pose $y = L^T x$ et le système initial devient $Ax = b$ avec $A = LL^T$. Il a ainsi obtenu un système avec une matrice symétrique et il donne les relations qui expriment les coefficients de A en fonction de ceux de L . Il remarque que la résolution du système $Ax = b$ deviendrait facile si la matrice L était triangulaire inférieure. On obtiendrait alors immédiatement le vecteur y en résolvant $Ly = b$ puis le vecteur x comme solution de $L^T x = y$. Il obtient ainsi les formules qui donnent les coefficients de la matrice triangulaire inférieure L . Dans ces formules, il reste cependant à extraire des racines carrées. Notons que Cholesky ne s'est pas posé le problème de savoir si toutes les quantités dont il devait prendre la racine carrée étaient positives ou nulles, ce qui est vrai dans son cas puisque A est symétrique définie positive. Pour les calculer, il propose une méthode itérative (qui n'est autre que la méthode de Newton²) et démontre que sa convergence est quadratique (c'est-à-dire que le nombre de chiffres exacts qu'elle fournit double à chaque itération). Puis il discute les avantages de sa méthode du point de vue de la précision numérique et expose une procédure permettant de vérifier qu'aucune

2. Concernant la méthode de Newton, on pourra consulter, sur ce même site, l'article « La méthode de Newton et son fractal » : <http://images.math.cnrs.fr/La-methode-de-Newton-et-son-fractal>.

erreur ne s'est glissée dans les calculs. Il montre ensuite comment effectuer facilement les calculs à l'aide d'une calculatrice mécanique de type *Dactyle*. En effet, sa méthode devait pouvoir être utilisée par des soldats n'ayant qu'une formation minimale en mathématiques. Cholesky termine son travail par des exemples numériques : il faut 4 à 5 heures pour obtenir la solution d'un système de dimension 10 avec 5 chiffres exacts.



Une calculatrice Dactyle

© Freddy Haeghens - Collection particulière
<http://users.skynet.be/Fredscalculators/p7.htm>

C'est un texte clair et précis, alliant théorie, algorithmes, mise en œuvre et résultats numériques, et qui trouverait très certainement sa place dans un journal contemporain d'analyse numérique. Il est daté du 2 décembre 1910, mais Cholesky avait sans doute trouvé sa méthode dès 1902. Elle fut redécouverte de nombreuses fois par la suite. Pour une analyse détaillée de ce manuscrit et la chronologie des découvertes de méthodes similaires, voir [2]. Le manuscrit peut être consulté sur internet [4].

Connue dans le cercle des géodésiens et de topographes, cette méthode de résolution des systèmes d'équations linéaires resta longtemps ignorée des mathématiciens [8]. Elle ne prit son essor décisif que lorsque John (Jack) Todd (1911-2007) eut à donner un cours d'analyse numérique au *King's College* de Londres en 1946. Avec sa femme, la mathématicienne Olga Taussky (1906-1995), ils se mirent alors à rechercher des informations dans *Mathematical Reviews*, un journal qui publie des analyses d'articles parus dans les journaux de recherche (un travail facile à cette époque vu le nombre relativement faible d'articles publiés). Ils tombèrent sur une recension écrite par Ewald Konrad Bodewig (MR 7 (1944), 488) d'un article du géodésien danois Henry Jensen (1915-1974).

Jensen déclarait « *la méthode de Cholesky semble posséder tous les avantages* » [7]. Le cours de Todd fut suivi, en particulier, par Leslie Fox (1918-1992), alors à la Division de mathématiques nouvellement créée au (British) *National Physical Laboratory* (NPL), qui se mit à l'étudier avec ses collègues James Hardy Wilkinson (1919-1986), Harry Douglas Huskey (né en 1916) et Alan Mathison Turing³ (1912-1954). À partir de 1946, la méthode de Cholesky fut intégrée dans tous les cours d'analyse numérique et de mathématiques appliquées du monde entier. Des milliers de sites web correspondent actuellement au mot-clé « Cholesky ».

3 L'enseignant

À partir de décembre 1909 (et peut-être avant) et jusqu'à janvier 1914 au moins, Cholesky participa à l'enseignement par correspondance de l'*École spéciale des travaux publics, du bâtiment et de l'industrie* [11]. Cette école avait été fondée en 1891 par Léon Eyrolles (1861-1945), un conducteur de travaux des Ponts et Chaussées, pour aider ses collègues à obtenir le titre d'ingénieur [12].



École spéciale des travaux publics à Cachan
© Domaine public

Dans le secteur du génie civil, il n'existait alors que l'École polytechnique et l'École des ponts et chaussées pour y accéder, voie inaccessible aux conducteurs qui étaient déjà engagés dans la vie active. Dans le cadre de cet enseignement, Cholesky eut à rédiger des cours, et à préparer

3. Le personnage de Turing est maintenant mieux connu du grand public grâce au film *The Imitation Game* sorti en 2014.

et corriger des exercices. C'est ainsi qu'il publia deux ouvrages à la Librairie Eyrolles (*Cours de Topographie* et *Levés d'Études à la Planchette*, respectivement de 594 et 285 pages). Ces livres eurent de nombreuses éditions et étaient encore utilisés, au moins pour le premier d'entre eux, près de vingt ans après la disparition de leur auteur. Les archives comportent également de nombreux autres manuscrits sur diverses questions scientifiques ainsi que des documents administratifs rédigés par Cholesky, en particulier lors de son commandement en Roumanie. Il s'est beaucoup intéressé aux avions (qu'il appelait « aéroplanes » selon la terminologie de l'époque) dont c'était la première apparition dans une guerre. C'est ainsi que l'on a des textes intitulés *Surveillance des aéronefs*, *Protection contre les incursions des aéronefs*, *Tenue à jour du programme de la photo aérienne* et surtout *Appareil de pointage pour mitrailleuse sur avion Nieuport* dans lequel il décrit un viseur qui permet de tirer dans la direction de marche. Rappelons que c'est Roland Garros (1888-1918) qui mit au point le premier chasseur monoplace armé d'une mitrailleuse tirant à travers l'hélice dans l'axe de l'avion. On ignore si les deux hommes se sont rencontrés.

Dans les documents donnés par la famille aux archives de l'École polytechnique, on trouve le manuscrit inédit d'un autre livre intitulé *Cours de Calcul Graphique*, 83 pages. Il est reproduit entièrement dans [3], où il est également analysé et replacé dans son contexte historique et scientifique. Dans ce cours très soigné, malheureusement resté inachevé, on trouve l'ébauche d'une théorie des abaques⁴ assez personnelle, qui se distingue significativement des présentations adoptées dans la plupart des cours de l'époque. Pour l'historien, un autre intérêt majeur du manuscrit est de donner une image fidèle de ce qui pouvait être enseigné concrètement à tout ingénieur de terrain, y compris à ceux n'ayant pas bénéficié d'une formation mathématique de haut niveau. En effet, dans son enseignement, Cholesky a le souci de présenter les résultats théoriques et les techniques utiles du calcul graphique de la manière la plus élémentaire qui soit, en faisant appel aussi rarement que possible au calcul infinitésimal et jamais à des notions de géométrie projective. De plus, il s'agit d'un cours par correspondance et donc, par nature, d'un texte contenant des explications détaillées que l'on ne trouve pas habituellement dans les autres traités publiés.

Par ailleurs, l'une des caractéristiques pédagogiques les plus remarquables de ce cours est de proposer régulièrement à l'étudiant plusieurs approches et plusieurs solutions pour résoudre un même problème. L'objectif principal affiché ici, tout comme dans les autres cours de Cholesky, est de laisser à l'étudiant une grande autonomie, de l'inciter à penser par lui-même, de lui recommander d'exploiter avant tout son bon sens, car, plus tard, il aura sans cesse à s'adapter à des situations nouvelles et imprévues rencontrées sur le terrain. Cholesky écrit d'ailleurs :

Les exercices corrigés constitueront un complément indispensable du cours, et non pas une répétition ; aussi l'élève ne devra-t-il pas se décourager s'il rencontre des difficultés sérieuses dans les exercices qui lui sont proposés. Qu'il montre qu'il sait réfléchir, on ne lui en demandera pas davantage.

4. Un abaque – ou nomogramme – est une table graphique fournissant par simple lecture la solution d'une équation numérique en exploitant des propriétés géométriques comme le concours de plusieurs lignes ou l'alignement de plusieurs points.

En conclusion, Cholesky est un exemple remarquable d'*ingénieur-savant* issu des grandes écoles scientifiques françaises du dix-neuvième siècle. Ayant reçu une culture mathématique de haut niveau, il est capable d'initiative et d'originalité dans les travaux auxquels il est confronté [10]. Comme enseignant, il expose des idées nouvelles et fait preuve d'une réflexion personnelle dans ses ouvrages. C'est un personnage complet et attachant, également remarquable dans ses multiples activités d'ingénieur, de mathématicien, de topographe, d'officier d'artillerie et d'enseignant.



André-Louis Cholesky
© Famille de Cholesky

Références

- [1] E. Benoît, Note sur une méthode de résolution des équations normales provenant de l'application de la méthode des moindres carrés à un système d'équations linéaires en nombre inférieur à celui des inconnues, (Procédé du Commandant Cholesky), *Bulletin géodésique*, 2 (1924) 67–77.
- [2] C. Brezinski, La méthode de Cholesky, *Revue d'histoire des mathématiques*, 11 (2005) 205–238.

- [3] C. Brezinski, D. Tournès, *André-Louis Cholesky, Mathematician, Topographer and Army Officer*, Birkhäuser, Basel, 2014.
- [4] A.-L. Cholesky, Sur la résolution numérique des systèmes d'équations linéaires, manuscrit inédit, <https://www.bibnum.education.fr/mathematiques/algebre/sur-la-resolution-numerique-des-systemes-d-equations-lineaires>.
- [5] A.-L. Cholesky, *Cours de Topographie. 2e Partie, Topographie Générale*, Eyrolles, Paris, 1re éd. ? ; 2e éd. 1913 ; 3e éd. 1922 ; 4e éd. 1924 ; 5e éd. 1928 ; 6e éd. 1931 ; 7e éd. 1937.
- [6] A.-L. Cholesky, *Levés d'Études à la Planchette*, Eyrolles, Paris, 1re éd. ? ; 2e éd. 1919 ; 3e éd. 1923 ; 4e éd. 1931.
- [7] H. Jensen, *An attempt at a systematic classification of some methods for the solution of normal equations*, Meddelelse No. 18, Geodætisk Insitut, Kobenhavn, 1944, 45 pp.
- [8] M. Sciavon, Geodesy and map-making in France and Algeria : contests and collaboration between Army officers and observatory scientists, in *In the Heavens and Earth. Observatories and Astronomy in the Nineteenth Century*, D. Aubin, C. Bigg, H. O. Sibun (eds.), Duke University Press, 2010, pp. 148–173.
- [9] O. Toeplitz, Die Jacobische Transformation der quadratischen Formen von unendlich vielen Veränderlichen, *Nachr. Akad. Wiss. Göttingen, Math. Phys. Kl.*, II (1907) 101–110.
- [10] D. Tournès, Mathematics of engineers : Elements for a new history of numerical analysis, in *Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Seoul, August 13-21, 2014*, vol. 4, pp. 1255–1273.
- [11] D. Tournès, Les cours d'André-Louis Cholesky à l'École spéciale des travaux publics, du bâtiment et de l'industrie, in *Les ouvrages de mathématiques dans l'histoire*, É. Barbin et M. Moyon (éds), Presses universitaires de Limoges, 2013, pp. 319–332.
- [12] H. Vacher, L'École spéciale des travaux publics et le projet de l'ingénieur architecte au début du XXe siècle, in *Formation au travail, enseignement technique et apprentissage : Actes, 127e congrès du CTHS, Nancy, 15–20 avril 2002*, Thérèse Charmasson éd., Éditions du Comité des Travaux Historiques et Scientifiques, Paris, 2005, pp. 65–85.