



**HAL**  
open science

## Quantificação de incertezas nos núcleos de Volterra de um oscilador de Duffing

Luis Gustavo Giacon Villani, Samuel da Silva, Americo Cunha Jr

► **To cite this version:**

Luis Gustavo Giacon Villani, Samuel da Silva, Americo Cunha Jr. Quantificação de incertezas nos núcleos de Volterra de um oscilador de Duffing. Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional (CNMAC 2016), Sep 2016, Gramado, Brazil. hal-01471307

**HAL Id: hal-01471307**

**<https://hal.science/hal-01471307>**

Submitted on 19 Feb 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Copyright

## Quantificação de Incertezas nos Núcleos de Volterra de um Oscilador de Duffing

Luis G. G. Villani<sup>1</sup>

Samuel da Silva<sup>2</sup>

UNESP - Univ Estadual Paulista , Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Departamento de Engenharia Mecânica, Av. Brasil, 56, Ilha Solteira, 15385-000, SP, Brasil

Americo Cunha Jr<sup>3</sup>

Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática e Estatística, Departamento de Matemática Aplicada, R. São Francisco Xavier, 524, Rio de Janeiro, 20550-900, RJ, Brasil

### 1 Introdução

A descrição do comportamento de sistemas mecânicos é normalmente obtida através de modelos matemáticos, baseados ou não em parâmetros físicos dos sistemas. Também, sabe-se que tais sistemas podem apresentar forte comportamento não linear, dependendo das cargas aplicadas e condições de operações aos quais são submetidos [1]. Neste contexto, as séries de Volterra são capazes de descrever o comportamento dos sistemas através da generalização do conceito de convolução e função de resposta em frequência. Assim, identificando os núcleos ou funções de resposta em frequência de alta ordem (HOFRFs) pode-se prever a resposta dinâmica dos sistemas. Por outro lado, torna-se importante a análise estocástica dos modelos matemáticos considerando a presença de incertezas nos mesmos, para uma descrição mais real do comportamento dos sistemas [2]. Este trabalho mostra a análise de incertezas aplicada nas séries de Volterra analíticas de um oscilador de Duffing submetido a excitação harmônica simples.

### 2 Análise de Incertezas em Séries de Volterra

De maneira simples, as séries de Volterra podem ser tratadas como uma generalização do conceito de convolução linear aplicado em sistemas não lineares [3]. Assim, obtém-se funções de resposta em frequência de alta ordem (HOFRFs). Para um oscilador de Duffing, considerando uma excitação senoidal harmônica e a presença de incertezas, os núcleos de Volterra podem ser obtidos de maneira analítica no domínio da frequência pelas expressões:

$$\mathbb{H}_1(\omega, \theta) = \frac{1}{k_1 + j\mathbb{C}(\theta)\omega - m\omega^2}, \quad \mathbb{H}_3(\omega, \omega, \omega, \theta) = -k_3\mathbb{H}_1^3(\omega, \theta)\mathbb{H}_1(3\omega, \theta) \quad (1)$$

sendo  $\mathbb{H}_1$  o primeiro núcleo incerto,  $\mathbb{H}_3$  o terceiro núcleo incerto,  $m$  a massa,  $k_1$  a rigidez linear,  $k_3$  a rigidez cúbica,  $\mathbb{C}$  o coeficiente de amortecimento incerto do oscilador de Duffing,  $\theta$  o número da realização de Monte-Carlo e  $\omega$  a frequência.

---

<sup>1</sup>luisgustavovillani@gmail.com

<sup>2</sup>samuel@dem.feis.unesp.br

<sup>3</sup>americo@ime.uerj.br

Foram realizadas simulações para observar a variação dos núcleos com a presença de incertezas no coeficiente de amortecimento do sistema, uma vez a enorme incerteza associada a sua estimativa. Para garantir convergência foram realizadas 1024 realizações com o método de Monte Carlo. Através do método da máxima entropia determinou-se que o coeficiente de amortecimento segue uma distribuição  $\Gamma$ , com média igual a 10 N.s/m e 10% de dispersão. Os valores determinísticos dos demais parâmetros utilizados foram:  $k_1 = 10^4$  N/m,  $k_3 = 10^9$  N/m<sup>3</sup> e  $m = 1$  kg. A Figura 1 mostra a dispersão dos núcleos determinados no domínio da frequência com 95% de confiança, sendo possível observar que a maior dispersão encontra-se na amplitude do pico, mostrando que essa região é mais influenciada pelas variações do coeficiente de amortecimento.

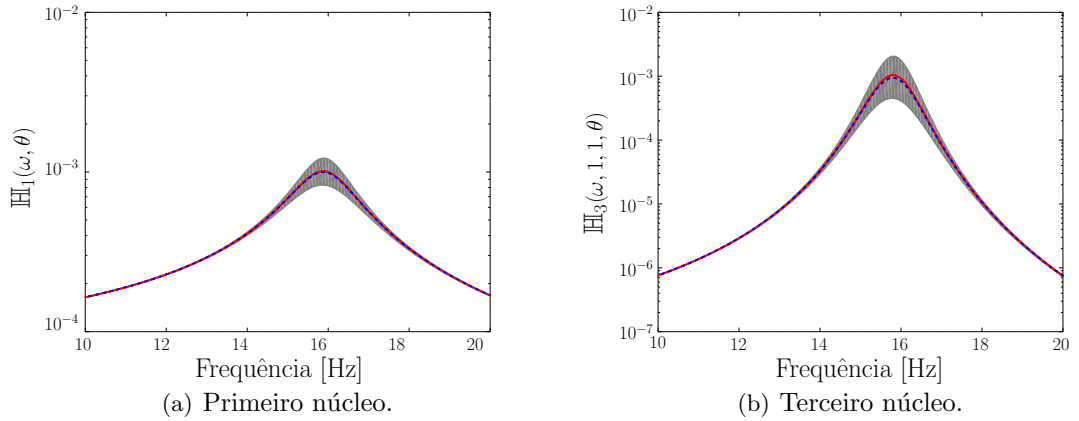


Figura 1: Limites com 95% de confiança para os núcleos de Volterra. A média é representada por - e o sinal determinístico por -.

### 3 Conclusões

Pode-se concluir que a presença de incertezas no coeficiente de amortecimento do oscilador de Duffing pode tornar os núcleos também incertos e consequentemente fazer com que a resposta do sistema varie muito.

### 4 Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o apoio financeiro da FAPESP, processo 12/09135-3.

### Referências

- [1] G. KERSCHEN, et al., Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 20, n. 3, p. 505 - 592, 2006. ISSN 0888-3270.
- [2] C. SOIZE, A comprehensive overview of a non-parametric probabilistic approach of model uncertainties for predictive models in structural dynamics. *Journal of sound and vibration*, Elsevier, v. 288, n. 3, p. 623 - 652, 2005.
- [3] K. WORDEN, G. R. TOMLINSON, *Nonlinearity in structural dynamics: detection, identification and modelling*. CRC Press, 2000.