



**HAL**  
open science

## Modèle de prédiction semi-macroscopique pour les véhicules de transport en commun en milieu urbain

Sofiene Kachroudi, Neila Bhourri, Saïd Mammam, Gérard Scemama

### ► To cite this version:

Sofiene Kachroudi, Neila Bhourri, Saïd Mammam, Gérard Scemama. Modèle de prédiction semi-macroscopique pour les véhicules de transport en commun en milieu urbain. Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA 2008), Sep 2008, BUCAREST, Roumanie. hal-01473357

**HAL Id: hal-01473357**

**<https://hal.science/hal-01473357v1>**

Submitted on 21 Feb 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modèle de prédiction semi-macroscopique pour les véhicules de transport en commun en milieu urbain

Sofiene KACHROUDI<sup>1,2</sup>, Neila BHOURI<sup>1</sup>, Said MAMMAR<sup>2</sup>, Gérard SCEMAMA<sup>1</sup>

<sup>1</sup> GRETIA

INRETS, 2 avenue du général Malleret Joinville, 94114 Arcueil Cedex, France

<sup>2</sup> IBISC

Université d'Evry Val d'Essone, 40 rue du Pelvoux, 91020 Evry Cedex, France

sofiane.kachroudi@inrets.fr

*Résumé*— Traduire la progression des véhicules de transport en commun dans un vaste réseau urbain, contrôlé par des feux tricolores, en un modèle mathématique est devenu une nécessité. Le modèle peut avoir deux usages principaux : d'une part, cela permet de comprendre et d'analyser un phénomène aussi complexe que la circulation des véhicules de transport en commun. D'autre part, le modèle peut servir comme un prédicteur dans une stratégie de régulation du trafic. C'est ce dernier point qui fera l'objet du modèle présenté dans cet article. Le modèle a pour objectif de décrire la progression d'un véhicule de transport en commun dans un grand réseau routier urbain en fonction de la demande du trafic des véhicules particuliers et des durées des feux verts de chaque ligne de feu traversée par le véhicule. Ce modèle doit satisfaire deux objectifs souvent contradictoires : la précision et la simplicité. Les résultats des simulations effectuées sur un large réseau urbain ont montré que le modèle développé est cohérent. Elles ont permis aussi de vérifier qu'il est bien adapté pour être utilisé comme prédicteur dans une stratégie de régulation en temps réel du trafic.

*Mots-clés*— Trafic urbain, transport en commun, modèle semi-macroscopique

## I. INTRODUCTION

Durant ces dernières décennies, des avancées majeures ont été réalisées dans le domaine du contrôle automatique du trafic urbain. Il existe plusieurs manières d'agir sur le trafic urbain mais la plus importante demeure la régulation via les feux de signalisation. Pour ne citer que les plus connues, TUC, PRODYN, UTOPIA, SCOOTs, CRONOS sont des stratégies de régulation du trafic urbain qui utilisent de puissantes méthodes d'optimisation [1-5-6-7-11-19]. Cependant, la plupart de ces stratégies ne donnent la priorité aux transports en commun qu'en utilisant des règles pré-établies. En d'autres termes, les transports en commun ne sont pas considérés comme un mode à part entière comme les véhicules particuliers. En plus, certaines stratégies comme PRODYN ont une vision locale c'est à dire qu'ils traitent séparément les carrefours sans se préoccuper des interactions qui peuvent exister entre eux [1]. Il s'avère alors nécessaire de considérer les transports en commun comme un mode propre. Il est nécessaire aussi de considérer la régulation sur un large réseau urbain composé par plusieurs carrefours interconnectés. Pour atteindre ces deux objectifs, il faut disposer d'un modèle

mathématique décrivant la dynamique des transports en commun dans un large réseau urbain. C'est un modèle de ce type qui sera présenté dans cet article. Ce modèle est de nature semi-macroscopique. Vu la nature même du mode transport en commun et la nature du milieu urbain, une modélisation macroscopique, qui assimile les véhicules à un flux, n'est absolument pas adaptée. Par contre modéliser les interactions des véhicules de transport en commun avec les véhicules particuliers de manière macroscopique est tout de même possible car la circulation des véhicules particuliers peut être assimilée à un flux. C'est pourquoi on parle de modèle semi-macroscopique. L'article est organisé comme suit : On commence par introduire le cadre et le contexte du travail. On décrit ensuite le modèle développé avant de s'intéresser aux tests de simulation qui permettent de vérifier sa cohérence et sa pertinence. Enfin, on présente les conclusions et les perspectives de ce travail.

## II. CADRE DE L'ÉTUDE

Pour garantir un meilleur service aux usagers des transports en commun afin de les inciter à délaisser la voiture particulière et pour réduire notamment la consommation de carburants, une mesure essentielle consiste à réduire le temps de course<sup>1</sup> des bus. Il est pour cela nécessaire de disposer de stratégies qui agissent dans ce sens, en leur donnant la priorité par exemple. Il existe deux grandes catégories de stratégies donnant la priorité aux bus en milieu urbain : l'aménagement de la route et le contrôle automatique du trafic via les feux de signalisation [18]. Concernant l'aménagement routier, on est confronté à une limitation physique liée souvent à l'impossibilité d'étendre le réseau routier indéfiniment et à l'impossibilité de réserver des voies sur certaines sections. Par contre, le second type de stratégies reste un domaine fertile à explorer pour deux raisons principales. D'une part, à cause du fort impact des feux de signalisation sur le temps de course d'une ligne de bus. Pour exemple, selon une étude réalisée par le Syndicat des Transports d'Ile de France (STIF) [20], environ 40% du temps de course d'une ligne est concerné par la priorité bus

<sup>1</sup>temps de course : temps de parcours + temps de battement (10% du temps de parcours)

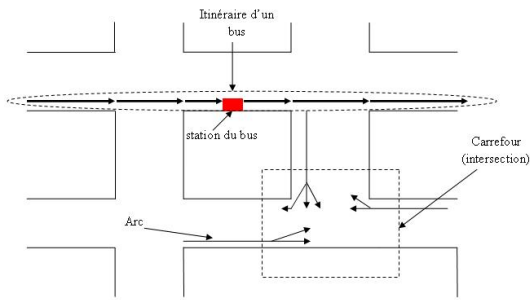


Fig. 1. Réseau routier urbain

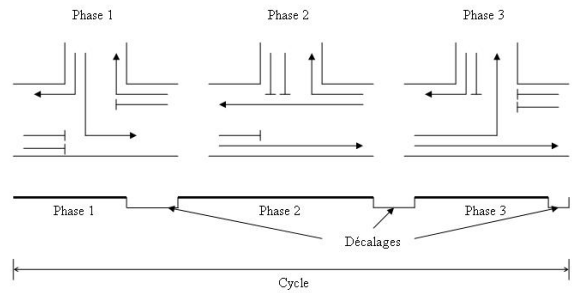


Fig. 2. Exemple d'un cycle de feu de signalisation

au niveau des carrefours à feux. D'autre part, à cause du fait que la plupart des stratégies de contrôle automatique donnant la priorité aux transports en commun souffrent d'au moins de l'une des deux insuffisances suivantes :

1. Une vision locale : la régulation se fait au niveau des carrefours isolés. Ceci est dû essentiellement à l'absence d'un modèle macroscopique simple pour un large réseau urbain.
2. La non prise en compte des interactions des transports en commun entre eux et avec les autres modes de transport. Or les congestions influencent directement sur le temps de parcours des bus.

Afin de pallier ces deux insuffisances, une stratégie de contrôle automatique donnant la priorité aux transports en commun doit avoir une vision globale du réseau routier urbain et doit tenir compte de l'influence des conditions générales du trafic sur la progression des véhicules de transport en commun. Un modèle décrivant cette dynamique dans un large réseau urbain est alors nécessaire. Pour cela, il faut disposer d'une description mathématique du réseau urbain concerné par la régulation. Le réseau est considéré comme un graphe direct. Il est constitué de carrefours (intersections) contrôlés par des feux de signalisation, d'arcs reliant deux carrefours et de stations pour les bus. Le réseau est traversé par plusieurs lignes de bus. L'itinéraire de chaque ligne est fixe et supposé connu. On suppose aussi connues les positions des feux de signalisation traversés par les bus et les positions des stations par rapport à l'entrée des bus dans le réseau (voir fig.1).

Seuls les carrefours contrôlés seront discernés dans le modèle. Chaque feu de signalisation d'un carrefour est caractérisé par les variables suivantes :

- Diagramme de phase : une phase est une période de temps pendant laquelle des mouvements compatibles ont accès à l'intérieur du carrefour. Un diagramme de phase est donc une succession de phases qui permet l'accès à tous les mouvements.
- Temps de dégagement : temps insérés entre deux phases pour des raisons de sécurité.
- Cycle : la durée totale de toutes les phases et des temps de dégagement.
- Décalage : le temps qui sépare les débuts de cycles de deux carrefours.

Un exemple de carrefour contrôlé par un feu de signalisation est donné dans la figure 2.

Le contrôle du trafic urbain via les feux de signalisation passe par 4 actions possibles : optimiser la durée du cycle [1], optimiser le diagramme de phase [11-17], régler les décalages entre les carrefours [19] et enfin optimiser les durées des différentes phases [2-4-5-6-7]. La stratégie que nous envisageons d'implémenter s'intéresse à l'optimisation des durées des différentes phases pour un large réseau urbain. Le cycle, le diagramme de phase, les temps de dégagement et le décalage sont fixes et supposés connus. La théorie du contrôle automatique offre plusieurs méthodes et outils pour la régulation du trafic urbain [14-15]. La commande prédictive est l'une des plus efficaces et des plus faciles à implémenter. Elle consiste à déterminer une séquence temporelle optimale de la variable de contrôle sur un horizon temporel  $N$ . Cette séquence doit minimiser un critère lié aux objectifs de la régulation envisagée et calculé sur l'horizon  $N$ . Les variables (en général les sorties du système) qui permettent de calculer le critère sont estimées par un modèle de prédiction [8-13-16]. Dans notre cas, ce modèle doit être capable de décrire la progression des bus dans un réseau urbain. Le modèle doit être relativement simple pour pouvoir être utilisé dans une stratégie de contrôle en temps réel du trafic. Les temps de calcul doivent être raisonnables. Si pour les véhicules particuliers une modélisation macroscopique est possible, il est très difficile de proposer un modèle macroscopique pour les véhicules de transport en commun en milieu urbain. On parle ici de modèle semi-macroscopique en référence aux interactions des bus avec les véhicules particuliers qui sont modélisées de manière macroscopique. Le modèle développé essaye d'obtenir un compromis entre simplicité et précision. Pour satisfaire cet objectif, on tient compte des interactions de la progression des bus avec l'état du trafic des véhicules particuliers de manière macroscopique. En plus pour modéliser l'influence de l'état des feux de signalisation sur la progression des bus, on a essayé de considérer l'attitude moyenne d'un bus à l'approche d'un feu de signalisation. On a aussi considéré quelques autres hypothèses qu'on présentera dans la section suivante.

Pour résumer, le modèle doit satisfaire les 3 conditions suivantes :

- Précision : pour tenir compte des interactions des bus avec les véhicules particuliers.
- Nature macroscopique ou semi-macroscopique : pour décrire la dynamique des véhicules de transport en

- commun sur de larges réseaux urbains.
- Simplicité : pour l'utiliser en temps réel.

### III. DESCRIPTION DU MODÈLE

Avant de décrire en détail le modèle, on présente les notations et les hypothèses nécessaires à la compréhension de l'approche de modélisation.

#### A. Notations et Hypothèses

Notations :

##### Indices

$i$ :	indice d'arcs.
$l$ :	indice de carrefours.
$j$ :	indice de station de bus.
$m$ :	indice de ligne de bus.
$n$ :	indice de véhicule bus d'une ligne donnée.
$k$ :	indice de pas de temps.

##### Ensembles

$I$ :	ensemble des arcs.
$L$ :	ensemble des carrefours.
$J$ :	ensemble des stations de bus.
$In_j$ :	ensembles des arcs entrant dans le carrefour $j$ .
$M$ :	ensemble des lignes de bus.
$N_m$ :	ensemble des véhicules bus présent dans le réseau de la ligne $m$ .
$G_k^{m,n}$ :	ensemble des durées de vert des feux de signalisation qui peuvent être traversés par le bus $n$ de la ligne $m$ durant le pas de temps $k$ .
$St_k^{m,n}$ :	ensemble des temps d'arrêt des stations qui peuvent être traversés par le bus $n$ de la ligne $m$ durant le pas de temps $k$ .
$Nb_k^{m,n}$ :	ensemble du nombre de véhicules particuliers se trouvant devant le bus $n$ de la ligne $m$ dans les arcs qui peuvent être traversés par le bus durant le pas de temps $k$ .

##### Variables générales

$C$ :	cycle des feux de signalisation.
$a$ :	longueur moyenne des véhicules particuliers.
$Vb$ :	vitesse libre du bus.

##### Variables spécifiques aux arcs

$G_i(k)$ :	durée totale de vert allouée à l'arc $i$ pendant le pas de temps $k$ .
$S_i$ :	flux de saturation de l'arc $i$ .
$q_i(k)$ :	flux entrant dans l'arc $i$ pendant le pas de temps $k$ .

$u_i(k)$ :	flux sortant de l'arc $i$ pendant le pas de temps $k$ .
$\tau_{w,i}$ :	taux du mouvement tournant de l'arc $w$ vers l'arc $i$ .
$Lf_{m,i}$ :	position de la ligne de feu de signalisation de l'arc $i$ par rapport à la position de départ de la ligne de bus $m$ .

##### Variables spécifiques aux TCs

$T_j$ :	temps d'arrêt d'un bus dans la station $j$ .
$P_{m,n}(k)$ :	position du bus $n$ de la ligne $m$ au début du pas de temps $k$ .
$i_k^{m,n}$ :	nombre d'arcs qui peuvent être traversés par le bus $n$ de la ligne $m$ durant le pas de temps $k$ .
$j_k^{m,n}$ :	nombre de stations qui peuvent être traversées par le bus $n$ de la ligne $m$ durant le pas de temps $k$ .
$tr_n, tr_p$ :	nouveau et précédent temps restant avant la fin du pas de temps actuel.
$Ls_{m,j}$ :	position de la station $j$ par rapport au départ de la ligne de bus $m$ .
$Nb_{m,n}^i(k)$ :	Nombre de véhicules particuliers devant le bus $n$ de la ligne $m$ dans l'arc $i$ durant le pas de temps $k$ .

Hypothèses :

##### Hypothèse 1

La vitesse libre  $Vb$  d'un bus est toujours inférieure à la vitesse des véhicules particuliers.

##### Hypothèse 2

Si pour un cycle de durée  $C$ , la durée totale de la phase du vert est  $G_i(k)$ , alors pour une durée donnée  $tr$ , la durée totale de la phase du vert, durant  $tr$ , est  $\frac{tr}{C} \times G_i(k)$ .

##### Hypothèse 3

Le flux entrant dans un arc donné, durant le pas de temps  $k$ , se répartit uniformément le long de l'arc. Par exemple : pour un arc de longueur  $L$  dans lequel  $Nv$  véhicules particuliers entrent, le nombre de véhicules particuliers se trouvant dans une section de longueur  $l$  est  $\frac{l}{L} \times Nv$ .

##### Hypothèse 4

Si un bus arrive sur une ligne de feu de signalisation de durée de vert  $G_i(k)$   $tr$  secondes avant la fin de l'actuel pas de temps, alors il sera stoppé pendant un temps  $\frac{1}{2} \times tr \times (1 - \frac{G_i(k)}{C})$ . Cette valeur est déterminée de la manière suivante : d'après l'hypothèse 2, la durée du vert restante est  $\frac{tr}{C} \times G_i(k)$ . La période qui s'écoule entre l'arrivée du bus sur la ligne et le début du vert est  $T_{deb}$ .  $T_{deb}$  doit vérifier la condition suivante  $0 \leq T_{deb} \leq tr \times (1 - \frac{G_i(k)}{C})$ . Le temps d'attente du bus est  $t_{stop}$ . Puisqu'il n'y a pas de véhicules particuliers entre le bus et la ligne du feu, il est évident que  $t_{stop} = T_{deb}$  (voir fig. 3).

Dans le cas le plus favorable, le vert commence quand le bus arrive sur la ligne du feu et donc  $t_{stop} = 0$ . Dans le cas le moins favorable, le temps d'attente du bus sera

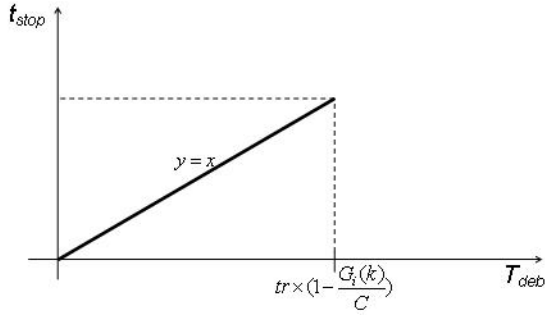


Fig. 3.  $t_{stop}$  fonction de  $T_{deb}$

$t_{stop} = tr \times (1 - \frac{G_i(k)}{C})$ . Si on considère que  $T_{deb}$  est aléatoire avec une distribution uniforme sur l'intervalle  $[0, tr \times (1 - \frac{G_i(k)}{C})]$ , le temps d'attente moyen  $t_{stop\_moy}$  sera égal à  $t_{stop\_moy} = \frac{1}{tr \times (1 - \frac{G_i(k)}{C})} \times \int_0^{tr \times (1 - \frac{G_i(k)}{C})} x \cdot dx = \frac{1}{2} \times tr \times (1 - \frac{G_i(k)}{C})$

### B. Modèle

On suppose que tous les carrefours du réseau urbain considéré fonctionnent avec le même cycle  $C$ . Le pas de temps sera pris égal à  $C$ .

Le réseau urbain est traversé par plusieurs lignes de bus et pour chaque ligne, plusieurs véhicules peuvent circuler simultanément sur le réseau. La dynamique du bus  $n$  de la ligne  $m$  est représentée par sa position  $P_{m,n}(k)$  dans le réseau. Cette position est référencée par rapport au point de départ des bus de la ligne  $m$ . Durant le cycle de durée  $C$ , le bus peut parcourir la distance maximale de  $C \times Vb$  où  $Vb$  est la vitesse libre du bus. Le long de cette distance, le bus peut traverser  $i_k^{m,n}$  feux de signalisation dont leurs durées totales de phase de vert sont regroupées dans l'ensemble  $G_k^{m,n}$ . Il peut s'arrêter aussi dans  $j_k^{m,n}$  stations dont leurs temps d'arrêt sont regroupés dans l'ensemble  $St_k^{m,n}$  (voir Fig.4).

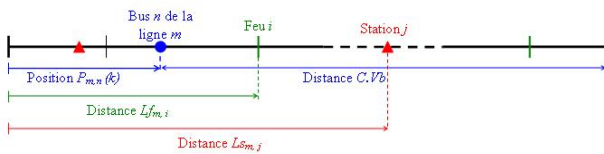


Fig. 4. itinéraire d'un bus

En toute rigueur, la dynamique des bus dépend de l'état du trafic (exemple : nombre de véhicules dans chaque arc), de l'état des feux (exemple : les durées totales des phases de vert pour chaque ligne de feu de signalisation) et des temps d'arrêt dans les stations. Par conséquent, la dynamique d'un bus peut être donnée par l'équation générale :

$$P_{m,n}(k+1) = F(P_{m,n}(k), G_k^{m,n}, Nb_k^{m,n}, St_k^{m,n})$$

où  $F$  est la fonction à déterminer et  $Nb_k^{m,n}$  est le vecteur constitué par le nombre de véhicules particuliers devant le bus  $n$  de la ligne  $m$  dans tous les arcs qui peuvent être

traversés par le bus durant la période  $[k \cdot C, (k+1) \cdot C]$ . Pour déterminer cette variable, on utilise le modèle store-and-forward de Gazis et Potts. Ce modèle a été largement commenté dans la littérature et a été utilisé par plusieurs stratégies de contrôle automatique du trafic [9-10-12]. Ce modèle permet de calculer, à chaque pas de temps, le nombre de véhicules dans chaque arc du réseau. L'hypothèse 3 permet de ne calculer que le nombre de véhicules situés entre le bus et la ligne de feu de signalisation. Le mode de calcul de cette variable ne sera pas décrit dans cet article et on suppose disposer, à chaque pas de temps, de sa valeur.

Depuis sa position  $P_{m,n}(k)$ , le bus traversera, un par un, des stations et des feux de signalisation jusqu'à la fin du cycle  $k$  et le début du cycle  $k+1$ . On introduit deux variables : la nouvelle position du bus  $P_n$  et le nouveau temps restant avant la fin du cycle  $tr_n$  qui sont initialisés respectivement à  $P_{m,n}(k)$  et  $C$ . À chaque franchissement d'une station ou d'un feu, la nouvelle position du bus et le nouveau temps restant avant la fin du cycle sont réévalués. S'il s'agit d'un franchissement d'un feu, la réévaluation se fait par la fonction  $g\_feu$ . S'il s'agit d'une station, la réévaluation se fait par la fonction  $g\_st$ . L'algorithme de la fonction  $F$  se trouve sur la figure 5.

```
|  |
| --- |
| $tr_y = C$  ; |
| Tant que ( $tr_y > 0$ ) faire |
| Si ( $next\_stop == station$ ) alors |
| $[P_n, tr_n] = g\_st (P_y, tr_y, T_n)$ ; |
| Sinon ( $next\_stop == traffic\ light$ ) |
| $[P_n, tr_n] = g\_light (P_y, tr_y, G, Nb)$ ; |
| Fin si ; |
| $tr_y = tr_n$  ; |
| $P_y = P_n$  ; |
| Fin Tant que ; |
| $P_{m,n}(k) = P_n$  ; |

```

Fig. 5. Algorithme de la fonction  $F$

La figure 6 illustre la situation de franchissement d'une station.

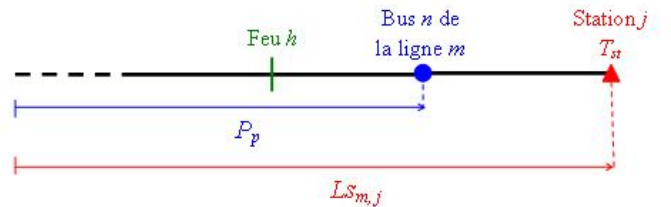


Fig. 6. Situation d'un bus traversant une station

La fonction  $g\_st$  prend comme arguments la position actuelle  $P_p$ , le temps restant avant la fin du cycle actuel  $tr_p$  et enfin le temps d'arrêt du bus dans la station concernée. Elle estime la nouvelle position  $P_n$  du bus et le nouveau

temps restant  $tr_n$  avant la fin du cycle. L'algorithme de cette fonction est présenté sur la figure 7.

```

[Pn, trn] = g_st (Pp, trp, Tg)
Si (trp · Vb < LSm,j - Pp)
    Pn = Pp + trp · Vb,
    trn = 0,
Sinon
    Pn = LSm,j,
    trn = trp - Tg -  $\frac{L_{S_{m,j}} - P_p}{V_b}$ ,
Fin si;

```

Fig. 7. Algorithme de la fonction  $g\_st$

La fonction  $g\_feu$  prend comme arguments la position actuelle  $P_p$ , le temps restant avant la fin du cycle actuel  $tr_p$ , la durée totale de la phase du vert  $G_i(k)$  allouée à l'arc  $i$  dans lequel se trouve le bus pour le cycle  $k$  et enfin le nombre de véhicules  $Nb^i$  situés entre le bus et le feu de signalisation de l'arc  $i$ . Elle estime la nouvelle position  $P_n$  du bus et le nouveau temps restant  $tr_n$  avant la fin du cycle actuel. Cette fonction est la plus importante et la plus complexe du modèle. Dans ce qui suit, on décrira en détail cette fonction. Le schéma de la figure 8 est nécessaire pour la compréhension de la discussion qui va suivre.

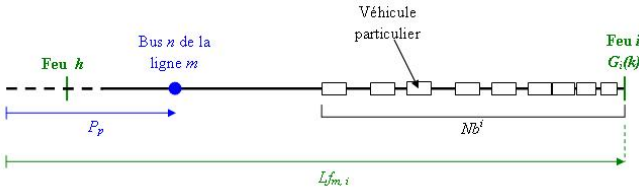


Fig. 8. Situation d'un bus traversant un feu de signalisation

- 1er cas :

$$L_{f_{m,i}} - P_p - a \cdot Nb^i \geq tr_p \cdot V_b$$

Ce cas correspond à la situation où le bus ne pourra pas rejoindre la file d'attente de véhicules de longueur  $a \times Nb^i$  où  $a$  est la longueur moyenne des véhicules. Dans cette situation,  $P_n$  et  $tr_n$  sont donnés par :

$$\begin{aligned} P_n &= P_p + tr_p \cdot V_b \\ tr_n &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

- 2ème cas :

$$L_{f_{m,i}} - P_p - a \cdot Nb^i \leq tr_p \cdot V_b$$

Il s'agit de la situation où le bus peut rejoindre la file d'attente avant la fin du cycle actuel. Ceci se réalisera après un temps  $Y$  donné par

$$Y = C \cdot \frac{L_{f_{m,i}} - P_p - a \cdot Nb^i}{C \cdot V_b - a \cdot S_i \cdot G_i(k)}$$

Dans cette situation, il faut distinguer deux cas : celui où le bus rejoint la file d'attente avant la ligne de feu et celui où il la rejoint après.

1.  $Y \cdot V_b \geq L_{f_{m,i}} - P_p$  : Le bus n'a pas la possibilité de rejoindre la file d'attente avant la ligne du feu. Il roule avec sa vitesse libre  $V_b$  jusqu'à la ligne. Il atteint cette ligne à l'instant  $tr_p - \frac{L_{f_{m,i}} - P_p}{V_b}$  avant la fin du cycle. Ici aussi, on doit considérer deux possibilités :  
-  $tr_p \cdot V_b \leq L_{f_{m,i}} - P_p$  et donc  $P_n$  et  $tr_n$  sont donnés par :

$$\begin{aligned} P_n &= P_p + tr_p \cdot V_b \\ tr_n &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

-  $tr_p \cdot V_b \geq L_{f_{m,i}} - P_p$ . Le bus atteint la ligne du feu à l'instant  $C - tr_p + \frac{L_{f_{m,i}} - P_p}{V_b}$ . Avant la fin du cycle actuel, le temps restant est  $tr_p - \frac{L_{f_{m,i}} - P_p}{V_b}$ . Suivant l'hypothèse 4, le bus est arrêté pendant un temps  $\frac{1}{2} \times (tr_p - \frac{L_{f_{m,i}} - P_p}{V_b}) \times (1 - \frac{G_i(k)}{C})$ . En quittant l'arc, le temps restant avant la fin du cycle est  $\frac{1}{2} \times (tr_p - \frac{L_{f_{m,i}} - P_p}{V_b}) \times (1 + \frac{G_i(k)}{C})$ . Finalement, on a :

$$\begin{aligned} P_n &= L_{f_{m,i}} \\ tr_n &= \frac{1}{2} \cdot (tr_p - \frac{L_{f_{m,i}} - P_p}{V_b}) \\ &\quad \cdot (1 + \frac{G_i(k)}{C}) \end{aligned} \quad (3)$$

2.  $Y \cdot V_b \leq L_{f_{m,i}} - P_p$  : Le bus rejoint la file d'attente avant la ligne du feu. Suivant l'hypothèse 2 et le modèle de Gazis et Potts, le nombre de véhicules particuliers devant le bus est  $Nb^i - \frac{S_i \cdot Y \cdot G_i(k)}{C}$ . Le temps restant avant la fin du cycle est  $tr_p - Y$  dans lequel  $(tr_p - Y) \cdot \frac{G_i(k)}{C}$  la durée du feu vert restante (Hypothèse 2). Ici encore, des possibilités doivent être distinguées :

-  $Nb^i \geq \frac{S_i \cdot G_i(k) \cdot tr_p}{C}$  : La file d'attente ne peut pas disparaître complètement pendant ce cycle. Il existe deux situations correspondant à «  $tr_p \cdot V_b$  supérieur ou inférieur à  $L_{f_{m,i}} - P_p - a \cdot (Nb^i - \frac{S_i \cdot G_i(k) \cdot tr_p}{C})$  ». Pour le premier cas, on a :

$$\begin{aligned} P_n &= P_p + tr_p \cdot V_b \\ tr_n &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Et pour le second, on a :

$$\begin{aligned} P_n &= L_{f_{m,i}} \\ &\quad - a \cdot (Nb^i - \frac{S_i \cdot G_i(k) \cdot tr_p}{C}) \\ tr_n &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

-  $Nb^i \leq \frac{S_i \cdot G_i(k) \cdot tr_p}{C}$  : La file d'attente disparaît complètement durant ce cycle et dans ce cas  $P_n$  et  $tr_n$  sont donnés par :

$$\begin{aligned} P_n &= L_{f_{m,i}} \\ tr_n &= \frac{1}{2} \cdot (tr_p - Y) \cdot (1 + \frac{G_i(k)}{C}) \\ &\quad - \frac{Nb^i}{S_i} + \frac{Y \cdot G_i(k)}{C} \end{aligned} \quad (6)$$

Les différents cas examinés précédemment sont récapitulés comme suit :

– Les conditions :

$$A : Lf_{m,i} - P_p - a \cdot Nb^i \geq tr_p \cdot V_b$$

$$B : Nb^i \geq \frac{S_i \cdot G_i(k) \cdot tr_p}{C}$$

$$C : tr_p \cdot V_b \leq Lf_{m,i} - P_p - a \cdot (Nb^i - \frac{S_i \cdot G_i(k) \cdot tr_p}{C})$$

$$D : G_i(k) \geq \frac{C \cdot Nb^i \cdot V_b}{S_i \cdot (Lf_{m,i} - P_p)}$$

$$E : tr_p \cdot V_b \leq Lf_{m,i} - P_p$$

– Les équations :

$$EQ 1 : P_n = P_p + tr_p \cdot V_b \text{ et } tr_n = 0$$

$$EQ 2 : P_n = Lf_{m,i} - a \cdot (Nb^i - \frac{S_i \cdot G_i(k) \cdot tr_p}{C}) \text{ et } tr_n = 0$$

$$EQ 3 : P_n = Lf_{m,i} \text{ et } tr_n = \frac{1}{2} \cdot (tr_p - Y) \cdot (1 + \frac{G_i(k)}{C}) - \frac{Nb^i}{S_i} + \frac{Y \cdot G_i(k)}{C}$$

$$EQ 4 : P_n = Lf_{m,i} \text{ et } tr_n = \frac{1}{2} \cdot (tr_p - \frac{Lf_{m,i} - P_p}{V_b}) \cdot (1 + \frac{G_i(k)}{C})$$

Avec ces considérations, l'algorithme de la fonction  $g\_feu$  est donné par :

Si $(A \mid (\bar{A} \times D \times E) \mid (\bar{A} \times B \times C \times \bar{D}))$	alors EQ1 ;
Si $(\bar{A} \times B \times \bar{C} \times \bar{D})$	alors EQ2 ;
Si $(\bar{A} \times \bar{B} \times \bar{D})$	alors EQ3 ;
Si $(\bar{A} \times D \times E)$	alors EQ4 ;

Où «  $\mid$  » désigne « ou » logique,  $\times$  le « et » logique et  $\bar{A}$  « la négation de  $A$  ».

#### IV. RÉSULTATS DES SIMULATIONS

##### A. Fonction $g\_feu$

La fonction  $g\_feu$  est la fonction la plus importante et la plus complexe du modèle. Elle permet de relier la progression des bus aux conditions générales du trafic et à l'état des feux de signalisation. Cette fonction a été décrite en détail dans la section précédente. Afin de vérifier numériquement la cohérence de ce modèle, on réalise le test illustré par la figure 9.

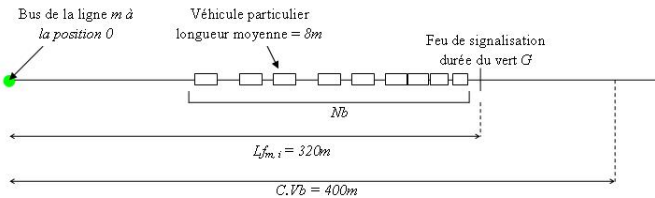


Fig. 9. Test de la fonction  $g\_feu$

Le test de simulation a été effectué en faisant varier le nombre de véhicules particuliers  $Nb$  devant le bus entre 0 et 40 et la durée de la phase du vert entre 0 et 80 secondes. La vitesse libre du bus est choisie égale à 5m/s. La nouvelle position du bus estimée par le modèle se trouve sur la courbe de la figure 10.

On peut d'ores et déjà constater sans difficulté que s'il y a moins de véhicules devant le bus, la position du bus

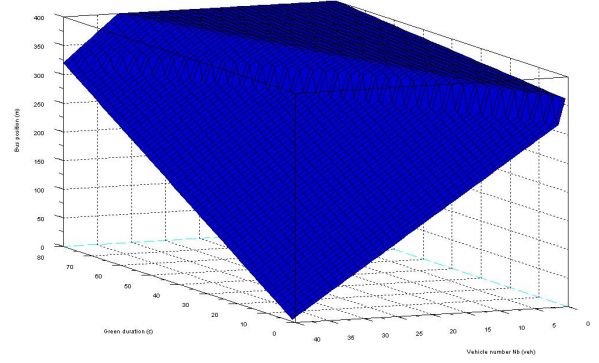


Fig. 10. position du bus

est plus avancée et vice versa. En effet plus le trafic est congestionné, plus difficile est la progression du bus.

Par ailleurs on peut remarquer que si la durée de la phase du vert est plus grande, la nouvelle position du bus est plus avancée. Ceci est bien évidemment facilement vérifiable dans les conditions réelles du trafic.

Enfin, numériquement la courbe révèle les points particuliers suivants :

1. Pour  $Nb = 40$  véh, le trafic en aval du bus est complètement bloqué, et pour  $G = 0s$ , pas de phase de vert pour l'arc, la nouvelle position est  $P_n = 0m$  ce qui veut dire que le bus n'a pas bougé de sa position initiale. Ceci est parfaitement prévisible puisque devant le bus, il n'y a aucun espace libre ( $Nb = 40$  véh) et qu'aucun véhicule particulier ne peut quitter l'arc ( $G = 0s$ ).

2. Pour  $G = 80s = C$ , pas de phase de rouge pour l'arc, et pour  $Nb \leq 32$  véh, le bus atteint sa position maximale de 400m. En effet, pour cette situation, le bus ne sera jamais bloqué par la file d'attente et roulera à sa vitesse libre  $V_b = 5m \cdot s^{-1}$ . Par conséquent, pendant le cycle  $C = 80s$ , il peut parcourir la distance de  $C \times V_b = 400m$ .

A travers ces remarques, on peut conclure que le modèle de franchissement d'un feu de signalisation par un bus est cohérent avec la réalité. Il reste à vérifier alors la cohérence du modèle global à travers des tests de simulation sur un réseau urbain.

##### B. Tests sur un réseau urbain

Les tests de simulation sont implémentés sur le logiciel Scilab. Les résultats de simulation du modèle ne seront pas comparés à des données réelles du trafic car le but de ces tests n'est pas de confronter le modèle aux données réelles mais de vérifier sa pertinence et sa cohérence globale.

Les tests ont été réalisés sur le réseau de carrefours urbains représenté sur la figure 11.

Ce réseau comprend 16 carrefours, 11 entrées et 49 arcs. Il est traversé par deux lignes de bus. La première entre par l'entrée 3, traverse, dans l'ordre, les carrefours 4, 3, 7, 11, 10, 9, 13 avant de sortir du réseau. La fréquence de passage de cette ligne est de 1 bus/3 cycles. La deuxième ligne entre dans le réseau par l'entrée 10 et traverse, dans l'ordre, les carrefours 5, 6, 7, 11, 12, 16. sa fréquence de passage est de 1 bus/7 cycles.

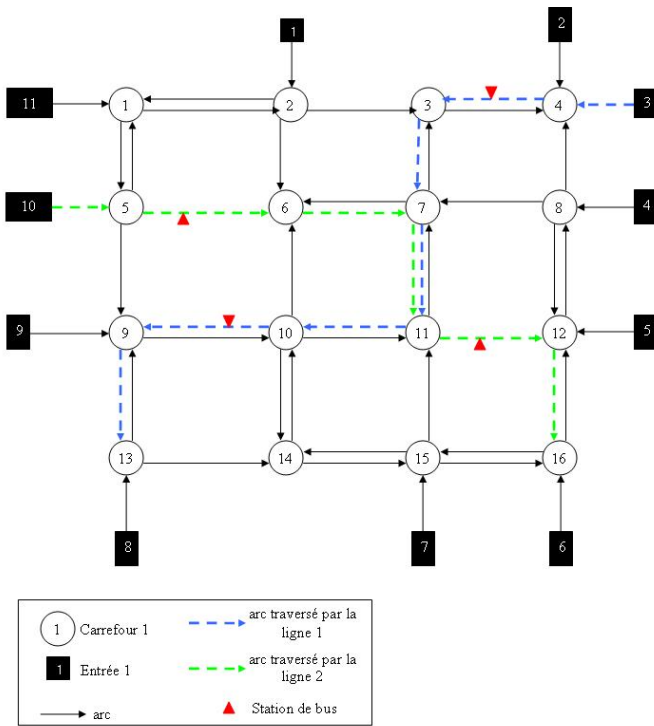


Fig. 11. Le réseau de test

Le but des simulations est d'observer la progression des véhicules de transport en commun en fonction de la demande du trafic et de l'état des feux de signalisation traversés par ces véhicules. Les résultats des simulations ont été regroupés en deux groupes selon que l'on joue sur les durées des feux verts des arcs traversés par la ligne 1 du bus ou par la ligne 2. Le premier groupe correspond à la ligne 1. Le groupe 2 correspond à la ligne 2. Les simulations ont été effectuées sur 100 cycles. Comme la demande du trafic fluctue autour d'une valeur moyenne que nous avons choisi, les résultats présentés ici sont des moyennes sur tous les bus qui ont traversé le réseau urbain pendant la durée des simulations.

Pour chaque groupe, on considère 4 scénarii :

1. Demande ordinaire du trafic et durées de feu vert nominales pour les feux traversés par la ligne de bus.
2. Demande ordinaire du trafic et durées de feu vert inférieures aux valeurs nominales pour les feux traversés par la ligne de bus.
3. Demande élevée du trafic et durées de feu vert nominales pour les feux traversés par la ligne de bus.
4. Demande élevée du trafic et durées de feu vert inférieures aux valeurs nominales pour les feux traversés par la ligne de bus.

### B.1 Groupe 1

L'objectif est d'observer la progression de la ligne 1 du bus dans le réseau pour les scénarii évoqués ci-dessus. Sur la figure 12, on montre l'évolution de la position du bus dans le réseau urbain.

L'analyse des courbes permet d'en déduire les remarques suivantes :

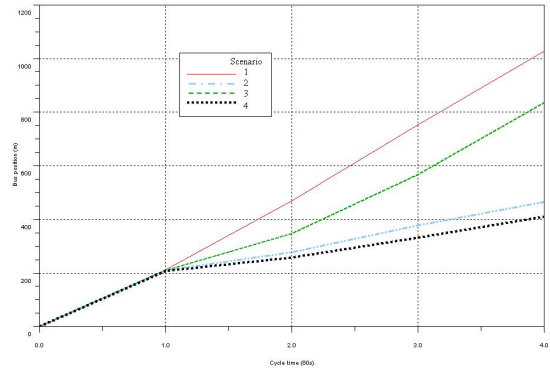


Fig. 12. Comparaison entre les scénarii pour la ligne 1 et pour le groupe 1

1. Pour une même demande du trafic (scénarii (1,2) et (2,3)), les durées du feu vert allouées aux arcs traversés par le bus ont un grand impact sur la progression de ce dernier. Pour le scénario 1 et à la fin du 4<sup>eme</sup>, la position du bus est autour de 1025m. Dans le même temps, pour le scénario 2, le bus se trouve à la position 470m.

2. Pour les mêmes durées de vert allouées aux arcs traversés par le bus (scénarii (1,3) et scénarii (2,4)), une demande élevée du trafic pénalise la progression du bus. Pour le scénario 1, le bus atteint la position de 1025m. Pour le scénario 3, le bus ne dépasse pas la position de 830m.

Pour la ligne de bus 2, la progression de la position est donnée sur la figure 13.

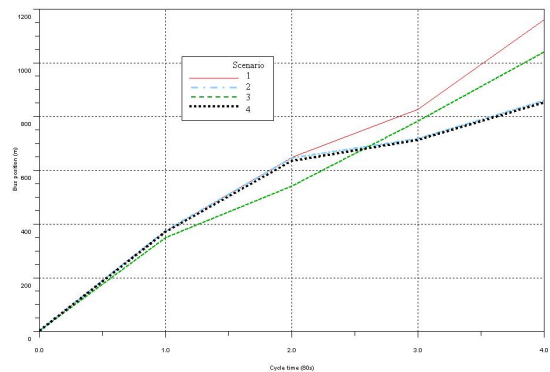


Fig. 13. Comparaison entre les scénarii pour la ligne 2 et pour le groupe 1

Contrairement à la ligne de bus 1, la demande du trafic a un léger impact sur la progression de la ligne 2 (scénarii (1,3) et scénarii (2,4)). Ceci s'explique par le fait que même avec une demande élevée du trafic, la circulation reste fluide le long de l'itinéraire de la ligne 2. La comparaison entre les scénarii (1,2) et même entre les scénarii (3,4) montrent qu'en pénalisant la ligne 1 du bus, on pénalise aussi la ligne 2. Ceci est dû au fait que les deux lignes traversent un carrefour en commun, le carrefour 11.



## B.2 Groupe 2

Les simulations sont réalisées dans les mêmes conditions que pour le groupe 1 sauf qu'on joue maintenant sur les durées des feux verts pour les arcs traversés par la ligne 2 du bus. Sur la figure 14, on montre la progression de la position de la ligne 2 du bus.

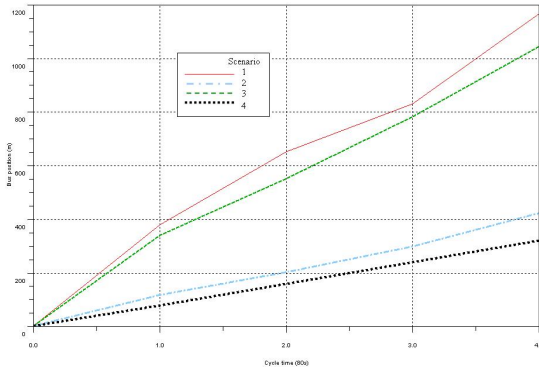


Fig. 14. Comparaison entre les scénarii pour la ligne 2 et pour le groupe 2

Pour la ligne 1, la progression du bus est donnée sur la figure 15.

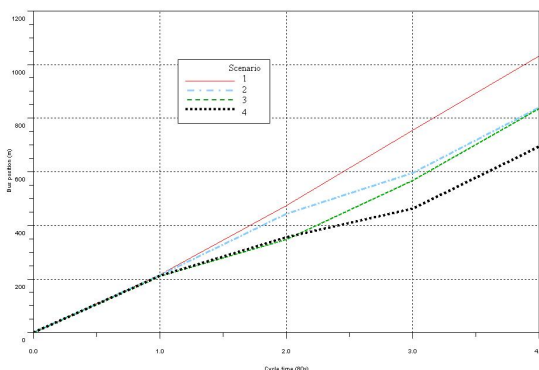


Fig. 15. Comparaison entre les scénarii pour la ligne 1 et pour le groupe 2

Les courbes de la figure 14 confirment que la demande du trafic a un léger impact sur la progression de la ligne 2 (scénarii (1,3) et (2,4)). Elles confirment aussi l'impact important des durées des phases du vert sur la progression des deux lignes de bus.

Les tests de simulation effectués sur un large réseau urbain, constitué de 16 carrefours, montrent que le modèle pour les véhicules de transport en commun est cohérent. Les faibles temps de calcul des simulations réconfortent l'idée que le modèle pourra être utilisé comme prédictif dans une stratégie de contrôle du trafic en temps réel.

## V. CONCLUSION

Nous avons présenté dans cet article un modèle semi-macroscopique pour les transports en commun dans un réseau urbain. Le modèle décrit la progression des véhicules

de transport en commun en fonction de l'état du trafic des véhicules particuliers et en fonction des durées des phases du vert des carrefours composant le réseau urbain. Le modèle essaie de répondre à deux objectifs souvent contradictoires : simplicité et précision. La précision permet d'avoir une modélisation réaliste. La simplicité permet d'utiliser le modèle pour une stratégie de régulation en temps réel du trafic urbain. Les résultats des simulations effectuées sur un large réseau urbain montrent que le modèle est cohérent. Elles montrent aussi que les temps de calcul sont faibles et laissent penser que le modèle pourra être utilisé en temps réel. Dans le futur, ce modèle sera intégré comme prédictif pour une stratégie de régulation en temps réel du trafic urbain. Cette stratégie utilisera la commande prédictive.

## RÉFÉRENCES

- [1] R.E. Allsop, Optimization of timings of traffic signals, *AIRO conference*, pp. 103–120, 1983.
- [2] J.F. Barrière, J.L. Farges et J.J. Henry, Decentralization vs Hierarchy in Optimal Traffic control, *5<sup>th</sup> IFAC, IFIP, IFORS Conference on Control in Transportation Systems*, pp. 321–326, 1986.
- [3] D.P. Bertsekas, *Dynamic programming and stochastic control*, Academic press, 1976.
- [4] N. Bhouiri et P. Lotito, Régulation du trafic urbain multimodal avec priorité pour les transports en commun, *MOSIM'06*, 2006.
- [5] C. Diakaki, M. Papageorgiou et K. Aboudolas, A multivariable regulator approach to traffic-responsive network-wide signal control, *Control Engineering Practice, Pergamon*, pp. 183–195, 2002.
- [6] Di Taranto et V. Mauro, UTOPIA, *IFAC Control, Computers, Communications in Transportation*, pp. 575–597, 1989.
- [7] M. Dotoli, M.P. Fanti et C. Meloni, A signal timing plan formulation for urban traffic control, *Control Engineering Practice 14, Elsevier*, pp. 1297–1311, 2005.
- [8] Garcia, Prett et Morari, Model predictive control : theory and practice, *Automatica*, pp. 335–348, 1989.
- [9] D.C. Gazis, Optimum control of a system of oversaturated intersections, *Operation Research*, pp. 815–831, 1964.
- [10] D.C. Gazis et R.B. Potts, The oversaturated intersection, *Proceedings of the second international symposium on traffic theory*, pp. 221–237, 1963.
- [11] B.G. Heydecker et I.W. Dudgeon, Calculation of signal settings to minimize delay at a junction, *Transportation and Traffic theory, Elsevier*, pp. 159–178, 1987.
- [12] S. Kachroudi et N. Bhouiri, Communication interprocessus entre Dynasim et Scilab pour l'évaluation d'une stratégie de régulation du trafic urbain multimodal, *Congrès ATEC*, 2007.
- [13] Mayne et Michalska, Receding horizon control of nonlinear systems, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35, pp. 814–824, 1990.
- [14] M. Papageorgiou, *Traffic control in Handbook of transportation engineering*, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [15] M. Papageorgiou, *Application of automatic control concepts to traffic flow modeling and control*, Springer-Verlag, 1983.
- [16] C.V. Rao, *Moving Horizon Strategies for the Constrained Monitoring and Control of Nonlinear Discrete-Time Systems*, Dissertation, University of Wisconsin Madison, 2000.
- [17] G. Scemama, La conception de plan de feux : une modélisation par la programmation sous contraintes, *Recherche-Transports-Sécurité(45)*, pp. 3–14, 1994.
- [18] A. Skabardonis, Control strategies for transit priority, *Transportation research record 1727*, 2000.
- [19] C. Stamatidis et N.H. Gartner, Multiband-96 : A program for Variable-Bandwidth Progression Optimization of Multiarterial Traffic Networks, *Transportation Research Record 1554*, pp. 9–17, 1996.
- [20] STIF, *Guide technique des systèmes de priorité bus aux carrefours à feux*, Etude, 2001.