



**HAL**  
open science

# Géométrie et espace chez Poincaré: aux sources du conventionnalisme

Manuel Bächtold

► **To cite this version:**

Manuel Bächtold. Géométrie et espace chez Poincaré: aux sources du conventionnalisme. 2013, pp.10-23. hal-01454798

**HAL Id: hal-01454798**

**<https://hal.science/hal-01454798>**

Submitted on 3 Feb 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

	<b>Géométrie et espace chez Poincaré :</b> <i>aux sources du conventionnalisme</i>	
--	---	---

<b>Disciplines scientifiques</b>	Epistémologie – Physique - Mathématiques
<b>Thème</b>	Les géométries (euclidienne et non euclidiennes), l'espace et le rapport entre théorie et expérience
<b>Description</b>	<p>Ce document est destiné aux enseignants de philosophie, de physique et de mathématiques. Il vise à expliciter et rendre accessible le point de vue de Poincaré, d'une part, sur l'origine de notre représentation commune de l'espace physique, et d'autre part, sur le rapport entre les géométries et l'expérience et la question de leur possible correspondance avec la structure de l'espace physique. Le conventionnalisme de Poincaré et les arguments qu'il avance apportent des éléments de réflexion particulièrement pertinents sur le thème « la raison et le réel » au programme de philosophie de Terminale. Le texte qui suit peut servir d'appui aux enseignants qui souhaitent mener des séances sur ce thème en prenant l'exemple des géométries non euclidiennes.</p> <p>À noter que ce texte est paru dans la revue <i>L'enseignement philosophique</i>, vol. 64, n°1, pp. 10-23</p>
<b>Mots-clés</b>	Poincaré Géométrie euclidienne Géométries non euclidiennes Espaces Théorie-expérience Conventionnalisme
<b>Auteur</b>	Manuel Bächtold

# Géométrie et espace chez Poincaré : aux sources du conventionnalisme

## 1. Introduction

Henri Poincaré (1854-1912) est connu pour ses travaux en mathématiques (en géométrie algébrique) et en physique (astronomie mathématique), mais également pour l'épistémologie originale qu'il a développée, le conventionnalisme. L'idée au cœur de cette épistémologie, défendue sous des formes et des appellations différentes par plusieurs de ses contemporains (notamment par Ernst Mach ou Pierre Duhem), est la suivante : certaines lois à la base des théories scientifiques ne sont en réalité que des conventions, c'est-à-dire relèvent de décisions collectives prises par les scientifiques qui, au regard de l'expérience, ont la liberté de choisir entre plusieurs lois rivales. Il s'agit, comme l'écrit Anne-Françoise Schmid<sup>1</sup>, d'une forme de « nominalisme qui porte sur les hypothèses et les lois plutôt que sur les concepts ». Poincaré en est venu à défendre cette épistémologie à partir de ses réflexions sur la géométrie (en particulier les géométries non-euclidiennes) et l'espace<sup>2</sup>. Il l'a ensuite étendue aux différents domaines des mathématiques et de la physique. Pour chaque domaine considéré, d'après lui, la part conventionnelle est variable. Le présent article se penche sur cette origine du conventionnalisme de Poincaré. Nous allons montrer que ses réflexions sur la géométrie et l'espace s'ancrent dans les débats de son époque, à la fin du XIXe. Plus précisément, selon nous, Poincaré se positionne par rapport à deux questions distinctes et discutées dans deux communautés différentes. La première fait débat chez les physiologistes, psychologues et philosophes de la connaissance : *D'où tirons-nous la représentation commune de l'espace physique ?* La seconde fait débat chez les mathématiciens et les physiciens : *Quelle est la géométrie qui décrit adéquatement la structure de l'espace physique*<sup>3</sup> ? Les réponses apportées par Poincaré à ces deux questions, nous le verrons, sont étroitement liées.

---

<sup>1</sup> Schmid, A.-F., « Conventionnalisme », in D. Lecourt (ed.), *Dictionnaire d'histoire et philosophie des sciences*, Presses Universitaires de France, Paris, 2003, p. 244.

<sup>2</sup> Pour autant, il convient de souligner, comme le fait Gerhard Heinzmann, que le conventionnalisme n'est pas une « conséquence philosophique des géométries non-euclidiennes », mentionnant les travaux de Jacobi qui a également développé un point de vue conventionnaliste à partir de réflexions dans le domaine de la physique (cf. Heinzmann, G., « Poincaré : philosophe et géomètre », *Images des mathématiques*, CNRS, 2010 (accessible sur internet à l'adresse <<http://images.math.cnrs.fr/Poincare-philosophe-et-geometre.html>>).

<sup>3</sup> Alain Michel a proposé une distinction similaire entre plusieurs questions étudiées par Poincaré relatives à l'espace et la géométrie : « Poincaré a traité trois grands types de problèmes, qui consistent à chercher l'explication de trois grands ordres de faits : l'applicabilité des différentes géométries, euclidienne et non euclidiennes, à notre espace ; les origines de nos idées fondamentales de l'espace et de la géométrie ; le statut de l'énoncé-croyance usuel que notre espace a trois dimensions » (Michel, A., « La réflexion de Poincaré sur l'espace, dans l'histoire de la géométrie », *Philosophiques*, 31 (1), p. 89). La distinction que nous proposons diffère quelque peu de celle d'Alain Michel : premièrement, nous supposons tacitement que la troisième question sur la tridimensionnalité de l'espace n'est qu'un aspect particulier de la question plus générale de l'origine de notre représentation commune de l'espace physique ; deuxièmement, nous pensons que la question de l'origine de nos « idées » de l'espace doit être distinguée de celle de l'origine de nos « idées » de la géométrie, bien que ces deux questions soient liées ; troisièmement, nous soulignons l'ancrage des deux questions distinguées dans le cadre de deux débats différents.

## 2. D'où tirons-nous la représentation commune de l'espace physique ?

Cette première question peut se formuler en des termes plus précis : D'où tirons-nous la représentation commune de l'espace physique<sup>4</sup>, à savoir celle d'un espace continu, infini, homogène (équivalence des points), isotrope (équivalence des directions), euclidien et à trois dimensions ?

À cette question, Kant avait un siècle auparavant, dans sa *Critique de la raison pure* (1781, 1787), apporté une réponse originale qui allait devenir une référence chez les philosophes : nous tirons notre représentation de l'espace de nous-mêmes, nous en avons une connaissance *a priori*, c'est-à-dire avant toute expérience. D'après le philosophe de Königsberg, l'espace est l'une des deux « formes de la sensibilité » (l'autre étant le temps). Autrement dit, il correspond à une structure *a priori* de notre appareil sensible qui rend possible la constitution des objets de la perception à partir du matériau que sont les sensations. Plus précisément, l'espace permet de nous représenter ces objets comme extérieurs à nous et comme distincts les uns des autres<sup>5</sup>.

À l'époque de Poincaré, et plus précisément dans les années 1880-1890, plusieurs penseurs d'inspiration empiriste prennent le contre-pied de Kant et soutiennent, sur la base d'observations en physiologie et en psychologie, que notre représentation de l'espace est tirée de l'expérience. Ernst Mach, dans *L'analyse des sensations* (1886), pense que l'espace est construit à partir de l'association, la mise en ordre de nos sensations. William James, dans *Les principes de psychologie* (1890), estime quant à lui que certaines de nos sensations sont intrinsèquement spatiales.

Poincaré, sans se référer explicitement à ces auteurs, se positionne néanmoins par rapport à eux, et plus exactement, contre eux. Dans son article « Des fondements de la géométrie » (1898)<sup>6</sup>, contre James qu'il ne mentionne pas, il écrit « les sensations par elles-mêmes n'ont aucun caractère spatial ». Son argumentation commence ainsi :

Cela est évident dans le cas de sensations isolées, des sensations visuelles par exemple. Que pourrait voir un homme qui ne posséderait qu'un œil unique et immobile ? Des images différentes se formeraient sur différents points de sa rétine ; mais serait-il amené à classer ces images comme nous classons nos sensations rétinienne<sup>7</sup> ?

Rien ne permet de l'affirmer selon lui. Un peu plus loin dans le même article, il se positionne contre Kant. Parlant de l'« espace sensible », l'espace associé à nos sensations, il soutient qu'il n'est pas une « forme de la sensibilité » :

Cette catégorie [de l'espace sensible] doit-elle être regardée comme une « forme de notre sensibilité » ? Non, si l'on entend par là que nos sensations, considérées individuellement, ne pourraient pas exister sans elle. Elle ne nous devient nécessaire que pour comparer nos sensations, pour raisonner sur nos sensations. Elle est donc plutôt une forme de notre entendement<sup>8</sup>.

---

<sup>4</sup> Par représentation « commune » de l'espace physique, nous entendons la représentation qui est mobilisée dans la plupart des activités humaines (hormis celles liées à l'application de certaines théories physiques telles que la relativité générale).

<sup>5</sup> Sur la conception kantienne de l'espace, voir par exemple : Chenet, F.-X., « Que sont donc l'espace et le temps ? Les hypothèses considérées par Kant et la lancinante objection de la 'troisième possibilité' », *Kant-Studien*, 84, 1993, 129-153 ; Dufour, E. et Servois, J., « Le statut de l'espace esthétique dans la philosophie kantienne », *Kant-Studien*, 96, 2005, 161-181 ; Bächtold, M., « L'espace dans ses dimensions transcendantale et pragmatiste », *Kant-Studien*, 102, 2011, 145-167.

<sup>6</sup> Poincaré, H., « On the foundations of geometry, *The Monist*, 9, 1898, 1-43. Traduction en français : Poincaré, H., « Des fondements de la géométrie », Etienne Chiron, Paris, 1921. Nous suivons ici la pagination de l'édition française.

<sup>7</sup> *Ibid.*, pp. 5-6.

<sup>8</sup> *Ibid.*, pp. 7-8.

Quelle est plus précisément le point de vue de Poincaré sur cette question ? Il développe celui-ci dans ce même article de 1898, ainsi que dans un article publié antérieurement en 1895, « L'espace et la géométrie »<sup>9</sup>. En accord avec Mach et James, Poincaré commence par souligner la différence entre l'« espace sensible » et l'« espace géométrique ». Dans l'article de 1898, il écrit :

L'espace sensible n'a rien de commun avec l'espace géométrique. Je crois que peu de personnes seront disposées à contester cette assertion. Il serait peut-être possible d'épurer la catégorie que j'ai considérée au début de cet article et de construire quelque chose qui ressemblât davantage à l'espace géométrique. Mais, quoi que nous fassions, l'espace ainsi construit ne serait jamais ni infini, ni homogène, ni isotrope ; il ne pourrait le devenir qu'en cessant d'être accessible à nos sens<sup>10</sup>.

Dans l'article de 1895, il distingue différentes formes d'espaces sensibles : les espaces visuel, tactile et moteur. La première différence avec l'espace géométrique est donc cette non-unicité initiale des espaces sensibles. De plus, l'espace visuel est constitué de deux dimensions associées aux stimulations de la rétine générant le plan et d'une dimension associée à des sensations musculaires générant la profondeur. Cet espace n'est donc pas isotrope, c'est-à-dire équivalent dans les trois directions, contrairement à l'espace géométrique. Quant à l'espace moteur, associé aux mouvements musculaires, il est initialement caractérisé par un nombre de dimensions supérieur à trois, et plus exactement, au nombre de muscles que l'on active :

Chaque muscle donne naissance à une sensation spéciale susceptible d'augmenter ou de diminuer, de sorte que l'ensemble de nos sensations musculaires dépendra d'autant de variables que nous avons de muscles. À ce point de vue, l'espace moteur aurait autant de dimensions que nous avons de muscles<sup>11</sup>.

Deux précisions conceptuelles et terminologiques s'imposent ici. Premièrement, dans l'article de 1895, Poincaré fait usage de l'expression « espace représentatif », laquelle peut être source de confusion. En effet, pour Poincaré, la *représentation* est à entendre au sens de *reproduction des sensations*, et non au sens plus commun de construction abstraite détachée des sensations. Cette expression est équivalente pour Poincaré à celle d'« espace sensible » employée dans l'article de 1898-1899, moins ambiguë et qui désigne plus exactement ce que Poincaré a en tête, à savoir l'espace associé aux sensations. Dans ce qui suit, nous retiendrons donc l'expression « espace sensible ».

Deuxièmement, lorsque Poincaré parle de « l'idée de l'espace géométrique »<sup>12</sup>, il désigne ce que nous appellerions plus volontiers « notre représentation commune de l'espace physique », c'est-à-dire la représentation de l'espace physique comme étant continu, infini, homogène, isotrope, euclidien et à trois dimensions. Cet espace physique (que Poincaré désigne simplement par l'expression « espace »<sup>13</sup>), nous nous en forgeons une idée (nous le représentons, dirions-nous) au moyen d'un « espace géométrique ». L'un des mérites de Poincaré est d'avoir opéré une distinction claire entre géométrie et espace, ou plus précisément, entre espace géométrique et espace physique : le premier est une construction humaine ayant vocation à représenter le second. Ainsi, l'espace géométrique de même que l'espace sensible (dont il se distingue à plusieurs égards comme nous venons de l'évoquer

---

<sup>9</sup> Poincaré, H., « L'espace et la géométrie », *Revue de métaphysique et de morale*, 3, 1895, 631-646. Cet article a été reproduit dans Poincaré, H., *La science et l'hypothèse*, Flammarion, Paris, 1968 [1902], chapitre 4.

<sup>10</sup> Poincaré, H., « Des fondements de la géométrie », *op. cit.*, p. 11.

<sup>11</sup> Cet article a été reproduit dans Poincaré, H., *La science et l'hypothèse*, *op. cit.*, pp. 80-81.

<sup>12</sup> Poincaré, H., *La science et l'hypothèse*, *op. cit.*, p. 82.

<sup>13</sup> Cf. par exemple : *ibid.*, p. 77. Poincaré n'emploie jamais l'expression « espace physique » (cf. Audureau, É., « Le conventionnalisme, conséquence de l'intuitionnisme », *Philosophiques*, 31 (1), 2004, p. 59 et Michel, A., « La réflexion de Poincaré sur l'espace, dans l'histoire de la géométrie », *op. cit.*, p. 97).

plus haut) peuvent être rangés du côté de la subjectivité, contrairement à l'espace physique. Comme l'écrit Luciano Boi, « Poincaré, Husserl et d'autres ont contribué à mettre en évidence *le fait essentiel que l'espace géométrique n'est réductible ni à l'espace physique ni à l'espace physiologique [ou espace sensible]* »<sup>14</sup>.

À l'instar de Mach, Poincaré s'intéresse à la manière dont nous construisons cet espace géométrique, qui est continu, infini, homogène, isotrope et à trois dimensions (c'est-à-dire notre représentation commune de l'espace physique), à partir de nos sensations. C'est dans la description qu'il offre de cette construction, qu'il développe, pour la première fois semble-t-il, une position conventionnaliste. Les différentes étapes de sa description peuvent être explicitées comme suit<sup>15</sup> :

- Nous faisons l'expérience de variations dans le flux de nos sensations.
- Nous attribuons certaines de ces variations à l'action d'objets extérieurs (c'est le cas lorsque ces variations ne s'accompagnent pas de sensations musculaires) et d'autres à l'action de notre propre corps (c'est le cas lorsque ces variations s'accompagnent de sensations musculaires).
- Parmi les variations dans nos sensations que nous attribuons à l'action d'objets extérieurs, il en est certaines qui peuvent être compensées ou corrigées par une action de notre propre corps. Nous interprétons ces variations en termes des « déplacements » d'objets extérieurs<sup>16</sup>. Plus précisément, nous interprétons ces variations en termes des déplacements d'objets *supposés être indéformables*. Cela signifie que les déplacements de ces objets sont supposés ne pas causer de changement de leur taille, de leur volume ou de leur forme. Poincaré nomme ces corps indéformables des « corps solides »<sup>17</sup>.
- Par une opération de notre intellect<sup>18</sup>, nous rassemblons l'ensemble de ces déplacements en les organisant suivant une structure de groupe (« l'ensemble des déplacements, écrit Poincaré, forme un groupe »<sup>19</sup>), où le terme « groupe » est à entendre au sens mathématique : les déplacements sont associatifs (l'association de deux déplacements équivaut à un troisième déplacement) ; pour chaque déplacement, il existe un déplacement inverse (un déplacement qui annule le premier) ; il existe un déplacement neutre (un déplacement nul).
- L'espace géométrique (tel que nous nous le représentons communément) n'est rien d'autre que ce groupe de déplacements auxquels nous assignons, en outre, un ensemble de propriétés<sup>20</sup>.

---

<sup>14</sup> Boi, L., *Le problème mathématique de l'espace, une quête de l'intelligible*, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1995, p. 391.

<sup>15</sup> Cf. Poincaré, H., *La science et l'hypothèse*, *op. cit.*, pp. 85-88 ; Poincaré, H., « Des fondements de la géométrie », *op. cit.* ; Poincaré, H., *La valeur de la science*, Flammarion, Paris, 1970 [1905], chapitre 3. Cf. aussi les commentateurs : Heinzmann, G., « Poincaré : philosophe et géomètre », *op. cit.* ; Michel, A., « La réflexion de Poincaré sur l'espace, dans l'histoire de la géométrie », *op. cit.*, pp. 97-99 ; Brenner, A., « Géométrie et genèse de l'espace selon Poincaré », *Philosophiques*, 31 (1), 2004, pp. 124-125.

<sup>16</sup> Un « déplacement » désigne, chez Poincaré, une classe d'équivalence de « changements de position », c'est-à-dire qu'il renvoie à l'ensemble des changements de position particuliers qui sont équivalents à certaines symétries près dans l'espace. À noter que les variations dans nos sensations que nous attribuons à l'action d'objets extérieurs et qui *ne peuvent pas* être compensées ou corrigées par une action de notre propre corps sont interprétées en termes de « changements d'état » de ces objets.

<sup>17</sup> Poincaré, H., *La science et l'hypothèse*, *op. cit.*, p. 85. La terminologie de Poincaré diffère ici quelque peu de celle de la physique actuelle, où un « corps solide » peut être supposé indéformable ou déformable.

<sup>18</sup> Alain Michel parle à ce propos d'« une application active de l'esprit » (Michel, A., « La réflexion de Poincaré sur l'espace, dans l'histoire de la géométrie », *op. cit.*, p. 99).

<sup>19</sup> Poincaré, H., « Des fondements de la géométrie », *op. cit.*, p. 17.

<sup>20</sup> L'idée selon laquelle la géométrie n'est rien d'autre que l'étude de groupes était partagée par plusieurs mathématiciens contemporains de Poincaré, notamment par Félix Klein et Sophus Lie. Sur les sources d'influence de Poincaré à ce sujet voir : Walter, S., « Henri Poincaré et l'espace-temps conventionnel », version

- Certaines de ces propriétés sont des conséquences nécessaires de l'existence de ce groupe : l'homogénéité<sup>21</sup> et l'isotropie.
- S'agissant des autres propriétés, nous les ajoutons de manière *conventionnelle* : la continuité, le caractère euclidien et le caractère tri-dimensionnel. L'assignation de ces propriétés est « conventionnelle » dans la mesure où elle résulte d'un choix opéré parmi plusieurs options acceptables au regard de l'expérience.

Le dernier point se trouve au cœur de l'épistémologie de Poincaré et mérite donc d'être précisé. Pour chacune de ces trois propriétés, Poincaré décline une argumentation particulière afin d'en montrer le caractère conventionnel<sup>22</sup>.

L'assignation du caractère continu résulte, selon lui, d'un « choix » parmi au moins deux interprétations possibles de nos sensations. Supposer que l'espace est continu revient à supposer qu'un déplacement est le résultat d'une infinité de déplacements infiniment petits. Pour un déplacement « suffisamment grand », nous pouvons le diviser en deux déplacements qui restent discernables par nos sens. Nous pouvons alors conjecturer soit qu'il est possible de poursuivre à l'infini cette division par deux d'un déplacement et ainsi aboutir à l'idée que l'espace est continu, soit que cette divisibilité ne se poursuit que jusqu'à un déplacement élémentaire, lui-même indivisible, de sorte que l'espace est conçu comme discontinu. Étant donnée notre incapacité à discerner deux déplacements au-delà d'une certaine échelle, en raison des limitations de nos instruments actuels, les deux options demeurent envisageables. Pourquoi avons-nous retenu la première alternative ? Sur la base d'un raisonnement « par induction » pense Poincaré, en l'occurrence une induction à partir du constat que la limite de l'indiscernabilité de deux déplacements a pour l'heure toujours pu être repoussée grâce à de nouveaux instruments. Or, l'induction, rappelons-le équivaut à une généralisation qui n'a rien de nécessaire.

Le caractère *tridimensionnel* de l'espace résulte lui aussi d'une interprétation contingente de nos sensations. Considérons par exemple nos sensations musculaires. Nous pourrions supposer que l'espace a autant de dimensions que nous avons de muscles. Si nous supposons qu'il n'a que trois dimensions, c'est parce que nous comparons nos sensations musculaires et les associations d'une certaine manière<sup>23</sup>. De même, nous pourrions supposer que l'espace a autant de dimensions que nous avons de fibres nerveuses optiques. Si nous supposons qu'il n'a que trois dimensions, c'est aussi parce que nous comparons nos sensations visuelles et les associations d'une certaine manière<sup>24</sup>.

S'agissant du caractère euclidien, l'argumentation de Poincaré s'appuie sur les développements mathématiques dans le domaine de la géométrie réalisés au XIXe siècle, avec l'avènement des géométries non-euclidiennes, et sur les débats que ces développements ont suscités. De ce fait, la réponse apportée par Poincaré à la question de l'origine de notre représentation commune de l'espace physique est indissociable de ses réflexions sur les géométries non-euclidiennes. L'argumentation en question sera détaillée dans la partie suivante.

Poincaré affirme ici en substance que l'ensemble des sensations que nous éprouvons dans la vie quotidienne et qui sont relatives aux supposés déplacements de corps solides indéformables *ne détermine pas* la structure du groupe, c'est-à-dire la structure de l'espace géométrique, laquelle correspond à une certaine manière d'organiser ces sensations. Les

---

corrigée d'un article publié dans les *Cahiers de philosophie de Caen* (45, 2008, 87-119) et disponible à l'adresse internet <<http://www.univ-nancy2.fr/DepPhilo/walter/papers/hpetc.pdf>>, pp. 3-5.

<sup>21</sup> D'après Poincaré, le caractère homogène de l'espace implique que ce dernier est sans limites, mais pas nécessairement infini (cf. *ibid.*, p. 21).

<sup>22</sup> Dans ce qui suit, nous reprenons l'exposé des idées de Poincaré que nous avons proposé dans : Bächtold, M., « L'espace dans ses dimensions transcendantale et pragmatiste », *op. cit.*, pp. 154-155.

<sup>23</sup> Cf. la citation donnée plus haut dans le corps du texte.

<sup>24</sup> Poincaré, H., « Des fondements de la géométrie », *op. cit.*, pp. 6-8.

sensations, ou en d'autres termes l'expérience, nous laissent la liberté de choisir cette structure.

Pour autant, cette liberté n'ouvre nullement la porte à l'« arbitraire »<sup>25</sup> souligne Poincaré : nous effectuons nos choix dans la détermination de la structure de l'espace géométrique sur la base d'un critère, celui de la « commodité ». Pour cerner l'option la plus commode, ajoute-t-il, l'expérience retrouve un rôle à jouer :

Notre choix ne nous est donc pas imposé par l'expérience. Il est simplement guidé par l'expérience. Mais il reste libre : nous choisissons cette géométrie-ci plutôt que celle-là, non parce qu'elle est plus vraie, mais parce qu'elle est plus commode<sup>26</sup>.

Dans certains passages des écrits de Poincaré, ce critère de commodité se réduit au critère de « simplicité » : « toutes choses égales d'ailleurs, le plus simple est le plus commode »<sup>27</sup>. Cela revient à dire que nous choisissons d'assigner à l'espace géométrique la structure qui permet de mettre en ordre le plus simplement possible nos sensations. Comme nous le verrons dans la partie suivante, Poincaré estime que ce critère de simplicité nous conduit à choisir la géométrie euclidienne, ou en d'autres termes, à assigner à l'espace géométrique une structure euclidienne.

Pour clarifier le rôle de l'expérience selon Poincaré, nous proposons de reformuler son point de vue en ces termes : (i) la représentation commune de l'espace physique (celle d'un espace continu, infini, homogène, isotrope, euclidien et à trois dimensions) n'est pas tirée de l'observation des objets et de leurs déplacements, mais correspond à une structure mathématique, parmi plusieurs possibles, que nous construisons pour organiser en pensée les déplacements des objets ; (ii) en confrontant nos diverses constructions mathématiques à l'expérience, nous identifions laquelle de ces constructions nous permet d'organiser le plus simplement possible ces déplacements d'objets ; (iii) le fait qu'une construction mathématique est identifiée comme celle permettant l'organisation la plus simple des déplacements d'objets n'implique par qu'elle soit vraie.

Poincaré résume ainsi sa conception des rapports entre l'expérience et nos représentations (ou lois que nous construisons) :

Les lois en question [celles du groupe des déplacements] ne nous sont pas imposées par la nature, mais sont imposées par nous à la nature. Mais si nous les imposons à la nature, c'est parce qu'elle nous permet de le faire. Si elle offrait trop de résistance, nous chercherions dans notre arsenal une autre forme qui serait pour elle plus acceptable<sup>28</sup>.

Ce passage n'est pas sans rappeler la célèbre formule de Kant : « l'entendement, loin de tirer ses lois (*a priori*) de la nature, les lui prescrit au contraire »<sup>29</sup>. Pour autant, Poincaré affirme dans plusieurs de ses écrits ses divergences par rapport à Kant sur la nature de l'espace. Nous y reviendrons plus loin.

Indiquons par ailleurs que la réponse apportée par Poincaré à cette question de la genèse de la représentation commune de l'espace a exercé une forte influence sur Jean Piaget au XXe siècle. Ce dernier, sur la base de nombreuses observations du développement cognitif des enfants, en est venu à développer et affiner les idées de Poincaré en soutenant que l'enfant construit et enrichit progressivement la structure de l'espace dans le but de coordonner ses actions, dont la complexité est croissante. Les travaux de Piaget ont permis de montrer que l'enfant se construit d'abord (lors de ses deux premières années) un « espace perceptif » ou

---

<sup>25</sup> Poincaré, H., *La science et l'hypothèse*, *op. cit.*, p. 24.

<sup>26</sup> Poincaré, H., « Des fondements de la géométrie », *op. cit.*, p. 63. Cf. aussi : Poincaré, H., *La science et l'hypothèse*, *op. cit.*, p. 94.

<sup>27</sup> Poincaré, H., « Des fondements de la géométrie », *op. cit.*, p. 64.

<sup>28</sup> *Ibid.*, p. 20.

<sup>29</sup> Kant, I., *Prolégomènes à toute métaphysique future qui pourra se présenter comme science* (tr. fr.), Vrin, Paris, 1993 [1783], p. 92 (§ 36).

« sensori-moteur » (pouvant être rapproché de l'« espace sensible » de Poincaré), puis un « espace représentatif » (pouvant être rapproché de l'« espace géométrique » de Poincaré) et que ces deux types d'espace sont dotés d'une structure mathématique qui s'enrichit progressivement suivant un développement similaire : d'abord topologiques (caractérisés par des rapports de voisinage, de séparation, d'ordre...), ils deviennent finalement euclidiens (avec une métrique)<sup>30</sup>.

### 3. Quelle est la géométrie qui décrit adéquatement la structure de l'espace physique ?

Nous avons annoncé dans l'introduction que Poincaré se positionne par rapport à deux questions débattues dans deux communautés différentes. La seconde question « Quelle est la géométrie qui décrit adéquatement la structure de l'espace physique ? » fait débat chez les mathématiciens et les physiciens.

Soulignons qu'avant l'avènement des géométries non-euclidiennes dans la première moitié du XIXe siècle, la question ne se posait pas. La réponse tacite était tout simplement la géométrie euclidienne, la seule disponible. Comme l'écrit Max Jammer : « À défaut d'une autre alternative, Newton et ceux qui l'ont immédiatement suivi pensaient naturellement que l'espace absolu était euclidien »<sup>31</sup>.

En revanche, la question s'est posée avec insistance à partir du moment où les mathématiciens ont établi qu'il existait plusieurs géométries possibles : non plus seulement la géométrie euclidienne, mais également les géométries « hyperbolique » (ou « de Lobatchevski ») et « elliptique » (ou « de Riemann »). Ces géométries sont toutes trois consistantes (c'est-à-dire cohérentes du point de vue logique) et mutuellement incompatibles (car se basant sur un 5<sup>e</sup> axiome différent).

Les mathématiciens qui se sont d'abord emparés de la question à la lumière des géométries non-euclidiennes ont pensé que la réponse pouvait être tranchée par l'expérience. Leur raisonnement est formulé par Lawrence Sklar en ces termes :

Si des alternatives au monde euclidien existe effectivement, alors comment pourrions-nous être certains, avant toute observation et toute expérience, que les hypothèses fondamentales de la théorie d'Euclide ne pourraient pas, en fait, être falsifiées par l'expérience<sup>32</sup> ?

Max Jammer exprime la même idée de la manière suivante :

Avec la découverte de la géométrie non euclidienne, il devint clair qu'il n'y avait pas de moyens a priori de décider à partir du versant logique et mathématique quel type de géométrie représente effectivement les relations spatiales entre les corps physiques. Il est donc naturel de faire appel à l'expérience pour déterminer si le problème de la vraie géométrie pouvait être résolu *a posteriori*<sup>33</sup>.

Ainsi Gauss tenta-t-il de déterminer si l'espace physique est euclidien ou non (« anti-euclidien » selon son expression) en mesurant à grande échelle la somme des angles d'un triangle, pour voir si le résultat correspond effectivement à 180° ou non, le triangle en question étant formé par les sommets de trois montagnes distantes d'une centaine de kilomètres chacune. Lobatchevski chercha lui aussi à déterminer si l'espace physique est

<sup>30</sup> Cf. notamment : Piaget, J., *La construction du réel chez l'enfant*, Delachaux & Nestlé, Lausanne, 1977 [1937], Chap. II ; Piaget, J. et Inhelder, B., *La représentation de l'espace chez l'enfant*, PUF, Paris, 1972 [1948].

<sup>31</sup> Jammer, M., *Concepts d'espace, une histoire des théories de l'espace en physique* (tr. fr.), Vrin, Paris, 2008 [1993], pp. 158-159.

<sup>32</sup> Sklar, L., *Space, time and spacetime*, University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London, 1976, p. 86 (notre traduction).

<sup>33</sup> Jammer, M., *Concepts d'espace, op. cit.*, p. 160.

euclidien ou non (hyperbolique), et ce, avec des mesures à plus grande échelle encore, à l'échelle astronomique, en mesurant la parallaxe d'une étoile. Mentionnons également Riemann, dont les idées anticipaient celles d'Einstein (sur la dépendance de la courbure de l'espace physique à l'égard de la distribution de la matière), et qui estimait possible de déterminer la structure de l'espace en mesurant sa courbure, supposant que cette dernière était une propriété intrinsèque de l'espace. Les résultats de ces différentes expériences ne mirent pas en défaut la géométrie d'Euclide<sup>34</sup>. Pour autant, ils n'apportèrent pas une confirmation définitive que cette géométrie décrit adéquatement l'espace physique. Comme Hermann von Helmholtz le remarqua en 1878, ces résultats ne sont concluants que dans les « limites de la précision acquise pour l'instant dans la mesure »<sup>35</sup>.

Cette évolution dans l'histoire des mathématiques semblait avoir sonné le glas de la conception kantienne de l'espace. Toutefois, dans les années 1870-1880, Helmholtz, apporta un regard plus nuancé. La conception kantienne de l'espace, selon lui, ne doit pas être rejetée en bloc. Avec Kant, on peut maintenir l'idée que nous avons une intuition *a priori* de l'espace, laquelle nous permet de mettre en forme le matériau de notre expérience sensible. Mais contre Kant, eu égard à l'existence de plusieurs géométries, on peut douter que la structure particulière de l'espace de notre intuition « concorde » avec celle de l'espace physique<sup>36</sup>. Quelle géométrie décrit adéquatement l'espace physique ? Cela ne peut être déterminé *a priori*, mais uniquement par l'expérience. Helmholtz forge à cette occasion la notion de *géométrie physique*, décrite comme une « science de la nature », notion qui inspirera par la suite les travaux d'Albert Einstein.

La conception d'Helmholtz fut à l'origine d'un courant néo-kantien rassemblant des philosophes soucieux de préserver l'approche transcendantale, mais en la révisant à la lumière des avancées scientifiques. L'un des points de culmination de ce courant est l'œuvre d'Ernst Cassirer, qui, dans un livre publié en 1921 et examinant les conséquences épistémologiques de la théorie de la relativité d'Einstein, proposa une conception de l'espace en termes d'*a priori* évolutif (car relatif aux théories physiques elles-mêmes en évolution), ou suivant son expression, en termes de « forme vivante et mouvante »<sup>37</sup>.

La conception d'Helmholtz, qui concilie l'apriorisme kantien avec une forme d'empirisme, influença également Poincaré. On retrouve ces deux ingrédients philosophiques dans l'approche conventionnaliste défendue par ce dernier sur la question du rapport entre les géométries et l'espace physique. Cependant, l'apriorisme de Poincaré s'écarte trop fortement de l'apriorisme kantien pour que l'on puisse dire qu'il en constitue une version révisée. En effet, selon lui, non seulement (et à l'instar de Helmholtz) la structure particulière de l'espace géométrique n'est pas déterminée *a priori* de manière univoque, mais en outre cet espace doit être considéré comme une forme de l'« entendement » et non de la sensibilité<sup>38</sup>. Par ailleurs, le conventionnalisme de Poincaré s'écarte fortement de l'empirisme classique dans la mesure où il retire à l'expérience le rôle de pouvoir nous faire connaître la structure de l'espace physique. Avec cette approche conventionnaliste, Poincaré apporte un éclairage puissant et original sur la question formulée plus haut : « Quelle est la géométrie qui décrit adéquatement la structure de l'espace physique ? ».

Présentons et discutons le raisonnement précis de Poincaré. Celui-ci est exposé de la façon la plus claire, nous semble-t-il, dans un passage de l'article de 1891 intitulé « Les géométries

---

<sup>34</sup> Jammer, M., *Concepts d'espace*, *op. cit.*, pp. 160-164.

<sup>35</sup> Helmholtz, H. von, « Les faits dans la perception » (tr. fr.), 1878, in A. Bienvenu, « Helmholtz, critique de la géométrie kantienne », *Revue de Métaphysique et de Morale*, 2002-3, 35, § 48.

<sup>36</sup> Helmholtz, H. von, « Les faits dans la perception » (tr. fr.), *op. cit.*, §§ 27-65.

<sup>37</sup> Cassirer, E., *La théorie de la relativité d'Einstein : éléments pour une théorie de la connaissance* (tr. fr.), Paris, Cerf, 2000 [1921], pp. 102-103.

<sup>38</sup> Cf. la citation donnée dans la partie 2 et tirée de : Poincaré, H., « Des fondements de la géométrie », *op. cit.*, pp. 7-8.

non euclidiennes »<sup>39</sup>. Poincaré commence par un argument contre la conception de Kant selon laquelle nous pouvons établir de manière *a priori* que l'espace physique est euclidien : si c'était le cas, affirme Poincaré, nous ne pourrions pas construire des géométries non-euclidiennes. Autrement dit, l'existence même de géométries non-euclidiennes invalide la conception de Kant :

[...] nous devons d'abord nous demander quelle est la nature des axiomes géométriques. Sont-ce des jugements synthétiques *a priori*, comme disait Kant ? Ils s'imposeraient alors à nous avec une telle force, que nous ne pourrions concevoir la proposition contraire, ni bâtir sur elle un édifice théorique. Il n'y aurait pas de géométrie non euclidienne<sup>40</sup>.

Poincaré considère alors la conception empiriste, antagoniste de celle de Kant et selon laquelle c'est l'expérience qui permet de déterminer quelle est la géométrie qui décrit adéquatement l'espace physique : « Devons-nous donc conclure que les axiomes de la géométrie sont des vérités expérimentales ? »<sup>41</sup>. Poincaré répond négativement. Dans son argumentation réside, selon nous, l'apport décisif de Poincaré. D'après lui, nous ne pouvons pas observer directement l'espace et ses propriétés. Nous ne pouvons observer que des corps matériels ou des phénomènes lumineux. Ce n'est que par l'intermédiaire de l'observation de ces corps matériels ou de ces phénomènes lumineux que nous pouvons obtenir des informations sur les propriétés de l'espace. Dans l'article de 1891, il écrit ainsi : « [...] on n'expérimente pas sur des droites ou des circonférences idéales ; on ne peut le faire que sur des objets matériels »<sup>42</sup>. Ailleurs, il réaffirme ce point en ces termes :

Les expériences ne nous font connaître que les rapports des corps entre eux ; aucune d'elles ne porte, ni ne peut porter, sur les rapports des corps avec l'espace, ou sur les rapports mutuels des diverses parties de l'espace<sup>43</sup>.

Dans ces deux citations, Poincaré ne parle pas explicitement de l'observation des phénomènes lumineux. Toutefois, dans l'un de ses exemples, il est bien question de propriétés spatiales dérivées à partir de l'observation de phénomènes lumineux, en l'occurrence à partir de l'observation d'« un pinceau de rayons lumineux » identifié comme un « objet concret »<sup>44</sup>.

Par conséquent, les conclusions que nous tirons sur les propriétés de l'espace impliquent le recours à des hypothèses à propos de ces corps matériels ou à propos de la lumière – lesquelles restent implicites chez Gauss, Lobatchevski, Riemann ou Helmholtz.

Reformulons en des termes différents l'idée de Poincaré. Une géométrie ne peut pas être confrontée seule aux données de l'expérience. Pour ce faire, il faut adjoindre à cette géométrie d'autres hypothèses sur le monde physique, sur les corps matériels et/ou sur la lumière. Ce qui est confronté aux données de l'expérience, c'est un ensemble d'hypothèses sur le monde physique, ce sont conjointement des hypothèses sur l'espace et des hypothèses sur les corps matériels ou sur la lumière. Formulée ainsi, l'idée de Poincaré apparaît comme une anticipation de la conception holiste du rapport entre théorie et expérience défendue d'abord par Pierre Duhem en 1906<sup>45</sup>, puis par Willard Van Orman Quine en 1951<sup>46</sup> – conception que l'on nomme communément « thèse de Duhem-Quine ».

---

<sup>39</sup> Poincaré, H., « Les géométries non euclidiennes », *Revue générale des sciences pures et appliquées*, t. 2, 1891, 769-774. Cet article a été reproduit dans Poincaré, H., *La science et l'hypothèse*, op. cit., chapitre 3. Le passage auquel nous faisons référence s'y trouve aux pages 74-76. Il est reproduit en annexe du présent article.

<sup>40</sup> *Ibid.*, p. 74.

<sup>41</sup> *Ibid.*, p. 75.

<sup>42</sup> *Idem.*

<sup>43</sup> Poincaré, H., *La science et l'hypothèse*, op. cit., p. 101.

<sup>44</sup> *Ibid.*, p. 96.

<sup>45</sup> Duhem, P., *La théorie physique : son objet, sa structure*, Paris, Vrin, 1989 [1906].

<sup>46</sup> Quine, W. V. O., « Les deux dogmes de l'empirisme » (tr. fr.), 1951, in P. Jacob (ed.), *De Vienne à Cambridge*, Paris, Gallimard, 1980.

Exprimons cette idée d'une autre manière encore, afin de mieux en comprendre le sens. *Etant données les hypothèses de la physique sur les corps matériels et la lumière*, l'expérience détermine univoquement la géométrie qui décrit adéquatement l'espace physique. Par exemple, *étant donnée l'hypothèse selon laquelle la lumière se meut en ligne droite*, les données de l'expérience disponibles avant 1900 indiquent provisoirement que l'espace physique possède une structure euclidienne. Autrement dit, nous pouvons seulement conclure que l'ensemble {hypothèse selon laquelle la lumière se meut en ligne droite + géométrie euclidienne} est en accord avec ces données d'expériences.

Selon Poincaré, rien n'interdit d'imaginer que, dans le futur, les résultats de nouvelles expériences nous donnent, par exemple, une valeur différente de  $180^\circ$  pour la somme des angles d'un triangle ou une valeur négative pour une parallaxe. Devrions-nous conclure que la géométrie euclidienne est réfutée ? Non, nous devrions en conclure uniquement que l'ensemble {théorie *actuelle* de la lumière selon laquelle celle-ci se meut en ligne droite + géométrie euclidienne} est réfuté. Il reste tout à fait envisageable que, moyennant une révision de la théorie de la lumière, nous puissions maintenir la géométrie euclidienne pour décrire la structure de l'espace physique, de sorte que l'ensemble {*nouvelle* théorie de la lumière selon laquelle celle-ci ne se meut pas en ligne droite + géométrie euclidienne} soit en accord avec les nouvelles données d'expériences. C'est ainsi que Poincaré écrit :

Mais ce qu'on appelle ligne droite en astronomie, c'est simplement la trajectoire du rayon lumineux. Si donc, par impossible, on venait à découvrir des parallaxes négatives, ou à démontrer que toutes les parallaxes sont supérieures à une certaine limite, on aurait le choix entre deux conclusions : nous pourrions renoncer à la géométrie euclidienne ou bien modifier les lois de l'optique et admettre que la lumière ne se propage pas rigoureusement en ligne droite<sup>47</sup>.

En d'autres termes, eu égard à un ensemble de données empiriques, plusieurs ensembles théoriques mutuellement incompatibles sont tenables, tandis que d'autres sont réfutés. Par exemple, pour rendre compte de l'observation contrefactuelle (imaginée par Poincaré) de parallaxes négatives, nous avons le choix entre deux ensembles théoriques tenables, à savoir :

- l'ensemble {théorie *actuelle* de la lumière selon laquelle celle-ci se meut en ligne droite + géométrie *non euclidienne*} et ;
- l'ensemble {*nouvelle* théorie de la lumière selon laquelle celle-ci ne se meut pas en ligne droite + géométrie *euclidienne*} ;

tandis que l'ensemble {théorie *actuelle* de la lumière selon laquelle celle-ci se meut en ligne droite + géométrie *euclidienne*} est réfuté.

En fin de compte, soutient Poincaré, le choix pour l'une ou l'autre des géométries est une affaire de convention. Une géométrie particulière n'est pas soit vraie soit fausse, ou soit en accord avec l'expérience ou en désaccord avec l'expérience : « [...] que doit-on penser de cette question : La géométrie euclidienne est-elle vraie ? Elle n'a aucun sens »<sup>48</sup>.

Cette conclusion peut également être tirée de l'analyse d'une expérience de pensée, devenue célèbre, proposée par Poincaré dans son article de 1895<sup>49</sup>. Il imagine un monde renfermé dans une sphère où la température diminue graduellement lorsqu'on s'éloigne du centre, pour atteindre le zéro absolu à la limite du monde, c'est-à-dire au niveau de la sphère. Il imagine, en outre, que tous les corps se dilatent de manière équivalente de sorte que la longueur de toute règle est proportionnelle à la température absolue. Ainsi, plus un corps est éloigné du centre, plus il devient petit. De même, plus une règle est éloignée du centre, plus elle devient petite. Par conséquent, un habitant de ce monde, qui mesurerait la longueur d'un

---

<sup>47</sup> Poincaré, H., *La science et l'hypothèse*, op. cit., pp. 94-95.

<sup>48</sup> *Ibid.*, p. 76.

<sup>49</sup> Poincaré, H., *La science et l'hypothèse*, op. cit., pp. 89-91.

objet avec une règle, trouverait toujours le même résultat lorsque l'objet est déplacé. S'il construit la géométrie comme un groupe de déplacements de corps solides qui ne se déforment pas lors d'un déplacement, il constaterait expérimentalement que les géodésiques sont courbes et serait conduit à décrire la structure de l'espace physique au moyen d'une géométrie non-euclidienne – en l'occurrence, au moyen de la géométrie de Lobatchevski.

L'interprétation de cette expérience de pensée n'est pas évidente. Dans le passage mentionné, Poincaré s'appuie sur elle pour soutenir que des habitants d'un tel monde, dont nous pouvons très bien imaginer l'existence, seraient habitués à une géométrie non-euclidienne, de même que nous le sommes à une géométrie euclidienne. Plus fondamentalement, selon nous, il laisse entendre implicitement que le choix de l'une ou l'autre géométrie n'est pas imposé, mais simplement suggéré par l'expérience (ou « guidé » par l'expérience, pour reprendre une expression qu'il emploie souvent dans d'autres passages). Dans notre monde, l'expérience suggère une géométrie euclidienne, tandis que dans l'autre monde imaginaire, l'expérience suggérerait une géométrie non-euclidienne. Mais dans les deux mondes, il reste possible d'opter pour une autre géométrie, au prix de la révision d'autres parties de nos théories physiques. Dans le monde imaginaire, les habitants pourraient opter pour la géométrie euclidienne en invoquant l'existence de champs de force causant le rétrécissement des volumes.

#### 4. Discussion

L'analyse menée ici permet de mettre en lumière l'existence d'un lien étroit entre les réponses apportées par Poincaré aux deux questions « D'où tirons-nous la représentation commune de l'espace physique ? » et « Quelle est la géométrie qui décrit adéquatement la structure de l'espace physique ? ». D'une part, ses deux réponses sont l'occasion pour lui de développer une et même position conventionnaliste cohérente. D'autre part, la mise en évidence du caractère conventionnel de la géométrie euclidienne *dans le domaine de la physique* constitue, pour lui, un argument de poids pour illustrer le caractère conventionnel de la structure euclidienne de notre représentation *commune* de l'espace physique.

Le conventionnalisme que Poincaré élabore à partir de l'étude des rapports entre la géométrie et l'espace n'est identifiable ni à une variante d'empirisme ni à une variante de néokantisme. Cependant, il possède à la fois un *aspect empiriste* et un *aspect aprioriste*. L'aspect empiriste intervient à deux niveaux. Premièrement, notre représentation commune de l'espace, selon Poincaré, a pour source les sensations. Deuxièmement, le choix de la géométrie qui décrit adéquatement l'espace physique est guidé par les résultats d'expériences. S'agissant de l'aspect aprioriste, il peut être décrit en ces termes : les scientifiques imposent aux phénomènes une structure géométrique particulière parmi les multiples structures possibles qu'ils ont forgées au moyen de leur entendement.

L'influence de Poincaré sur ses contemporains et les penseurs qui poursuivront après lui la réflexion sur les rapports entre la géométrie et l'espace est très grande. Il convient toutefois de mentionner au moins deux critiques pouvant lui être adressées. La première concerne le rôle de l'expérience. Poincaré soutient que, quelles que soient les données empiriques, nous pouvons toujours choisir la géométrie de notre choix pour décrire l'espace physique. Or, si effectivement il existe toujours, par principe, une liberté de choix entre plusieurs géométries possibles, l'ensemble des résultats d'expériences dont nous disposons aujourd'hui rend le choix de certaines géométries quelque peu artificiel. En particulier, il est vrai que la géométrie euclidienne peut en principe être maintenue malgré l'existence de résultats expérimentaux qui, de prime abord, nous poussent à l'abandonner. Considérons, par exemple, la mesure de la déviation de rayons lumineux par un champ gravitationnel. Cependant, ce maintien n'est possible qu'au prix de changements d'autres parties de la physique. Pour tenir compte de la déviation des rayons lumineux par un champ gravitationnel, il faudrait par exemple invoquer l'existence de nouveaux champs de force. Comme l'écrit Max Jammer, de tels champs de

forces n'ont pas été observés et font figure de « fiction »<sup>50</sup>. Dans la mesure où ces changements théoriques sont motivés, non par l'expérience, mais par une volonté de maintenir la géométrie euclidienne, ils peuvent être perçus comme étant artificiels. En d'autres termes, selon nous, l'expérience s'avère être plus contraignante ou suggestive que ne le soutient Poincaré.

La seconde critique porte sur l'application du critère de simplicité invoqué par Poincaré pour opérer le choix entre plusieurs ensembles théoriques. D'après lui, au regard de ce critère de simplicité, c'est la géométrie euclidienne qui est et sera probablement toujours retenue. Cette idée, d'après certains commentateurs tels que Lawrence Sklar, est considérée comme le « point le plus faible » de la conception de Poincaré<sup>51</sup>. La géométrie euclidienne peut éventuellement être considérée comme plus simple que les géométries non-euclidiennes – quoique ce point même est contesté par certains<sup>52</sup>. En revanche, l'ensemble {théorie *actuelle* de la lumière selon laquelle celle-ci se meut en ligne droite + géométrie riemannienne} peut être considéré comme plus simple que l'ensemble {*nouvelle* théorie de la lumière selon laquelle celle-ci ne se meut pas en ligne droite + géométrie euclidienne}. Ainsi, si l'expérience impose de choisir entre ces deux ensembles théoriques, le critère de simplicité devrait nous inciter à abandonner la géométrie euclidienne en faveur de la géométrie riemannienne. Certains commentateurs estiment que Poincaré échappe dans une certaine mesure à cette critique. Ainsi, Scott Walter écrit que « la commodité de la géométrie euclidienne n'est pas un dogme chez Poincaré, mais plutôt une expression de sa confiance dans la stabilité de la base empirique, et dans la puissance explicative des principes de la physique classique »<sup>53</sup>. Pour le moins, il peut être reproché à Poincaré de ne pas préciser clairement à quels éléments s'applique le critère de simplicité : à la partie mathématique des théories physiques ou aux théories physiques dans leur ensemble. Comme le souligne Anastasios Brenner, « il y a un flottement notoire dans l'appréciation de la simplicité, et il convient de définir plus précisément ce concept », ce que fera notamment Rudolf Carnap après Poincaré<sup>54</sup>.

---

<sup>50</sup> Jammer, M., *Concepts d'espace*, *op. cit.*, p. 178.

<sup>51</sup> Sklar, L., *Space, time and spacetime*, Berkeley, University of California Press, 1976, p. 93.

<sup>52</sup> Cf. Jammer, M., *Concepts d'espace*, *op. cit.*, p. 177, note 1.

<sup>53</sup> Walter, S., « Henri Poincaré et l'espace-temps conventionnel », *op. cit.*, p. 8.

<sup>54</sup> Brenner, A., « Géométrie et genèse de l'espace selon Poincaré », *op. cit.*, p. 126.

Extrait tiré de : « Les géométries non euclidiennes », *Revue générale des sciences pures et appliquées*, t. 2, 1891, pp. 769-774, réédité dans *La science et l'hypothèse*, chapitre 3, pp. 74-76.

DE LA NATURE DES AXIOMES. – La plupart des mathématiciens ne regardent la géométrie de Lobatchevsky que comme une simple curiosité logique ; quelques-uns d'entre eux sont allés plus loin cependant. Puisque plusieurs géométries sont possibles, est-il certain que ce soit la nôtre qui soit vraie ? L'expérience nous apprend sans doute que la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits ; mais c'est parce que nous n'opérons que sur des triangles trop petits ; la différence, d'après Lobatchevsky, est proportionnelle à la surface du triangle : ne pourra-t-elle devenir sensible quand nous opérerons sur des triangles plus grands ou quand nos mesures deviendront plus précises ? La géométrie euclidienne ne serait ainsi qu'une géométrie provisoire.

Pour discuter cette opinion, nous devons d'abord nous demander quelle est la nature des axiomes géométriques.

Sont-ce des jugements synthétiques *a priori*, comme disait Kant ?

Ils s'imposeraient alors à nous avec une telle force, que nous ne pourrions concevoir la proposition contraire, ni bâtir sur elle un édifice théorique. Il n'y aurait pas de géométrie non euclidienne.

Pour s'en convaincre, qu'on prenne un véritable jugement synthétique *a priori*, par exemple celui-ci, dont nous avons vu au chapitre premier le rôle prépondérant :

*Si un théorème est vrai pour le nombre 1, si on a démontré qu'il est vrai de  $n+1$ , pourvu qu'il le soit de  $n$ , il sera vrai de tous les nombres entiers positifs.*

Qu'on essaie ensuite de s'y soustraire et de fonder, en niant cette proposition, une fausse arithmétique analogue à la géométrie non euclidienne, – on n'y pourra pas parvenir ; on serait même tenté au premier abord de regarder ces jugements comme analytiques.

D'ailleurs, reprenons notre fiction des animaux sans épaisseur ; nous ne pouvons guère admettre que ces êtres, s'ils ont l'esprit fait comme nous, adopteraient la géométrie euclidienne qui serait contredite par toute leur expérience ?

Devons-nous donc conclure que les axiomes de la géométrie sont des vérités expérimentales ? Mais on n'expérimente pas sur des droites ou des circonférences idéales ; on ne peut le faire que sur des objets matériels. Sur quoi porteraient donc les expériences qui serviraient de fondement à la géométrie ? La réponse est facile.

Nous avons vu plus haut que l'on raisonne constamment comme si les figures géométriques se comportaient à la manière des solides. Ce que la géométrie emprunterait à l'expérience, ce seraient donc les propriétés de ces corps.

Les propriétés de la lumière et sa propagation rectiligne ont été aussi l'occasion d'où sont sorties quelques-unes des propositions de la géométrie, et en particulier celles de la géométrie projective, de sorte qu'à ce point de vue on serait tenté de dire que la géométrie métrique est l'étude des solides et que la géométrie projective est celle de la lumière.

Mais une difficulté subsiste, et elle est insurmontable. Si la géométrie était une science expérimentale, elle ne serait pas une science exacte elle serait soumise à une continuelle révision. Que dis-je ? elle serait dès aujourd'hui convaincue d'erreur puisque nous savons qu'il n'existe pas de solide rigoureusement invariable.

*Les axiomes géométriques ne sont donc ni des jugements esthétiques a priori ni des faits expérimentaux.*

Ce sont des *conventions* ; notre choix, parmi toutes les conventions possibles, est *guidé* par des faits expérimentaux ; mais il reste *libre* et n'est limité que par la nécessité d'éviter toute contradiction. C'est ainsi que les postulats peuvent rester *rigoureusement* vrai quand même les lois expérimentales qui ont déterminé leur adoption ne sont qu'approximatives.

En d'autres termes, *les axiomes de la géométrie* (je ne parle pas de ceux de l'arithmétique) *ne sont que des définitions déguisées.*

Dès lors, que doit-on penser de cette question : La géométrie euclidienne est-elle vraie ? Elle n'a aucun sens.

Autant demander si le système métrique est vrai et les anciennes mesures fausses ; si les coordonnées cartésiennes sont vraies et les coordonnées polaires fausses. Une géométrie ne peut pas être plus vraie qu'une autre ; elle peut seulement être plus commode.

Or la géométrie euclidienne est et restera la plus commode :

1° Parce qu'elle est la plus simple ; et elle n'est pas telle seulement par suite de nos habitudes d'esprit ou de je ne sais quelle intuition directe que nous aurions de l'espace euclidien ; elle est la plus simple en soi de même qu'un polynôme du premier degré est plus simple qu'un polynôme du second degré ; les formules de la trigonométrie sphérique sont plus compliquées que celles de la trigonométrie rectiligne, et elles paraîtraient encore telles à un analyste qui en ignorerait la signification géométrique.

2° Parce qu'elle s'accorde assez bien avec les propriétés des solides naturels, ces corps dont se rapprochent nos membres et notre œil et avec lesquels nous faisons nos instruments de mesure.