



HAL
open science

Analyse thermomécanique des problèmes de fissure fixe sous chargement dynamique

Zoumana Soumahoro, Hubert Maigre

► **To cite this version:**

Zoumana Soumahoro, Hubert Maigre. Analyse thermomécanique des problèmes de fissure fixe sous chargement dynamique. Comptes Rendus Mécanique, 2017, 345, pp.221 - 238. 10.1016/j.crme.2017.01.002 . hal-01476974

HAL Id: hal-01476974

<https://hal.science/hal-01476974>

Submitted on 26 Feb 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License



Analyse thermomécanique des problèmes de fissure fixe sous chargement dynamique



Thermomechanical analysis of fixed crack problems under dynamic loading

Zoumana Soumahoro^{a,b}, Hubert Maigre^{a,c}

^a École polytechnique, département de mécanique – LMS – UMR CNRS 7649, 91128 Palaiseau cedex, France

^b Institut national polytechnique Félix-Houphouët-Boigny (INPHB), département « Génie mécanique et énergétique », BP 1093, Yamoussoukro, Côte d'Ivoire

^c LaMCoS – UMR 5514 – INSA de Lyon, Lyon, bâtiment Jean-d'Alembert, 18–20, rue des Sciences, 69621 Villeurbanne cedex, France

INFO ARTICLE

Historique de l'article :

Reçu le 20 avril 2016

Accepté le 10 janvier 2017

Disponible sur Internet le 8 février 2017

Mots-clés :

Fissure fixe

Chargement dynamique

Solution transitoire régulière en température

Flexion 3 points instrumentée thermique

Analyse dynamique par éléments finis

Keywords:

Fixed crack

Dynamic loading

Regular in-temperature transitional solution

Thermally instrumented 3-point flexion tests

Finite-element dynamic analysis

RÉSUMÉ

L'objectif de ce travail est d'étudier le couplage thermomécanique dans les mécanismes de rupture dynamique pour une fissure fixe sous chargement dynamique.

© 2017 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Cet article est publié en Open Access sous licence CC BY-NC-ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

ABSTRACT

The purpose of this work is the study of thermomechanical coupling in the mechanisms of dynamic rupture in a fixed crack under dynamic loading.

© 2017 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Cet article est publié en Open Access sous licence CC BY-NC-ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

1. Introduction

L'amorçage dynamique de fissure est généralement traité théoriquement et expérimentalement comme un phénomène isotherme [1]. Les solutions ainsi proposées conduisent, en fond de fissure, soit à des températures homogènes (hypothèse de conduction parfaite), soit à des températures infinies (hypothèse d'adiabaticité). Ces solutions ne sont pas satisfaisantes dans la mesure où les champs de déformation sont singuliers et interdisent toute simplification sur le régime thermique [2,3]. Ainsi, dans cette étude, une analyse entièrement couplée est effectuée pour exhiber une solution transitoire régulière en température permettant d'estimer les élévations de température en pointe de fissure dès qu'un chargement mécanique

Adresses e-mail : zoumana.soumahoro@polytechnique.edu, zoumana.soumahoro@inphb.edu.ci (Z. Soumahoro), hubert.maigre@polytechnique.edu, hubert.maigre@insa-lyon.fr (H. Maigre).

<http://dx.doi.org/10.1016/j.crme.2017.01.002>

1631-0721/© 2017 Académie des sciences. Publié par Elsevier Masson SAS. Cet article est publié en Open Access sous licence CC BY-NC-ND (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>).

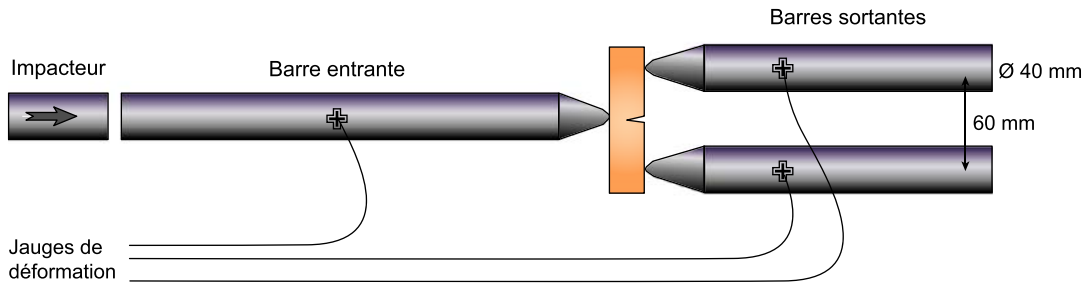


Fig. 1. Barres de Hopkinson en flexion. Barres en nylon.

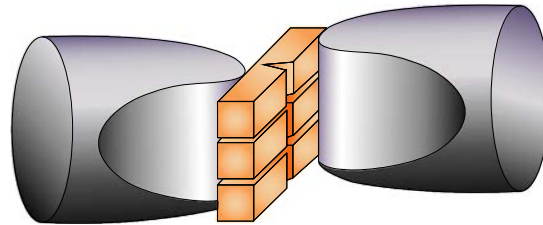


Fig. 2. Disposition des éprouvettes.

la sollicite. Les estimations obtenues sont comparées aux observations expérimentales par des essais de flexion 3 points instrumentée thermique.

2. Étude expérimentale

L'objectif ici est de regarder l'influence de la température sur la rupture dynamique du polyéthylène (PE). La bibliographie ne rapporte pas d'études consacrées à la mesure de température en fond d'entaille d'un éprouvette KCV lors d'un essai d'impact de type Charpy. Un premier calcul simple valide l'idée d'un échauffement local ; il suffit de vérifier si l'hypothèse d'un échauffement local adiabatique peut être soutenue, i.e. de vérifier si la chaleur produite par la transformation du travail plastique a le temps de diffuser pendant la durée de l'essai.

Soit $x_a \sim \sqrt{at}$ la distance caractéristique de propagation de la chaleur, avec a la diffusivité thermique donnée par (1). Avec les valeurs pour le PE données par GdF Suez, on a $a = 2,13 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. Pour une durée moyenne de l'essai de 400 μs , $x_a = 9,23 \cdot 10^{-6} \text{ m}$. Ce qui traduit, comme précédemment, un phénomène très concentré en fond d'entaille :

$$a = \frac{k}{\rho c} \quad (1)$$

Ainsi, il s'agit, d'une part, de réaliser des essais de rupture dynamique à la température de 0°C et, d'autre part, de faire, durant les essais, la mesure instantanée de la température en pointe de fissure. Cette dernière mesure est utile pour évaluer l'importance du couplage thermomécanique dans ce matériau. En effet, si des variations de quelques degrés apparaissent en pointe de fissure, les températures de transition définies à partir de la température ambiante d'essai doivent être corrigées de ces variations.

2.1. Procédure expérimentale

Les éprouvettes sont placées dans un dispositif de barres de Hopkinson à trois barres (en nylon) : une barre entrante pour l'application de l'impact au milieu de l'éprouvette, deux barres sortantes pour les appuis aux deux extrémités (Fig. 2). On peut se reporter à [4] pour une description expérimentale plus détaillée.

Les vitesses d'impact retenues sont élevées afin de mettre en évidence plus facilement des élévations de températures si elles se produisent. Le dispositif étant très souple (flexion trois points et faible rigidité du PE), la mesure de l'impact côté entrant est peu précise. Pour améliorer cette mesure, on augmente la rigidité du système en réalisant les essais sur trois éprouvettes en même temps, placées l'une au dessus de l'autre (Fig. 2).

Les conditions thermiques imposées sont obtenues à l'aide d'une enceinte réfrigérée régulée placée autour des éprouvettes (Fig. 3).

Pour assurer la bonne mise en équilibre thermique avant les essais, les éprouvettes sont stockées dans l'enceinte plusieurs heures auparavant. Enfin, afin de suivre les couplages thermomécaniques au cours des essais, certaines éprouvettes ont été équipées de thermocouples (sur les trois éprouvettes testées à chaque essai, une seule est équipée d'un thermocouple). Ces thermocouples sont noyés au cœur de l'éprouvette juste en avant du fond d'entaille (Fig. 4).

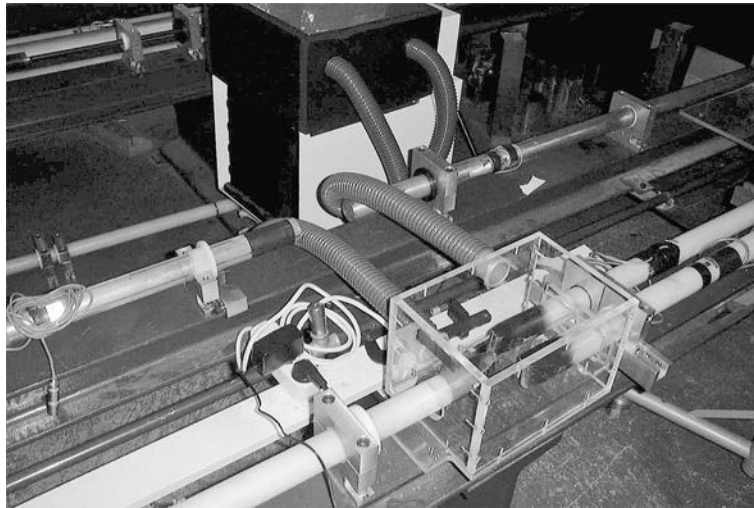


Fig. 3. Dispositif général.

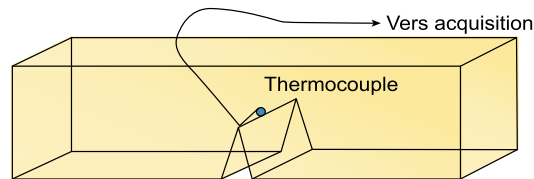


Fig. 4. Éprouvette instrumentée.

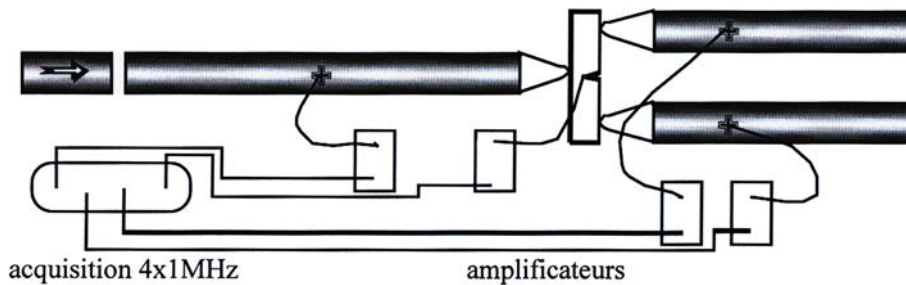


Fig. 5. Chaîne d'acquisition.

Cependant, il faut noter l'existence de méthodes de mesure de champ comme la thermographie infrarouge plus sophistiquée [4,5]. Mais l'utilisation actuelle des dispositifs de thermographie ne fonctionnent pas à grande vitesse alors que nous recherchons une résolution temporelle de l'ordre de la microseconde. De plus les échauffements sont localisés en pointe de fissure avec des gradients forts, ce qui rend très délicate la mesure de champ.

Le principe de fonctionnement du thermocouple est l'apparition d'une tension aux bornes de sa jonction dépendant de la température [5]. Cette tension est amplifiée, puis directement enregistrée par la carte d'acquisition rapide (1 MHz) en même temps que les signaux de jauge venant des barres (Fig. 5).

2.2. Résultats

Un exemple de mesure obtenu au cours d'un des essais est donné sur la (Fig. 6). Pour une température initiale de 0°C , on note une élévation de température de l'ordre de 2°C .

Les valeurs obtenues semble être inférieures à l'échauffement réel, malgré la sensibilité du système d'acquisition. Le thermocouple donne une moyenne sur une surface donnée, et la mesure est effectuée à une distance finie du fond d'entaille, à savoir 1 mm. Ainsi, il s'avère nécessaire de procéder à la modélisation des essais dans les mêmes conditions (Fig. 7).

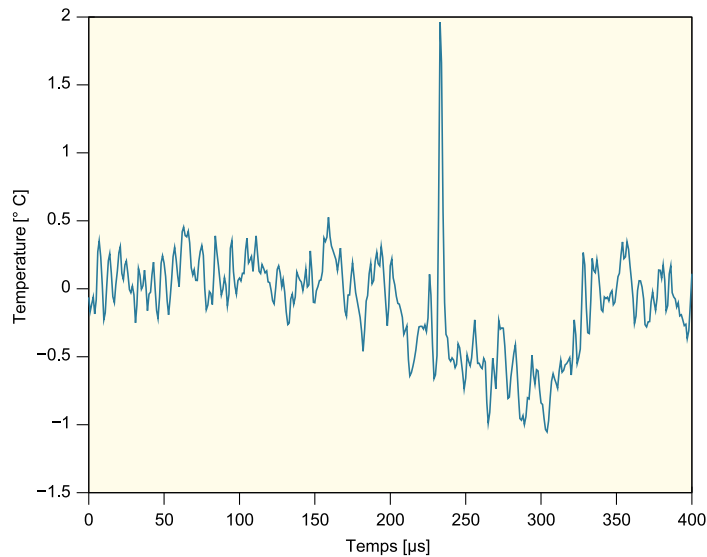


Fig. 6. Évolution du champ de température expérimental.

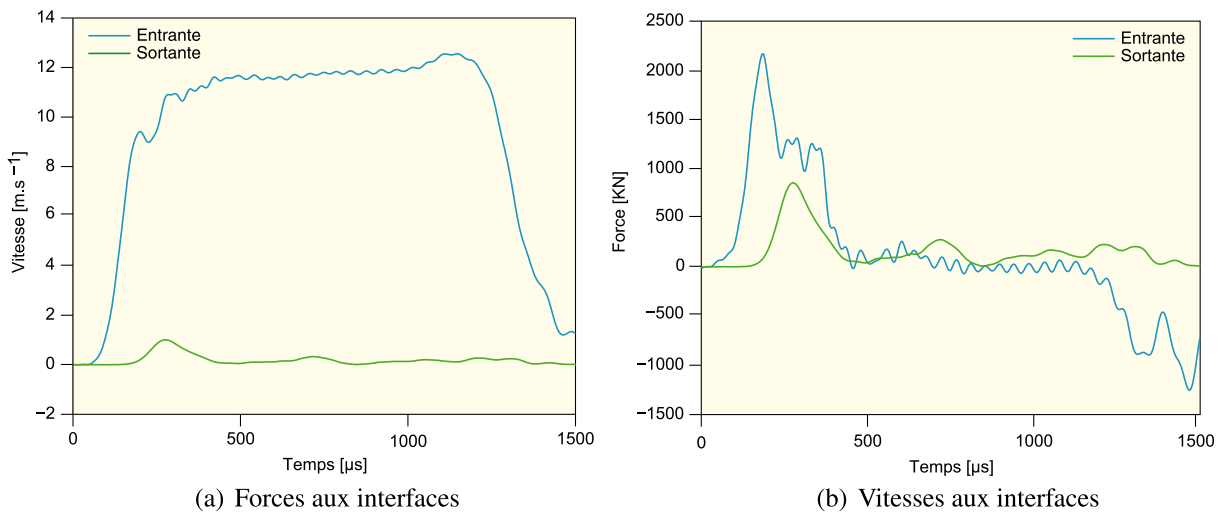


Fig. 7. Résultats avec instrumentation thermique.

3. Analyse dynamique par éléments finis

3.1. Paramètres des simulations

Toutes les simulations présentées ont été réalisées à l'aide du logiciel de calcul des structures CAST3M [6], qui adopte la méthode des éléments finis comme moyen de discrétisation spatiale des équations, pour des raisons pratiques : son avantage vient de la souplesse de ses commandes (langage Gibiane) qui permet d'incorporer son propre schéma de résolution par comparaison à la plupart des codes classiques (ABAQUS, NASTRAN...). Par ailleurs, les codes avec une formulation par équations intégrales ou différences finies font encore l'objet de travaux de recherche [3]. Le développement d'une méthode de ce genre est un sujet à part entière, notre objectif étant de mettre au point d'une démarche d'analyse numérique de la rupture dynamique.

3.1.1. Géométrie

Fig. 8 présente les données géométriques des éprouvettes poutres fissurées transversalement utilisées dans les essais de flexion 3 points.

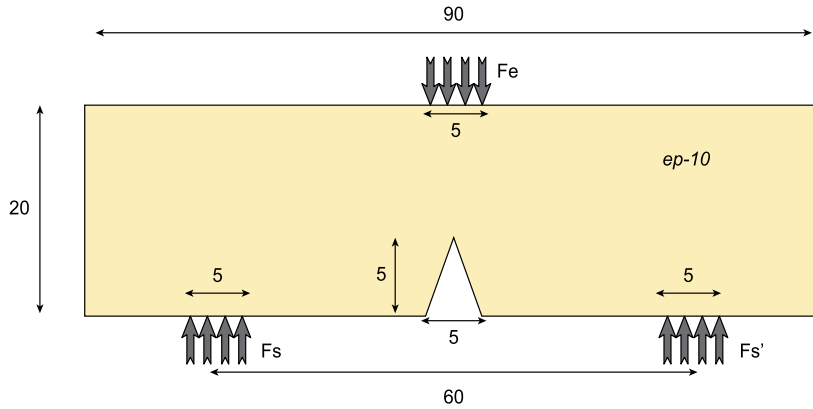


Fig. 8. Définition des essais flexion 3 points.

3.1.2. Conditions aux limites

Nous ne représentons pas exactement les conditions de contact entre les barres et les éprouvettes. Nous remplaçons ces conditions par une zone d'application uniforme de pression, dont la taille correspond au rayon de courbure des extrémités des barres (Fig. 8).

Pour les simulations en conditions quasi statiques, FEA, nous appliquons une force côté entrant et nous bloquons le déplacement moyen côté sortant.

Pour les simulations en dynamique, FEDA, nous appliquons les évolutions temporelles de la force entrante et nous imposons côté sortant la relation d'impédance entre la force et la vitesse pour simuler la présence des barres sortantes :

$$V_s = Z F_s \quad \text{avec} \quad Z = \frac{\rho C S}{3} \quad (2)$$

Le coefficient 3 vient de la mise en place de trois éprouvettes testées simultanément. Aussi, il faut noter que nous choisissons d'appliquer des forces, au détriment des vitesses car ces dernières induiraient des vibrations que l'on n'observe pas expérimentalement.

Les caractéristiques des barres nylon utilisées sont :

$$\begin{cases} \rho = 1145.0 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \\ C = 1775.0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ S = \frac{\pi}{4} \phi^2 \quad \text{avec} \quad \phi = 40.0 \text{ mm} \end{cases} \quad (3)$$

3.1.3. Comportement introduit

Le comportement général du polyéthylène faisant encore l'objet de nombreuses études, nous nous sommes limités aux données disponibles dans le domaine dynamique. Ces données sont issues de nos essais de compression dynamique aux barres de Hopkinson. Ils ont mis en évidence un comportement de type élastoplastique avec écrouissage linéaire (Fig. 9). Il apparaît aussi que, dans cette gamme de vitesses (300.0 s^{-1} à 1000.0 s^{-1}), le comportement ne dépend pas de la vitesse de déformation [4].

3.2. Simulations quasi statiques des essais de mécanique

3.2.1. Introduction

Avant de faire directement les simulations des essais de rupture dynamique, nous avons procédé à plusieurs simulations quasi statiques. Ces simulations ont pour but de trouver les conditions suffisantes pour mener les simulations en dynamique.

3.2.2. Démarches – résultats

L'épaisseur des éprouvettes n'étant ni importante ni très faible, nous avons réalisé trois types de simulations : 2D, déformation plane, 2D, contrainte plane, et 3D. Dans ces trois cas, nous avons aussi réalisé les simulations en élasticité seule et en élastoplasticité. Le chargement appliqué est une force dont l'amplitude est un peu plus grande que le maximum de force appliquée durant les essais dynamique. La valeur retenue est $F = 1,33 \text{ kN}$.

De ces simulations, nous avons extrait plusieurs informations :

- δ , l'enfoncement au point d'application ($P7$) de la force (Fig. 8) ;
- r_p , la taille de la zone plastique en fond d'entaille $P0$ (Fig. 4) ;
- ϵ_{eq} , la déformation équivalente en fond d'entaille ;
- ϵ_m , la déformation volumique en fond d'entaille.

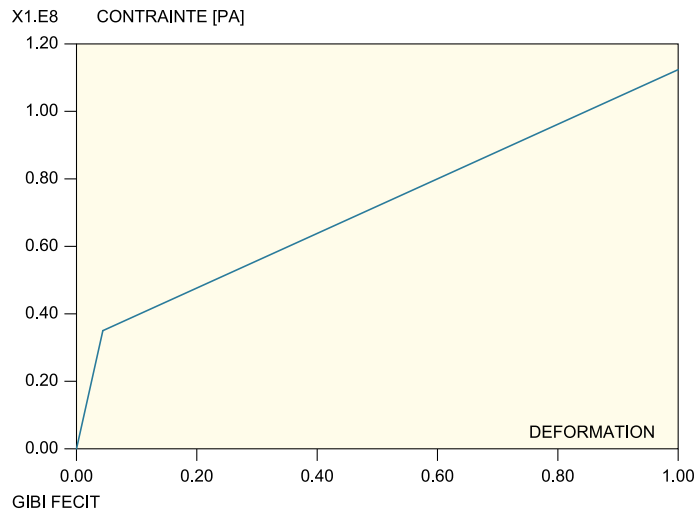


Fig. 9. Loi de comportement élastoplastique retenue.

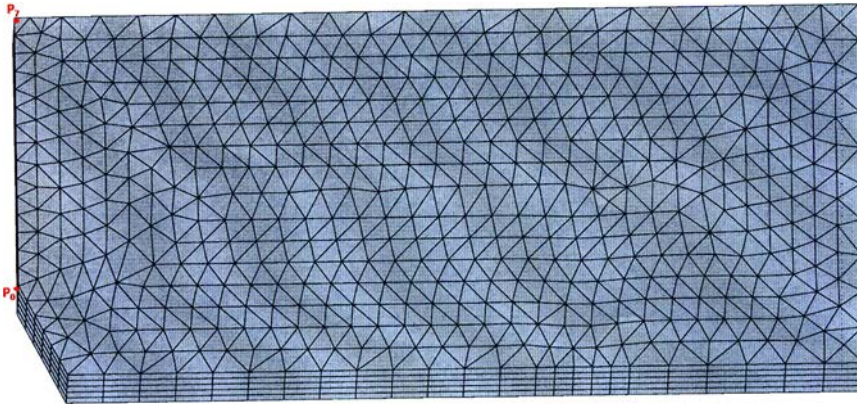


Fig. 10. Maillage 3D d'un quart d'éprouvette (le maillage 2D est une face du maillage 3D).

Fig. 11 montre la flèche au centre de l'éprouvette soumis à un chargement en flexion trois points quasi statique avec un comportement élastique. Trois cas sont étudiés en regardant ce qui se passe le long des droites engendrées par les points $P7$ et $P0$ dans l'épaisseur de la structure (Fig. 10) :

- tridimensionnel (3D);
- bidimensionnel en déformation plane (2D-DP);
- bidimensionnel en contrainte plane (2D-CP).

Nous avons tracé la flèche entre le milieu de l'éprouvette ($P7$) et le bord libre. Les cas 2D-CP et 3D évoluent quasiment dans les mêmes ordres de grandeur.

La Fig. 12 est identique à Fig. 11, mais le comportement est élasto-plastique. Le cas 2D-CP est plus défavorable.

La Fig. 13 montre l'évolution de la déformation inélastique équivalente (Von Mises) en fond d'entaille depuis le centre ($P0$) jusqu'au bord. Comme il était attendu, celle-ci est plus importante au bord.

La Fig. 14 montre l'évolution de la déformation moyenne (dilatation volumique) en fond d'entaille. À l'inverse de la déformation inélastique, elle est maximum au centre de l'éprouvette.

La Fig. 15 présente le champ de déformation anélastique. La plasticité est concentrée sur les mailles entourant le fond d'entaille. On observe aussi un peu de plasticité au point d'application de la charge. Par ailleurs, il faut noter que ce maillage servira pour le calcul dynamique, car une analyse de convergence de maille [7] a prouvé que le flux d'énergie calculé par l'analyse par éléments finis était peu sensible à l'amélioration du maillage. Sinon, il n'est pas optimal pour le calcul statique.

La Fig. 16 présente le champ de déformation volumique. La dilatation la plus forte se trouve le long du fond d'entaille.

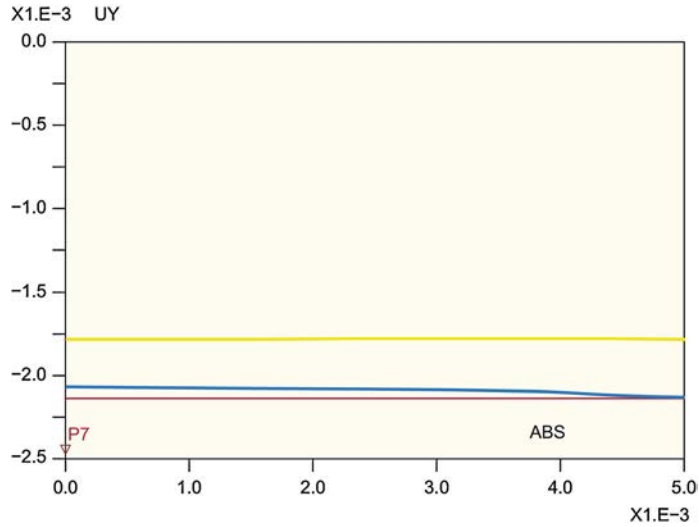


Fig. 11. Évolution des flèches élastiques 2D-DP, 2D-CP et 3D.

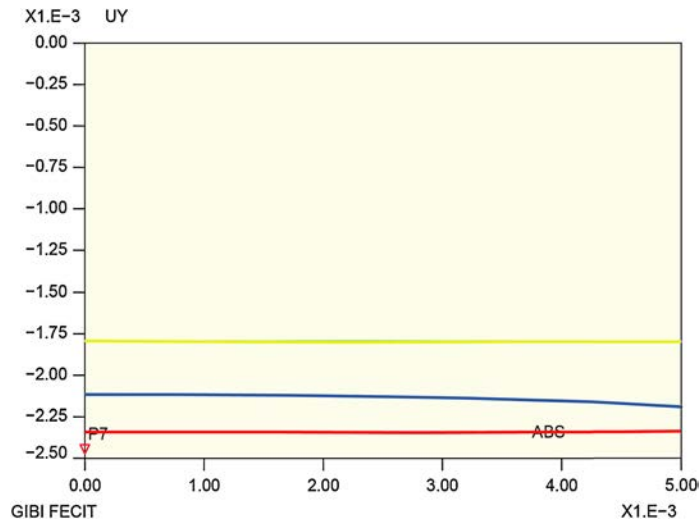


Fig. 12. Évolution des flèches plastiques 2D-DP, 2D-CP et 3D.

3.2.3. Conclusions

La plasticité reste confinée en fond d'entaille et ceci confirme le caractère de rupture fragile que l'on observe en dynamique. Les simulations élastiques en contraintes planes 2D reproduisent très bien les simulations en élastoplasticité 3D, sauf évidemment en fond d'entaille. Cela nous permet donc de limiter les simulations numériques sous chargement dynamique au cas 2D contrainte plane. Si l'on veut ensuite connaître précisément la sollicitation en fond d'entaille il suffit de se reporter à la correspondance entre les calculs 2D élastique et 3D élastoplastiques en conditions quasi statiques, à condition d'être en charge croissante.

3.3. Simulations dynamiques des essais de mécanique

3.3.1. Schéma numérique

Compte tenu des résultats précédents sur les simulations quasi statiques, nous pouvons, au moins dans un premier temps, limiter la modélisation au comportement élastique linéaire en 2D sous l'hypothèse de contraintes planes.

Parmi la grande variété de schémas d'intégration temporelle, nous retenons ici le schéma différences finies centré qui est aussi performant que les schémas de Newmark, les plus utilisés dans les codes de calcul.

Une interpolation linéaire des vitesses et des accélérations conduit naturellement au schéma centré à deux pas de temps :

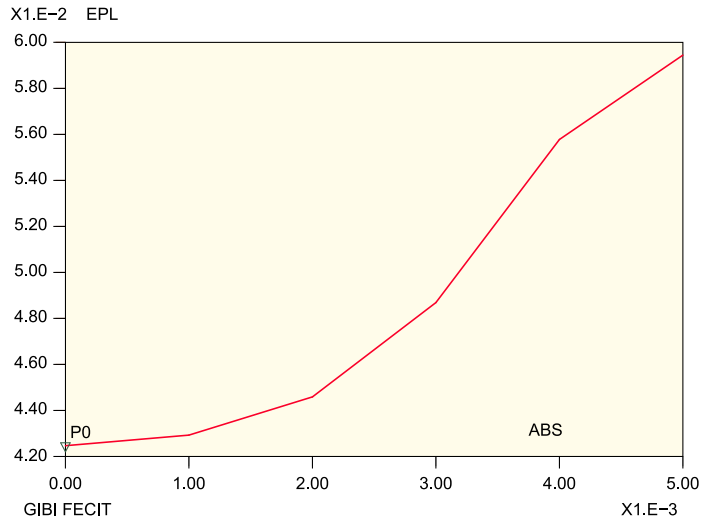


Fig. 13. Évolution de la déformation inélastique de Von Mises.

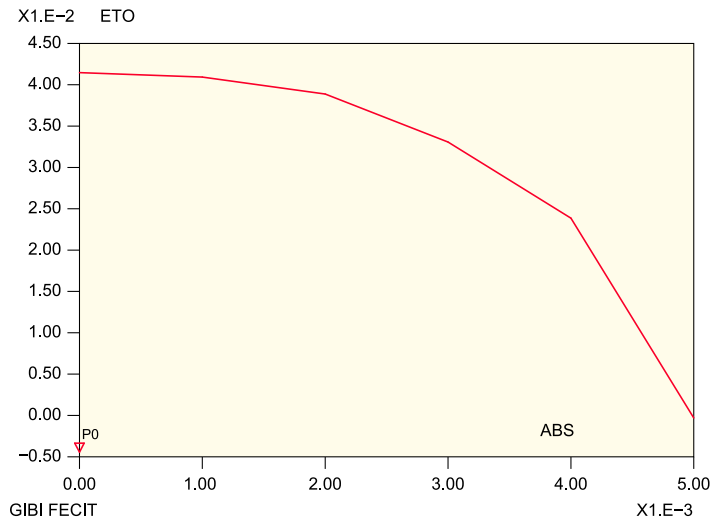


Fig. 14. Évolution de la déformation volumique.

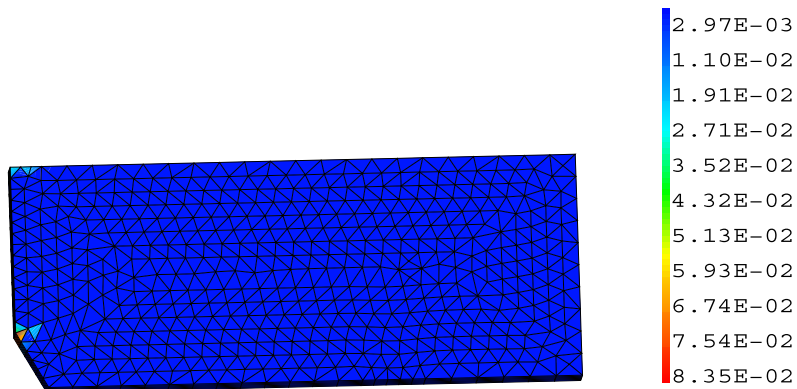


Fig. 15. Déformation inélastique de Von Mises.

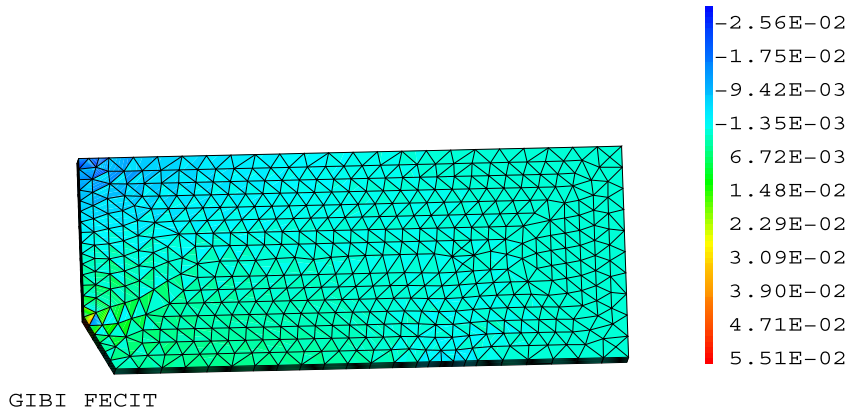


Fig. 16. Déformation volumique.

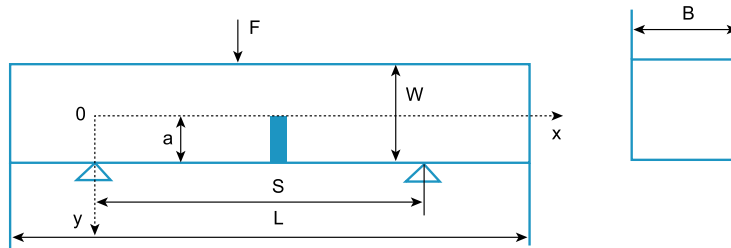


Fig. 17. Caractéristiques géométriques d'une éprouvette Charpy.

$$M \frac{U^{n+1} - 2U^n + U^{n-1}}{\Delta t^2} + K \frac{U^{n+1} + 2U^n + U^{n-1}}{4} = F^n \tag{4}$$

où M est la matrice de masse, K la matrice de rigidité, U^i les déplacements nodaux au pas i , F^i les forces nodales au pas i , Δt le pas de temps. Ce schéma d'intégration est implicite (i.e. la détermination des champs inconnus nécessite la résolution d'un système algébrique) et inconditionnellement stable.

Tel quel, ce schéma donne des réponses qui globalement sont parfaitement cohérentes avec les données expérimentales, mais qui présentent des oscillations à hautes fréquences qui ne sont pas observées expérimentalement. Cela s'explique dans la mesure où le schéma retenu est parfaitement conservatif et les moindres erreurs sur les données expérimentales introduites perdurent sur toute la simulation.

Dans les expériences, il existe toujours une légère dissipation provenant des conditions de contact et du comportement, qui est légèrement viscoélastique [3]. Sans chercher à décrire précisément ces phénomènes dissipatifs, nous avons introduit un terme de dissipation numérique viscoélastique en ajoutant dans le schéma précédent, (4), une rigidité sur la vitesse des déformations :

$$M \frac{U^{n+1} - 2U^n + U^{n-1}}{\Delta t^2} + K^V \frac{U^{n+1} - U^{n-1}}{2\Delta t} + K \frac{U^{n+1} + 2U^n + U^{n-1}}{4} = F^n \tag{5}$$

La matrice de rigidité K^V est construite à partir de la rigidité K en considérant qu'elles sont du même ordre de grandeur dans les plus hautes fréquences f_{\max} :

$$K^V = \frac{K}{2\pi f_{\max}} \quad \text{avec} \quad f_{\max} = 1 \text{ MHz} \tag{6}$$

Cependant, il faudrait souligner que ce genre de pratique ne permet plus une approche par conservation d'énergie.

3.3.2. Résultats

En dynamique, à cause des propagations d'ondes, les mesures à un instant donné ne sont pas suffisantes pour déterminer les grandeurs recherchées au même instant. En rupture dynamique, la relation entre les mesures $F(t)$ et $U(t)$ et la grandeur inconnue $K(t)$ est une équation de convolution temporelle [8]. Ainsi, pour l'essai dynamique de flexion trois points (Fig. 17), on tire de [3] :

$$K_I(t) = \frac{3\sqrt{\pi}S\sqrt{a}}{2BW^2} \left[1,09 - 1,735 \left(\frac{a}{W}\right) + 8,2 \left(\frac{a}{W}\right)^2 - 14,18 \left(\frac{a}{W}\right)^3 + 14,57 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \right] F(t) \tag{7}$$

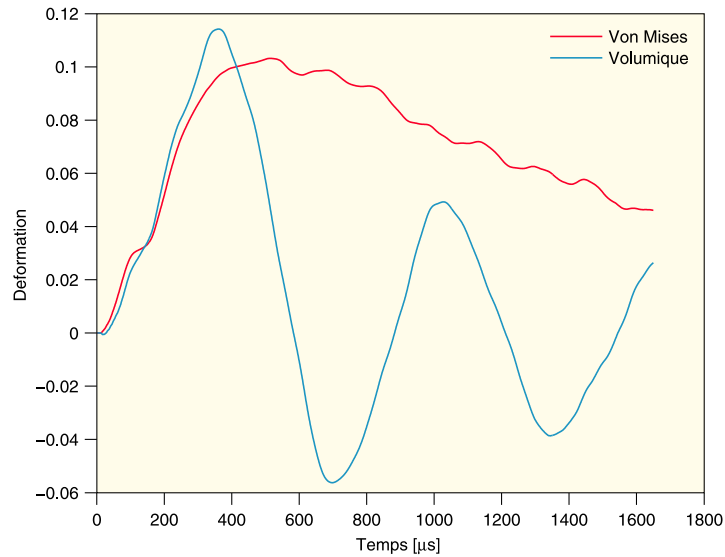


Fig. 18. Déformation en fond d'entaille.

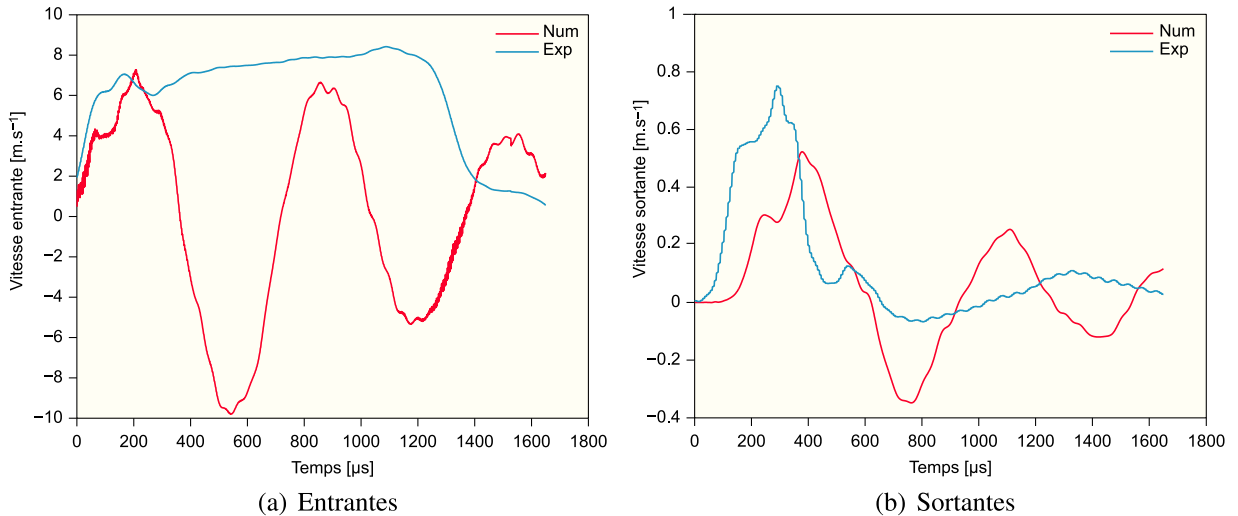


Fig. 19. Vitesses aux interfaces.

Nous avons donc simulé les expériences de rupture. Pour chaque expérience, nous prenons comme entrée la force appliquée par la barre entrante (Fig. 7) et nous extrayons des simulations la vitesse au point d'application de la force, la vitesse aux points d'appui sur les barres sortantes et les déformations en fond d'entaille (Fig. 18).

De manière générale, on retrouve convenablement les vitesses mesurées expérimentalement sur les 250 premières microsecondes, puis, une divergence nette apparaît (Fig. 19).

Cela s'explique simplement par la rupture fragile qui se produit dans les expériences et qui n'est pas simulée numériquement. Le moment où se produit cette divergence est donc un indicateur de l'instant de la rupture. On examine ensuite le niveau des déformations atteintes à cet instant pour en déduire un premier critère d'amorçage de rupture en dynamique (Fig. 20).

3.3.3. Conclusions

Cette première étude sur l'analyse d'essais de rupture dynamique de polyéthylène en flexion trois points a fourni plusieurs résultats importants :

- une analyse bidimensionnelle en contraintes planes est pertinente ;
- la plasticité reste confinée autour du fond d'entaille, ce qui permet de limiter les simulations numériques au cas élasto-dynamique ;

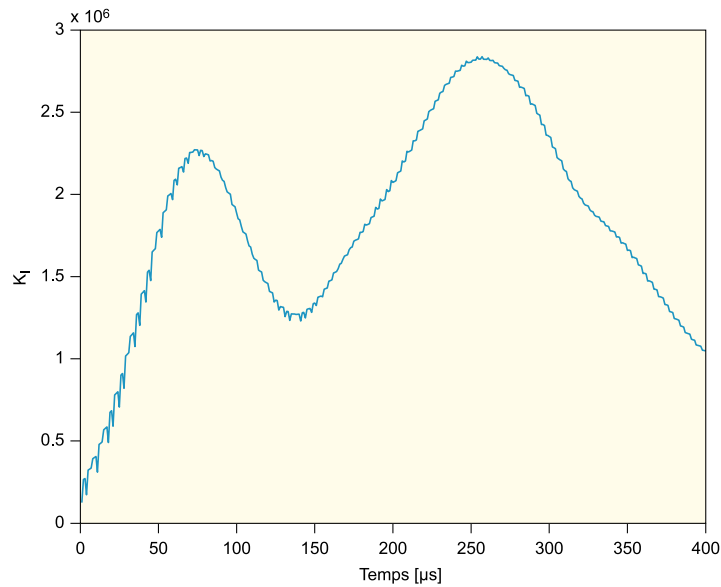
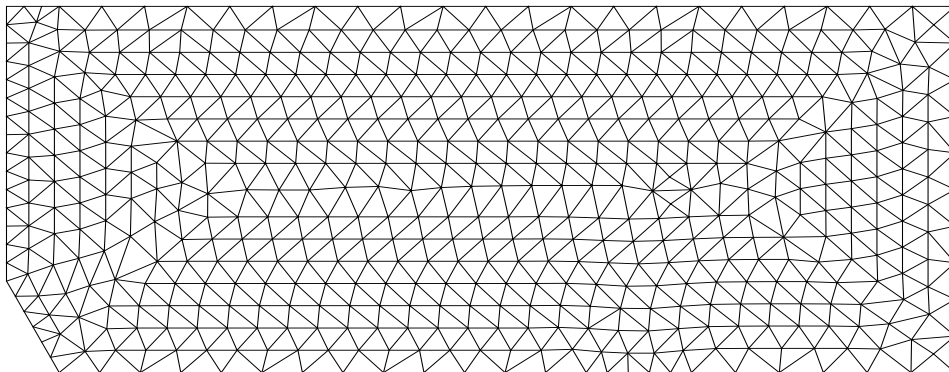


Fig. 20. Facteur d'intensité dynamique en mode I : K_I [$\text{Pa}\sqrt{\text{m}}$].



GIBI FECIT

Fig. 21. Maillage du problème de thermomécanique.

- pour faire une analyse fine des expériences, il suffit de se reporter aux simulations élastodynamiques bidimensionnelles, qui rendent compte parfaitement du comportement global des éprouvettes au cours des essais de rupture et de reprendre les résultats des simulations élastoplastiques tridimensionnelles quasi statiques pour examiner les sollicitations du fond d'entaille.

Nous nous orientons maintenant vers les couplages thermomécaniques. Il s'agirait de calculer les élévations de températures engendrées en fond d'entaille. Pour cela, il faut introduire le comportement thermomécanique dans les simulations. Sous chargement dynamique et compte tenu de la faible conductivité thermique du polyéthylène, il n'est pas nécessaire de considérer les effets thermiques transitoires ; une modélisation adiabatique est suffisante.

3.4. Simulations dynamiques des essais de thermomécanique

3.4.1. Introduction

Les expériences ont été conçues pour la mesure instantanée de la température en pointe de fissure en mode I dans un matériau fragile ; l'analyse du champ thermique a été effectuée sur la base de la modélisation décrite précédemment. Une analyse par éléments finis couplée température-déplacement a été utilisée pour modéliser ces essais de rupture dynamique.

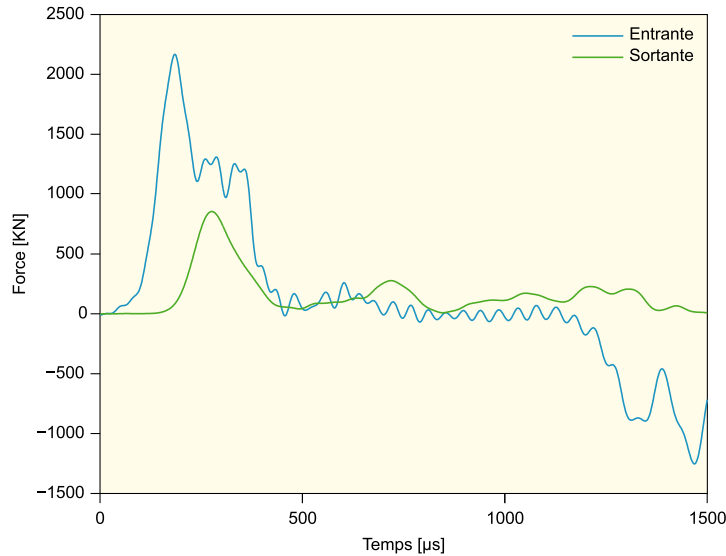
3.4.2. Problème thermomécanique

La Fig. 21 montre le maillage du problème de thermomécanique résolu. Du fait de la symétrie du chargement et de la géométrie, la moitié de la structure est modélisée. On ne permet aucun gradient de température ou d'effort de cisaillement

Tableau 1

Caractéristiques physiques du polyéthylène et de l'acier.

		Polyéthylène	Acier
λ	[N·m ⁻²]	1,1·10 ⁹	0,8·10 ¹¹
μ	[N·m ⁻²]	0,3·10 ⁹	0,8·10 ¹¹
k	[W·m ⁻¹ ·K ⁻¹]	0,35	42,0
α	[K ⁻¹]	200,0·10 ⁻⁶	1,5·10 ⁻⁵
K_{Id}	[N·m ^{3/2}]	2,0·10 ⁶	1,0·10 ⁷

**Fig. 22.** Forces du problème de thermomécanique.

le long du bord de symétrie. L'équilibre thermique au cours des essais est modélisé en maintenant à 0 °C l'élévation de température dans toute la structure.

Le PE est modélisé en tant que matériau isotrope, élastique-plastique, avec écrouissage linéaire. Nous considérons, comme précédemment, un modèle 2D à contrainte plane. Aussi, le PE atteint un taux de déformation peu sensible dans la gamme des taux de déformation développés. Nous rappelons que le comportement du matériau a été observé à partir des essais de compression dynamique sur des éprouvettes cylindriques de PE soumises à un traitement thermique (Fig. 9).

La fraction du travail plastique convertie en chaleur, $\beta(\epsilon_p)$, exigée pour l'application de l'équation (9) varie de 0,6 à 1,0 [3]. Pour le PE, elle est basée sur les valeurs mesurées expérimentalement.

Puisque le champ de contrainte plastique n'est pas déterminé expérimentalement, une valeur constante de la variable doit être utilisée. Le choix approprié de β (sécant : dérivée par rapport au temps) pour ce calcul est sélectionné en utilisant la FEDA pour calculer le taux de travail plastique instantané et le taux de variation instantané de la teneur en chaleur dans la structure. β est alors calculé comme le rapport

$$\beta = \frac{\left[\int_{\Gamma_A} \rho c \dot{T} d\Gamma_A \right]_{FEDA}}{\left[\int_{\Gamma_A} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p d\Gamma_A \right]_{FEDA}} \quad (8)$$

qui a comme conséquence une valeur moyenne de β de 0,606 à la rupture et de 0,986 à la fin de l'essai. D'autres propriétés mécaniques et thermiques ont été basées sur les valeurs sous forme de tableaux (Tableau 1).

Fig. 22 montre le chargement expérimental appliqué dans les FEDA. Les résultats expérimentaux rapportés ici concernent un essai typique. L'essai répété dans des conditions identiques a montré une faible variation dans les charges maximales (moins de 10%).

Ce qui peut être attribué à de légères variations des conditions d'essai et des différences dans les propriétés des matériaux des éprouvettes soumises à un traitement thermique. Les différences dans les résultats dus aux différents taux de chargement utilisés sont beaucoup plus petites. Ceci corrobore l'hypothèse selon laquelle le comportement du PE n'est pas sensible au taux de déformation à ces taux de chargement ; toutes les variables mécaniques pour des essais réalisés à différents taux de chargement ont été comparées en les traçant en fonction du déplacement du point d'application du chargement.

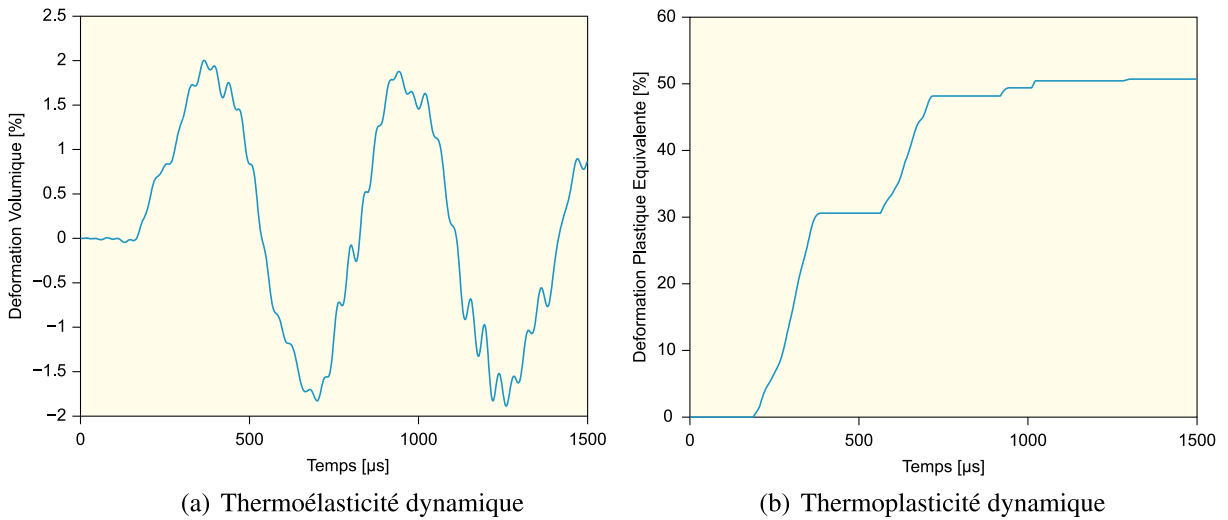


Fig. 23. Évolution des déformations.

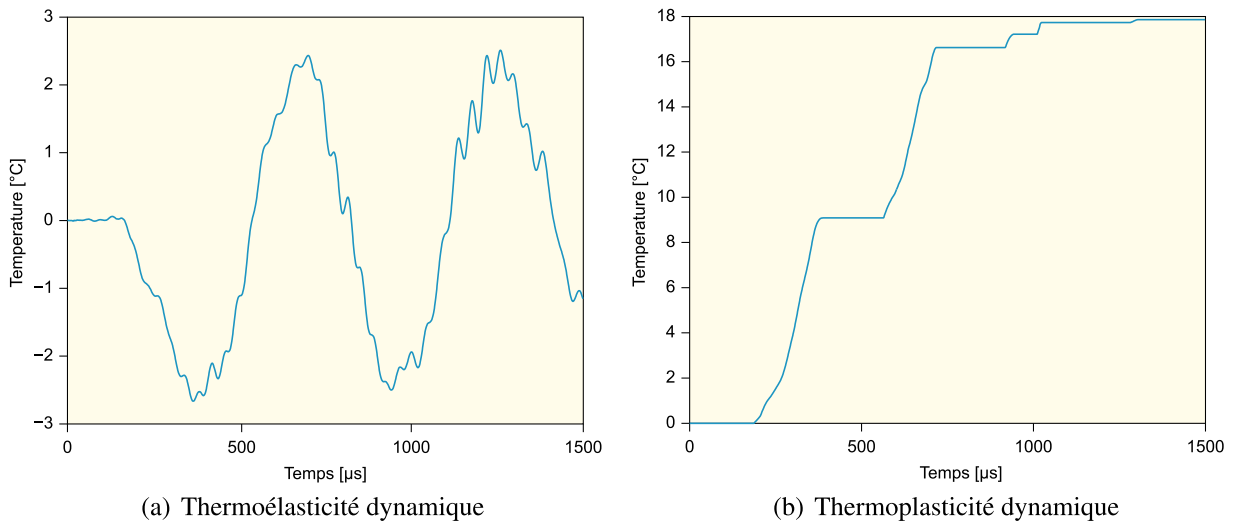


Fig. 24. Évolution des champs de température.

3.4.3. Résultats et conclusions

La Fig. 23 montre l'histoire de la déformation élastique volumique et de la déformation plastique équivalente. Cette dernière représente les dommages accumulés dans le matériau. La rupture étant fragile, la plasticité est, ainsi, contenue dans la zone qui traduit le fond d'entaille. Cette plasticité confinée explique l'analyse thermique dans l'évaluation des intégrales de contour pour les calculs de flux d'énergie dans la zone de mesure instantanée du champ de température.

Les données des essais réalisés ont été enregistrées par une carte d'acquisition rapide (1 MHz); la quantité significative de dissipation thermique a lieu dans la zone d'implantation des thermocouples. Ainsi, les calculs de flux d'énergie peuvent être effectués pour les essais réalisés, où l'erreur associée à la dissipation thermique non mesurée est considérée petite et donc ignorée.

La Fig. 24 montre les champs de température simulés à partir des conditions d'essai. En thermoplasticité dynamique, on note une élévation maximale de température 18 °C. On devrait noter, aussi, que ce champ de la température est fortement localisé en fond d'entaille et en thermoélasticité dynamique, l'élévation de température est de l'ordre de 2 °C. La thermoélasticité dynamique simulée rivalise bien avec les résultats expérimentaux et modélisés. Ils sont qualitativement semblables. C'est-à-dire que le PE, qui est un matériau ductile en conditions quasi statiques, a un comportement fragile en dynamique. Il corrobore le fait qu'en dynamique, il y a bien sûr la notion de temps, mais aussi la notion de comportement pour certains matériaux [3,8]. En effet, pour un chargement progressif en mode quasi statique, certains matériaux comme les polymères développent une région plastique autour de l'imperfection que crée la pointe de fissure. Ceci peut s'expliquer par le fait que le matériau a suffisamment de temps (la période de temps considérée est bien supérieure à celle d'un aller-retour des

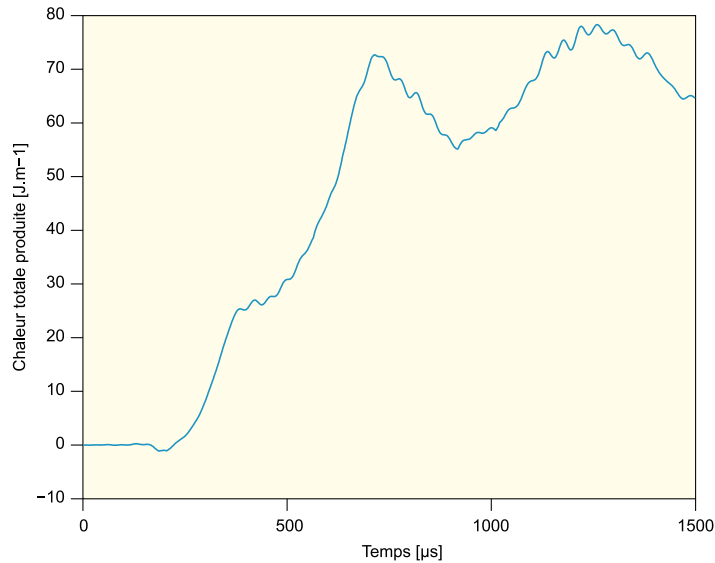


Fig. 25. Évolution de la chaleur totale générée.

ondes élastiques dans le système), d'une part, et d'autre part par un temps de relaxation dans les micromécanismes, pour développer cette région. Sous chargement dynamique, s'il est suffisamment rapide, il ne permet pas la formation d'une telle région.

Bui et al. [1] ont réalisé les études numériques qui ont mis en évidence le fait que pour une fissure mobile rapide, le champ de température est dominé par la conduction et que la valeur maximale des isothermes est centrée en pointe de fissure. En revanche, les thermocouples moyennent sur une surface donnée qui ressemble à celle due à une source de chaleur approximativement circulaire, pour un matériau de faible conductivité thermique.

Ainsi, le champ de température en pointe de fissure est dominé par la source de chaleur, et la conduction par comparaison joue un rôle plus significatif. Cependant, le long de la ligne de fissure loin de la pointe de fissure, le refroidissement dû à la convection mène à un affaiblissement évident des températures à partir des valeurs plastiques dans (Fig. 15).

L'analyse adiabatique prévoit des températures du même ordre en fond d'entaille, où la conduction a un effet comparativement plus grand. En thermoplasticité dynamique, il convient de noter des plages de températures de 9, 16 et 18 °C respectivement à 30, 48 et 50% de déformation.

En raison de la nature fortement localisée du champ de température, les résultats expérimentaux sont sensibles aux points de mesure des thermocouples. Les résultats reportés dans la Fig. 6 reflètent les mesures thermiques au cours des essais. Les températures maximales relevées justifient l'emplacement des thermocouples dans ces essais.

La Fig. 25 trace l'histoire de toute la chaleur contenue, $\int_{\Gamma_A} \rho c T d\Gamma_A$, dans le rayon d'action du thermocouple. On peut observer une immersion du refroidissement thermoélastique dans la production de chaleur à partir de :

$$T = -\frac{3 K \alpha}{\rho c} T_0 tr\epsilon + T_0 \quad (9)$$

Après cette immersion initiale, toute la production de chaleur augmente de façon monotone avec le travail plastique converti en chaleur jusqu'à la rupture de l'éprouvette. Après cette rupture, il n'y a plus de travail plastique, et la diminution de la production de chaleur est due à la conduction, à la convection et au rayonnement. La conduction de la chaleur en dehors de la région du fond d'entaille s'avère négligeable [3].

Ainsi, l'évolution de la production totale de chaleur mise en évidence sur la Fig. 25 est équivalente à toute la chaleur produite dans l'éprouvette. La modélisation pour les calculs de flux d'énergie décrits précédemment ignore la perte de chaleur due à la convection et au rayonnement. La FEDA, explique, en quelque sorte, cette perte, et peut être utilisée pour analyser l'effet du fait d'ignorer ces pertes.

L'équation (9) peut être maintenant utilisée pour calculer le flux d'énergie en fond d'entaille.

La Fig. 26 montre le flux d'énergie en fond d'entaille, calculé à partir des résultats de FEDA (9). La courbe montre un taux de consommation d'énergie d'amorçage de fissure de l'ordre de $2,0 \cdot 10^7 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$.

La manière dont la rupture s'étend en réponse à ce flux reste cependant plus délicate à interpréter : la fissure, en se propageant dynamiquement, se crée une structure qui lui est propre, comme le traduisent les faciès de rupture [3,8].

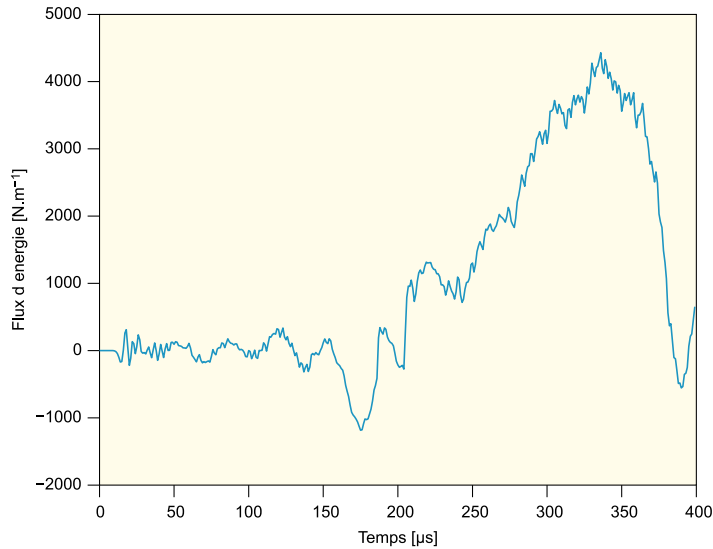


Fig. 26. Flux d'énergie de fissure, $\dot{a} = 100.0 \text{ m.s}^{-1}$.

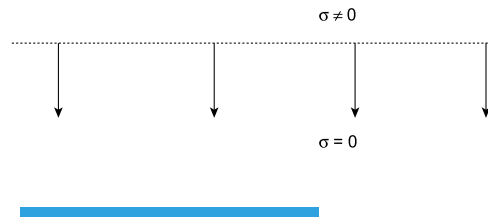


Fig. 27. Onde plane de traction.

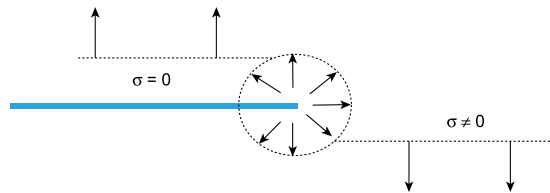


Fig. 28. Rayonnement de l'onde diffractée.

4. Modélisation thermomécanique

4.1. Chargement dynamique

Nous devons trouver la relation entre le chargement dynamique extérieur et la réponse en fond de fissure. La nature des équations à résoudre est telle qu'il n'existe pratiquement pas de solution analytique à un problème de structure fissurée en dynamique transitoire. La seule solution connue est celle d'une fissure semi-infinie dans un milieu infini soumis à une onde plane de traction parallèle au plan de la fissure (Fig. 27).

Si on se place loin de la pointe de fissure, à droite par exemple, l'onde ne rencontre aucun obstacle et se propage sans perturbation. À gauche, au contraire, l'onde rencontre un bord libre et se réfléchit comme une onde plane de détente. Seule la pointe de fissure engendre une perturbation de forme compliquée.

L'onde en fait se diffracte en rayonnant depuis la pointe de fissure (Fig. 28).

Si l'onde de traction est un créneau d'amplitude σ^* (Fig. 29), nous déduisons de [8] que le facteur d'intensité des contraintes varie comme (Fig. 30) :

$$K_I(t) = \frac{\sigma^*}{1 - \nu} \sqrt{C_P \frac{1 - 2\nu}{\pi} t} \tag{10}$$

où C_P est la célérité des ondes de pression.

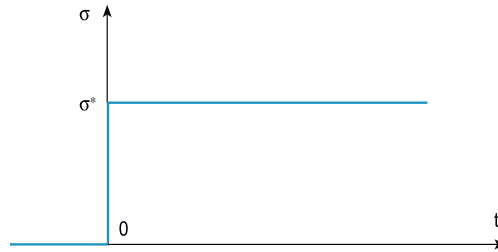


Fig. 29. Chargement.

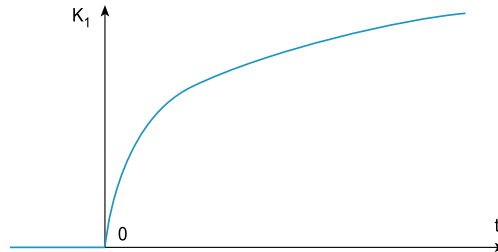


Fig. 30. Facteur d'intensité des contraintes.

Ainsi la réponse en fond de fissure n'est pas instantanée. En fait, elle croît comme l'onde qui se diffracte en fond de fissure. Comme cette onde grandit linéairement avec le temps et comme les facteurs d'intensité des contraintes dépendent de la racine carrée de cette taille, nous trouvons bien l'évolution dynamique du facteur d'intensité des contraintes en racine carrée du temps.

4.2. Champ de température en fond de fissure

On considère le problème en thermoélasticité dynamique et en conduction linéaire [3]. La fissure étant fixe, à $G \delta = 0$, l'équation du couplage thermomécanique devient :

$$k \Delta T - \rho c \dot{T} = q(r, t) \quad (11)$$

avec $q(r, t) = 3 K \alpha T_0 \text{tr} \dot{\epsilon}$ la source répartie de chaleur, et ϵ fonction de r, θ et K_1 .

La singularité de ce problème est gouvernée par $\text{tr} \dot{\epsilon}$, qui s'exprime en $r^{-\frac{1}{2}}$. Si $T \sim r^{-\frac{1}{2}}$, alors $\Delta T \sim r^{-\frac{5}{2}}$. Il y a une incompatibilité entre ces deux termes (le laplacien étant encore plus singulier). Donc l'hypothèse d'adiabaticité n'est pas envisageable. Par ailleurs, si on considère que $\Delta T \sim r^{-\frac{1}{2}}$, alors $T \sim r^{\frac{3}{2}}$. Cela engendre la conduction parfaite. Nous n'avons donc plus de notion de couplage (situation statique isotherme). Ce qui est sans intérêt ici. D'où la nécessité de considérer le problème en régime transitoire.

Ainsi,

- à $t = 0$ $T = 0$
- à $t > 0$ u et T borné.

On cherche la solution élémentaire, T_{elem} , de l'impulsion en un point :

$$k \Delta T - \rho c \dot{T} = \delta(r) \delta(t) \quad (12)$$

source ponctuelle ($r = 0$), instantanée $\delta(t)$ de chaleur. Il vient :

$$T_{\text{elem}} = \frac{1}{4 \pi k t} e^{-\frac{\rho c}{4 k t} r^2} \quad (13)$$

La solution générale de (11), T , est obtenue à partir de :

$$T = T_{\text{elem}} * q \quad (14)$$

Pour ce fait, nous considérons une source répartie, $f(r) \delta(t)$, la solution, $T_{r=0}$, à l'origine, $r = 0$, se calcule en fonction de la température élémentaire T_{elem} comme suit :

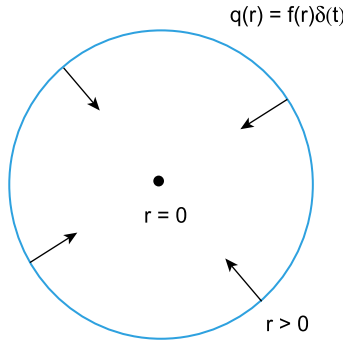


Fig. 31. Réponse à l'origine pour un pulse en $\frac{1}{\sqrt{r}}$.

$$T_{r=0} = \int_0^\infty T_{elem}(r) f(r, \theta) r dr d\theta \tag{15}$$

si $f(r, \theta)$ est la répartition des sources de chaleur (Fig. 31).

Par suite, $f(r, \theta)$ est découpée :

$$f(r, \theta) = f(r) g(\theta) \tag{16}$$

Il suit :

$$T_{r=0} = \int_0^\infty T_{elem}(r) f(r) r dr \int_{-\pi}^\pi g(\theta) d\theta \tag{17}$$

Ici, $f(r) = \frac{1}{\sqrt{r}}$ et pour $g(\theta) = 1$,

$$T_{r=0} = 2 \pi \int_0^\infty T_{elem}(r) f(r) r dr \tag{18}$$

La solution élémentaire à l'origine pour l'impulsion de Dirac de t , $\delta(t) \delta(x)$, est démontrée comme étant :

$$T_{\delta_{r=0}} = 2 \cdot \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} \cdot \frac{1}{\pi^{\frac{3}{2}} k^{\frac{1}{4}} \rho^{\frac{3}{4}} c^{\frac{3}{4}}} \cdot \Gamma\left[\frac{3}{4}\right] \cdot T_0 \cdot t^{-\frac{1}{4}} \tag{19}$$

Ainsi, la réponse à une onde plane qui se diffracte sur la pointe de fissure (10), T , s'établit à partir du champ de température à l'origine $T_{r=0}$ par :

$$T = A \int_0^t T_{r=0} \frac{\partial}{\partial u} \sqrt{u} du \quad \text{avec } t \rightarrow t - u \quad \text{et } t > 0 \tag{20}$$

où A est une constante qui est fonction des caractéristiques de la répartition de la source de chaleur.

Par suite, pour l'onde de traction soudaine se diffractant sur la pointe de fissure (10), il se développera, en pointe de fissure, un champ de température de la forme :

$$T = \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} \cdot \frac{(1 - 2\nu)^{\frac{1}{2}} (\lambda + 2\mu)^{\frac{1}{4}}}{\pi^{\frac{1}{2}} (1 - \nu) k^{\frac{1}{4}} \rho c^{\frac{3}{4}}} \cdot \frac{\Gamma\left[\frac{3}{4}\right]^2}{\Gamma\left[\frac{5}{4}\right]} \cdot \sigma^* \cdot T_0 \cdot t^{\frac{1}{4}} \tag{21}$$

Pour la source angulaire répartie $g(\theta) = \cos \frac{\theta}{2}$, le champ de température s'exprime ainsi [3] :

$$T = \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E} \cdot \frac{(1 - 2\nu)^{\frac{1}{2}} (\lambda + 2\mu)^{\frac{1}{4}}}{2 \pi^{\frac{3}{2}} (1 - \nu) k^{\frac{1}{4}} \rho c^{\frac{3}{4}}} \cdot \frac{\Gamma\left[\frac{3}{4}\right]^2}{\Gamma\left[\frac{5}{4}\right]} \cdot \sigma^* \cdot T_0 \cdot t^{\frac{1}{4}} \tag{22}$$

où $\Gamma[z] = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt$: c'est la fonction gamma d'Euler. Le champ de température est donc régulier et évolue dans le temps selon les chargement appliqués.

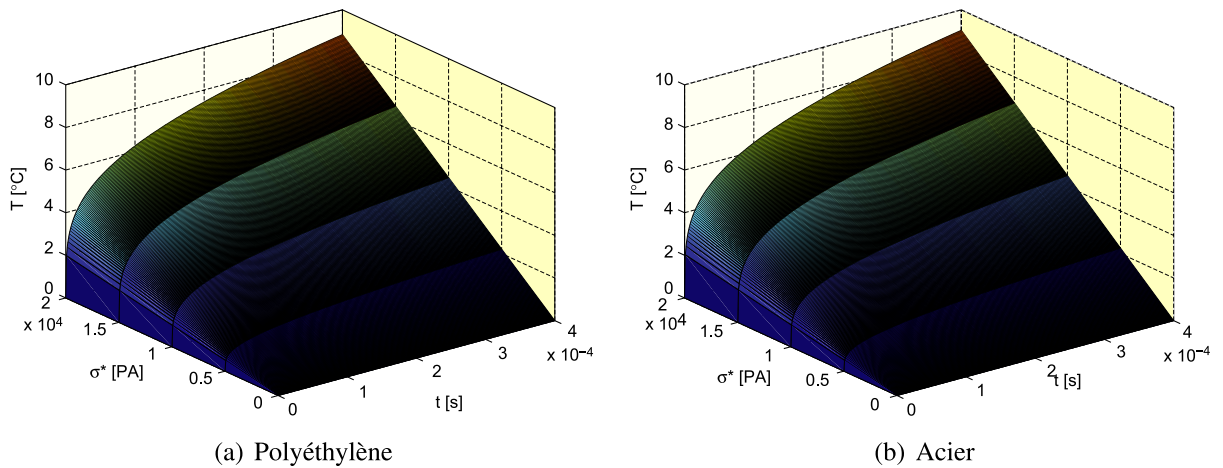


Fig. 32. Évolution en fond de fissure des champs de température.

Les élévations de température peuvent être vues sur la Fig. 32 pour le polyéthylène et l'acier, dont les caractéristiques sont données sur le Tableau 1, dans le temps, à différentes amplitudes de chargement $\sigma^* = F$.

5. Conclusions

Dans notre modèle, le phénomène de rupture est concentré en un point singulier mathématique, évite dans le calcul toute référence à la plasticité, et permet ainsi de faire très simplement l'analyse thermique du phénomène. Notre régularité thermique dans le temps selon les chargements appliqués traduit la physique de la rupture, contrairement à la singularité des champs mécaniques. Les prévisions de notre modèle s'accordent bien aux résultats expérimentaux, même au-delà des temps de chargement conduisant à la rupture dynamique.

Remerciements

Nous remercions ENGIE pour son soutien actif dans ce projet, qui est une collaboration entre GdF Suez et l'École polytechnique.

Références

- [1] H.D. Bui, A. Ehlacher, Q.S. Nguyen, Thermomechanical couplings in fracture mechanics, in: *Thermomechanical Couplings in Solids*, Elsevier Science Publishers, New York, 1986, pp. 327–341.
- [2] D. Rittel, On the conversion of plastic work to heat during high strain rate deformation of glassy polymers, *Mech. Mater.* 31 (1999) 131–139.
- [3] Z. Soumahoro, Etude du couplage thermomécanique dans la propagation dynamique de fissure, PhD thesis, École polytechnique, Palaiseau, France, 2005.
- [4] D. Rittel, Experimental investigation of transient thermoelastic-effects in dynamic fracture, *Int. J. Solids Struct.* 35 (22) (1998) 2959–2973.
- [5] D. Rittel, Transient temperature measurement using embedded thermocouples, *Int. J. Soc. Exp. Mech.* 32 (2) (1998) 73–78.
- [6] Cast3M, CEA Finite Element Software, 2000.
- [7] P.R. Guduru, A.T. Zehnder, A.J. Rosakis, G. Ravichandran, Dynamic full field measurements of crack tip temperatures, *Eng. Fract. Mech.* 68 (2001) 1535–1556.
- [8] L.B. Freund, *Dynamic Fracture Mechanics*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1990.