



**HAL**  
open science

## Le fonds du ciel nocturne (III)

Pierre Blanc

► **To cite this version:**

| Pierre Blanc. Le fonds du ciel nocturne (III). 2016. hal-01444788

**HAL Id: hal-01444788**

**<https://hal.science/hal-01444788>**

Preprint submitted on 24 Jan 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Le fond du ciel nocturne (III)

## *The background of night sky (part III)*

Pierre BLANC  
Internet : Pierre@Blanc38.fr

**Résumé** : Cet article fait suite aux deux précédents<sup>1,2</sup> proposant de résoudre le paradoxe de Chéseaux, à savoir l'obscurité du ciel nocturne, par des interférences entre les lumières émises par des étoiles non cohérentes entre elles et insuffisamment intenses pour être détectées par elles-mêmes. L'exposé ci-après comprend une étude plus précise du produit de variables aléatoires et montre comment la majeure partie des étoiles de l'Univers n'est pas détectée par nos instruments. Ces étoiles invisibles pourraient constituer la matière noire et expliquer l'anomalie des vitesses observée dans les galaxies.

**Mots-clés** : astrophysique, paradoxe de Chéseaux-Olbers, lumière incohérente, matière noire.

**Abstract** : This article follows two previous ones<sup>1,2</sup> having the same title, intending to resolve the Chéseaux paradox, related to the dark night sky, by interferences between the lights emitted by several stars, incoherent and subliminal, i.e. not luminous enough to be detected by themselves. We will develop here a more detailed study of products of random variables and show how the greatest part of Universe stars is not detected by our instruments. These invisible stars could constitute a dark matter and explain the discrepancy of velocities observed inside galaxies.

**Keywords** : astrophysics, Chéseaux-Olbers paradox, coherent light, dark matter.

---

Dans des articles précédents<sup>1,2</sup> on a attribué le défaut de luminosité du ciel nocturne à des interférences destructives entre le rayonnement de plusieurs étoiles. Une approche plus fine est présentée ici, reposant toujours sur l'addition vectorielle des vibrations lumineuses. Mais, d'une part, nous précisons cette notion avec le théorème de la limite centrale et, d'autre part, on verra qu'on ne doit pas étendre l'étude jusqu'à l'infini, le ciel étant, bien auparavant, masqué par les étoiles subliminales invisibles dans les conditions d'observation.

On redéfinit notre notion d'étoile subliminale : elle qualifie une étoile trop peu lumineuse pour être visible par elle-même. On appellera  $a_0$  le diamètre ou l'intensité de la plus faible étoile détectable. Cette valeur  $a_0$  dépend bien sûr de l'instrument d'observation. Il est admis jusqu'ici que la lumière de ces étoiles – en nombre infini – s'ajoutant les unes aux autres, on devrait les détecter et même observer un ciel totalement brillant. Or il n'en est rien. C'est ce qui constitue le paradoxe de Chéseaux (ou d'Olbers-Chéseaux) apparu dès le 17<sup>e</sup> siècle et que nous nous proposons de lever.

In two previous articles<sup>1,2</sup>, we imputed the lack of luminosity of the night sky to destructive interferences between the radiation of several stars. A slightly modified approach is submitted here, still based on vectorial addition of light waves. But, on one hand, we are going to precise this point using the central limit theorem and, on another hand, we will find that the computations should not be extended to infinity, the sky being hidden well before by the several subliminal stars not visible under the observing conditions.

We must redefine our concept of subliminal star : it refers to a star not enough luminous to be visible by itself. We will call  $a_0$  the diameter or the intensity of the lowest detectable star. Of course, this value depends on the observing instrument. It is generally accepted that the light emitted by these stars – their number being infinite – should add to each other and then we should detect them and observe a entirely bright sky. In fact, that is wrong. This is a problem known as the Chéseaux-Olbers paradox and arisen as soon as 17<sup>th</sup> century. We intend here to overcome this paradox.

---

1. Le fond du ciel nocturne, ScienceLib.fr, Astrophysique, vol 3, n° 110 502, mai 2011

2. Le fond du ciel nocturne (II), ScienceLib.fr, Astrophysique, vol 5, n° 130 210, fév. 2013

Le champ électrique  $E$  produit par une étoile ponctuelle et reçu par un détecteur peut s'exprimer sous cette forme

$$E = a \cos \alpha \cos(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

où  $\omega$  est la fréquence (angulaire),  $\varphi$  la phase et  $\alpha$  l'angle entre le champ émis par le milieu stellaire et une direction arbitraire perpendiculaire à celle d'observation. La fréquence  $\omega$  peut être regardée comme fixe, en tout cas au niveau de la détection. Les autres variables sont aléatoires. Pour l'instant, on groupera l'effet de l'amplitude  $a$  et celui de la polarisation  $\alpha$  en une même variable aléatoire  $a$ , positive ou négative.

Nous nous proposons de simuler les effets de composition des champs  $E$  de nombreuses étoiles par un ensemble de variables aléatoires comprises dans l'intervalle  $[-a_0; a_0]$  où  $a_0$  représente l'amplitude lumineuse de l'étoile subliminale ou, ce qui revient au même, la sensibilité du détecteur. Pour simplifier, on utilisera l'intervalle  $[-1; 1]$ , en se souvenant que l'amplitude 1 correspond à  $a_0$ .

Nous utiliserons soit des tables de nombres aléatoires publiés par l'université de Genève et produits par un procédé optique, soit des nombres fournis par une fonction informatique *rand* (nous n'avons d'ailleurs pas observé de différence significative entre ces deux procédés, bien que l'emploi de la fonction *rand*, trop déterministe, soit sujet à critiques). Les nombres aléatoires fournis sont compris entre 0 et un grand nombre  $M$ ; on les divise par  $M/2$  et on leur soustrait 1. Tel sera le tableau qui simulera le rayonnement aléatoire des étoiles subliminales.

### Le facteur amplitude

Avec ces conventions, les amplitudes se répartissent comme le montre le nuage de la figure 1; leur fonction de distribution est une constante positive sur l'intervalle  $[-1; 1]$  et nulle au-dehors. Dans notre simulation (fig. 2), la trop faible quantité de nombres utilisés introduit une fluctuation autour de la constante. Il est bien connu que la moyenne est alors 0 et la variance  $\sigma_1^2 = \frac{1}{3}$ .

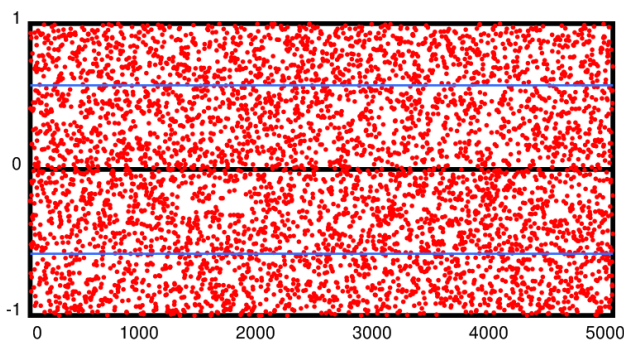


Fig. 1. Statistique pour une distribution uniforme. Statistics for an uniform distribution.

We can write the electric field  $E$  produced by a punctual star and received by a detector in this form

$$E = a \cos \alpha \cos(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

where  $\omega$  is the (angular) frequency,  $\varphi$  the phase and  $\alpha$  the angle between the field produced by the star and an arbitrary direction perpendicular to that of observation. The frequency  $\omega$  can be considered as fixed, at least in the detection stage. The other variables are of random type. For the moment, we will group the effects of the amplitude  $a$  and the polarisation  $\alpha$  under a unique random variable  $a$ , positive or negative.

We propose to simulate the composition effects of  $E$  fields from numerous stars by a set of random variables included in the  $[-a_0; a_0]$  interval in which  $a_0$  represents the light amplitude of a subliminal star, or, in other words, the detector sensitivity. In order to simplify, we will use the  $[-1; 1]$  interval, remembering that the amplitude 1 means  $a_0$ .

We will be using sets of random numbers edited by the Geneva University and obtained by an optical process as well as the numbers produced by the *rand* function of programming languages (we did not observe any difference between the two sets, although the various *rand* functions are criticized since a part of determinism remains in their process). The original random numbers are in the range from 0 up to a large number  $M$ . Dividing each by  $M/2$  and subtracting 1, we obtain the working interval  $[-1; 1]$  which will simulate the radiations of a set of numerous subliminal stars.

### The amplitude factor

With these conventions, the amplitudes are dispersed as shown by the cloud in fig. 1. Their distribution function is zero outside the  $[-1; 1]$  interval and tends towards a constant inside it. In our simulation (fig.2), the number of stars (5000) is too low to observe an authentic constant which is affected by a classical fluctuation. As well known, then the mean is 0 and the variance  $\sigma_1^2 = \frac{1}{3}$ .

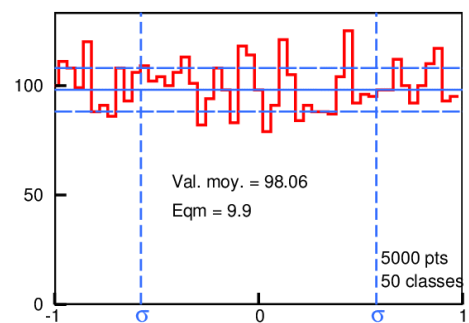


Fig. 2. Densité de probabilité  $\mathbb{F}$ . Probability density function  $\mathbb{F}$ .

### Le facteur phase

Le second facteur dans l'équation (1),  $\cos \varphi$ , est également aléatoire ; mais c'est l'angle  $\varphi$  qui est distribué de manière uniforme. Quant au facteur  $\cos \varphi$ , il est distribué selon la loi de probabilité

$$\mathbb{P}(x) = 1/(\pi \sqrt{1-x^2}) \quad (2)$$

(voir par exemple réf.2, p. 7) dont l'intégrale est bien égale à 1 et dont la variance  $\sigma_2^2$  est telle que :

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{2\pi} [\text{Arcsin } x]_{-1}^1 = \frac{1}{2} \quad (3)$$

Dans la figure 4, l'histogramme tiré de la simulation s'adapte bien à la valeur théorique de  $\mathbb{P}(x)$ .

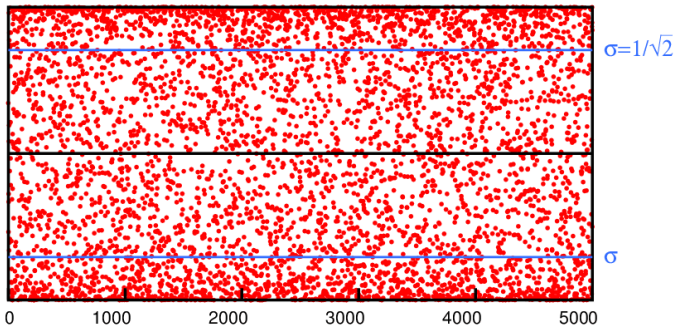


Fig. 3. Statistique avec le terme de phase.  
Statistics with the phase factor.

### The phase factor

The second factor in equation (1),  $\cos \varphi$ , is also of random nature ; but it is the angle  $\varphi$  which is uniformly distributed. As to the  $\cos \varphi$  term, it is distributed according the probability law

(see for instance Ref. 2, p. 7) the integral of  $\mathbb{P}(x)$  equals 1 and its variance  $\sigma_2^2$  is given by :

In figure 4, the histogram issued from simulation fits well with the theoretical value of  $\mathbb{P}(x)$ .

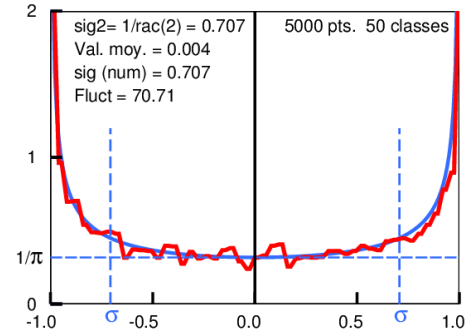


Fig. 4. Densité de probabilité  $\mathbb{P}$  de  $\cos \varphi$ .  
Probability density  $\mathbb{P}$  of  $\cos \varphi$ .

### Le champ électrique

Le champ électrique  $E$  est le produit au minimum de deux variables aléatoires. Nous avons remarqué plus haut que la variable amplitude pouvait être elle-même générée par composition de deux variables aléatoires, mais nous n'en tiendrons pas compte pour l'instant et nous limiterons ici aux variables  $a$  et  $\varphi$ , amplitude et phase.

Une image de la distribution  $\mathbb{H}$  de  $E$  dans l'espace réel, tenant compte de ces 2 facteurs aléatoires, est donnée dans la figure 5 et son histogramme dans la figure 6 (courbe rouge en marches d'escalier).

### The electric field

The electric field  $E$  is the product of two factors at least. We noticed before that the variable of amplitude could be itself generated by composition between two distinct random variables, but we do not take that into account at the moment and we are going to limit the discussion to the variables amplitude and phase.

The figure 5 shows a representation by a cloud of the distribution  $\mathbb{H}$  of  $E$  in the real space, taking into account the two random factors. Its histogram is given in fig. 6 (red staircase lines).

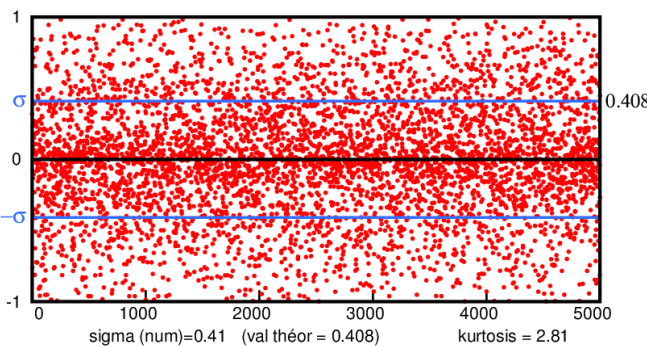


Fig. 5. Statistique du champ  $E$   
Statistics of the distribution of  $E$  field.

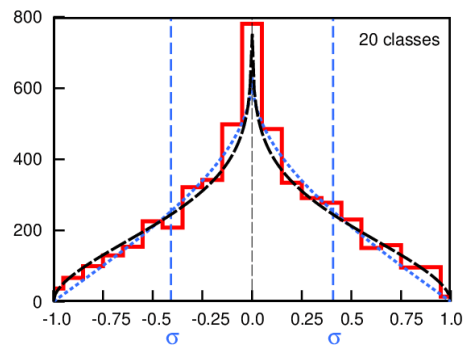


Fig. 6. Densité de probabilité  $\mathbb{H}$  de  $E$ .  
Probability density  $\mathbb{H}$  of  $E$ .

La densité de probabilité  $\mathbb{H}(u)$  du champ s'obtient à partir du produit entre la densité du terme de phase  $\mathbb{P}$  *modifié* et la densité des amplitudes  $\mathbb{F}$ , égale à 1 dans l'intervalle  $[-1; 1]$  et nulle en dehors. Il vient :

$$\mathbb{H}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbb{F}(x) \frac{1}{|x|} \mathbb{P}\left(\frac{u}{x}\right) dx = \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - u^2}} \quad (4)$$

Nous n'avons pas trouvé de solution analytique pour la densité  $\mathbb{H}$ . Elle est cependant proche d'une fonction  $\text{Arcsin}(x)$  qui est l'intégrale de  $\mathbb{P}(u)$  (courbe en pointillé bleu, figure 6). On peut également chercher une approximation en  $-\text{Log}(x)$  puisque cette fonction représenterait  $\mathbb{H}$  si  $\mathbb{P}(x)$  était de la même forme que  $\mathbb{F}(x)$  (variable aléatoire uniforme). Cependant, cette fonction analytique présentant trop de *piqué* (*kurtosis*), on améliore son ajustement en l'affectant d'un exposant de l'ordre de  $\frac{1}{2}$  (courbe en tirets noirs).

De toutes façons, il nous est inutile de connaître l'expression analytique de  $\mathbb{H}$  pour poursuivre cette étude. Il suffira de connaître sa moyenne  $\mu_0$  et sa variance  $\sigma_0^2$  qui se calculent à partir des variances  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  des fonctions de probabilités composantes  $\mathbb{F}$  et  $\mathbb{P}$  et de leurs moyennes  $\mu_1, \mu_2$ .

$$\mu_0 = \mu_1 \cdot \mu_2$$

c'est-à-dire :

$$\mu_0 = 0$$

The probability density  $\mathbb{H}(u)$  of field  $E$  is given by a *modified* product between the density of the phase factor  $\mathbb{P}$  and the amplitudes density  $\mathbb{F}$  equal to 1 in the  $[-1; 1]$  interval and null outside. We can write :

We have not be able to find an analytic solution for the density  $\mathbb{H}$ . However, its histogram is close to an  $\text{Arcsin}$  shape (dotted blue line in the figure 6) which is the integral of  $\mathbb{P}(x)$ . Also we may attempt an approximation based on  $-\text{Ln}(x)$ , since this function would be the exact solution of equation (4) if  $\mathbb{P}$  had the same behaviour than  $\mathbb{F}$  (uniform random variable). However, since this density function  $\mathbb{H}$  shows a too large *kurtosis*, we improve its match by raising it to a power of about  $\frac{1}{2}$  (dashed black curve).

Anyway, we do not need the exact analytic expression of  $\mathbb{H}$  for our purpose. It is enough to know its mean  $\mu_0$  and its variance  $\sigma_0^2$  depending from the variances  $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  of the component probability functions  $\mathbb{F}$  et  $\mathbb{P}$  et from their means  $\mu_1, \mu_2$ .

$$\sigma_0^2 = \sigma_1^2 \sigma_2^2 + \sigma_1^2 \mu_1^2 + \sigma_2^2 \mu_2^2$$

$$\sigma_0^2 = \sigma_1^2 \sigma_2^2 = 1/6 \quad (5)$$

C'est à peu de chose près ce qu'on calcule numériquement comme variance des nombres aléatoires de la figure 5.

It is approximatively the same value than that obtained as the variance of the random numbers in figure 5.

### Cas de plusieurs étoiles.

On s'intéresse maintenant à  $n$  étoiles *subliminales* vues dans la même tache de résolution ; on a affaire à  $n$  champs  $E$  aléatoires, indépendants, définis sur le même intervalle, de même moyenne  $\mu = 0$  et même variance  $\sigma_0^2$ . Selon le *théorème de la limite centrale*, la somme de ces champs  $E_i$  converge vers un champ  $E_n$  obéissant à la loi de distribution normale de même moyenne et de variance

$$\sigma_n^2 = n\sigma_0^2 \quad (6)$$

Pour un petit nombre d'étoiles, on se bornera aux simulations numériques. On additionne  $n$  fois des champs  $E_0$ , obéissant à la loi de probabilité  $\mathbb{H}$ . Ces nombres sont prélevés dans les tables d'aléatoires de l'université de Genève, après normalisation à l'intervalle  $[-1;1]$ , avec, entre chaque champ, un décalage aléatoire donné par la fonction *rand*, ceci pour éviter un risque de corrélation.

### Case of several stars

We now consider the case of  $n$  *subliminal* stars seen into the same resolution spot ; we are dealing with  $n$  random fields  $E$ , independent, defined on the same interval with the same mean  $\mu = 0$  and the same variance  $\sigma_0^2$ . According to the *central limit theorem*, the sum of these fields converges towards a field  $E_n$  following a Gaussian law with the same mean and a variance given by

With a small number of stars, we will limit ourselves to digital simulations. We will add  $n$  fields  $E_0$  obeying the probability law  $\mathbb{H}$ . The numbers are extracted from the random tables published by the Geneva University, after normalization to the  $[-1;1]$  interval. Between every field, we apply a shift given by a *rand* function, in order to avoid possible correlations.

Selon le *théorème de la limite centrale*, la fonction vers laquelle tend la densité  $\mathbb{H}_n$  est :

$$\mathbb{K}_n(x) = \frac{1}{\sigma_n \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}\right) \quad \text{with } \sigma_n^2 = n\sigma_0^2 \quad (7)$$

Avec une sommation sur 4 étoiles, on constate le resserrement du nuage de points (fig. 7). Son histogramme en escalier est donné dans la figure 8. Il peut s'appuyer sur une courbe en cloche dont la demi-largeur  $\sigma_4$  à hauteur  $y_\sigma = y_0/\sqrt{e} = 0.607 y_0$  est 0,79, ce qui est proche du résultat de l'addition quadratique théorique des variances donnant  $\sigma_4^2 = 4\sigma_0^2 = (0.816)^2$  selon les relations (5) et (6).

According to the *central limit theorem*, the density function  $\mathbb{H}_n$  tends to the function

Summing the fields of 4 stars, we can see a constriction in the cloud (fig. 7). Its staircase histogram is shown in fig. 8 and can fit with a Gaussian curve constructed with a half-width  $\sigma_4$  at the height  $y_\sigma = y_0/\sqrt{e} = 0.607 y_0$  equal to 0.79, value close to the result of the theoretical quadratic addition of the variances giving  $\sigma_4^2 = 4\sigma_0^2 = (0.816)^2$  according to the relations (5) and (6).

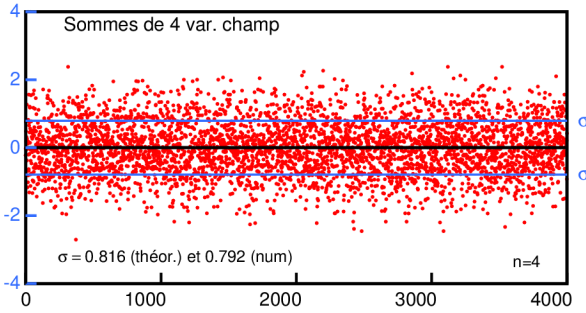


Fig. 7. Distribution du champ  $E_4$  (4 étoiles)  
Distribution of field  $E_4$  (4 stars).

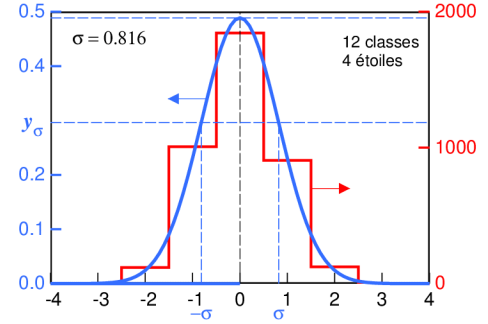


Fig. 8 Densité de probabilité  $\mathbb{K}_4$  de  $E_4$ .  
Probability density function  $\mathbb{K}_4$  of  $E_4$ .

Avec une sommation sur 16 étoiles, on constate un resserrement 2 fois plus fort en valeur relative (fig. 9). L'histogramme en escalier est donné dans la figure 10. Il est proche d'une courbe en cloche dont la demi-largeur  $\sigma_{16}$  à la hauteur  $1/\sqrt{e}$  ( $0.607 y_0$ ) est 1.604, ce qui est voisin du résultat de l'addition théorique des variances  $\sigma_{16}^2 = 16\sigma_0^2 = (1,633)^2$ .

A summation with 16 stars induces a pinch 2 times more significant in relative value (figure 9). The staircase histogram can be seen figure 10. It is close to a Gaussian curve whose the half-width  $\sigma_{16}$  at the height  $1/\sqrt{e}$  ( $0.607 y_0$ ) is 1.604, that is close to the result of the theoretical addition of the variances  $\sigma_{16}^2 = 16\sigma_0^2 = (1.633)^2$ .

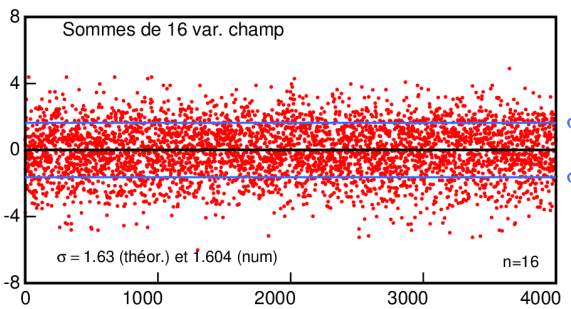


Fig. 9. Statistique de  $E$  avec 16 étoiles.  
Statistics distribution of  $E$  with 16 stars.

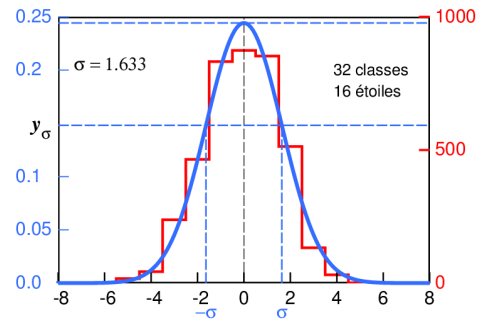


Fig. 10. Densité de probabilité  $\mathbb{K}_{16}$ .  
Probability density  $\mathbb{K}_{16}$  of  $E$ .

## Lumière émergente

Rappelons que la valeur 1 en abscisse représente l'amplitude  $a_0$  de l'onde émise par une étoile unique de luminosité juste suffisante pour être détectée. Pour connaître la quantité de lumière  $Q$  émergeant d'un groupe de  $n$  étoiles situées géométriquement dans le même cône de résolution, on somme le carré de  $E$  pondéré par sa densité de probabilité  $\mathbb{K}_n$  hors de l'intervalle  $[-1; 1]$ , d'où :

## Light remaining

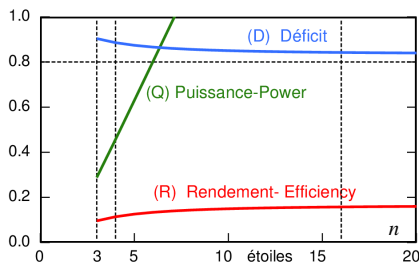
Let us not forget that the abscissa value 1 represents the amplitude of the wave emitted by a single star with a luminosity just sufficient to be detected. In order to obtain the light amount  $Q$  remaining of a  $n$  stars geometrically included inside the same detection cone and interfering between them, we must integrate the square of  $E$  weighted by the value of  $\mathbb{K}_n$  outside the interval  $[-1; 1]$ .

$$Q(n) = \frac{1}{\sigma_n} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_1^\infty E^2 \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma_n^2}\right) dx \quad (8)$$

Cette quantité  $Q$ , calculée numériquement avec  $\sigma_n^2 = n\sigma_0^2$  et  $E = x$  (en réalité  $a_0x$ ) se traduit par la courbe  $Q$  dans la figure 11 ci-dessous. Elle donne la puissance lumineuse totale émise, après interférences, par  $n$  étoiles ( $n > 2$ ) vues dans la même tache de résolution.

La courbe  $R$ , égale à  $Q/n$ , donne le *rendement lumineux* dans le groupe des  $n$  étoiles. La courbe notée  $D = 1 - R$  (courbe supérieure) donne en quelque sorte le *déficit relatif* de ce groupe, rapport à  $n\sigma_0^2$  de la puissance émise,  $n\sigma_0^2$  étant la puissance qu'on recevrait de ces  $n$  étoiles si elles n'interféraient pas entre elles. Les sommations numériques dans les simulations ci-dessus donnent respectivement  $R = 10\%$  pour 4 étoiles et  $R = 15\%$  pour 16 étoiles (figures 8 et 10 respectivement).

La courbe  $Q$  montre, de plus, qu'il faut environ 7 étoiles pour atteindre un seuil de détection quasi certain. Le rendement lumineux moyen par étoile est d'à peine 20% et le déficit un peu supérieur à 80%.



This quantity  $Q$ , numerically computed with  $\sigma_n^2 = n\sigma_0^2$  and  $E = a_0x$ , evolves as shown in figure 11. This curve gives the total light power emitted, after interferences, by  $n$  stars clustered inside the same resolution spot.

The graph  $R$ , equal to  $Q/n$ , gives the relative *light ratio* in this cluster of  $n$  stars. The upper curve, noted  $D$  and equal to  $1 - R$ , gives to some extent the *relative deficit* of this group, ratio between the real emitted power and  $n\sigma_0^2$ , power received from these stars if they should not interfere with each other. Digital summations in our previous simulations yield the following results :  $R = 10\%$  with 4 stars and  $R = 15\%$  with 16 stars (figures 8 and 10 respectively).

Moreover, the graph  $Q$  shows that about 7 stars are necessary to reach the almost certain detection threshold. The mean light efficiency per star is barely 20% and the deficit somewhat more than 80%.

Fig. 11. En fonction du nombre d'étoiles  $n$  : puissance lumineuse résiduelle  $Q$ , coefficient de luminosité  $R$  par étoile et coefficient de déficit  $D$ .

Fig. 11. As a function of  $n$ , number of stars : residual light power  $Q$ , light efficiency  $R$  per star and deficit coefficient  $D$ .

La quasi constance des rapports  $R$  et  $D$  et la linéarité de  $Q$  peuvent paraître surprenantes. Mais on les comprendra à l'aide de la figure 12. La quantité  $Q$ , si elle résultait d'une intégration allant de 0 à l'infini serait égale à la demi-variance de l'expression  $\exp(-x^2/2\sigma_n^2)$ , c'est-à-dire à  $\frac{1}{2}n\sigma_0^2$ . Or la *partie manquante*, l'intégrale de la même fonction de 0 à 1, non seulement est de faible valeur, mais, comme le montre la figure 12, varie peu avec  $n$ . D'où la quasi linéarité de  $Q$ .

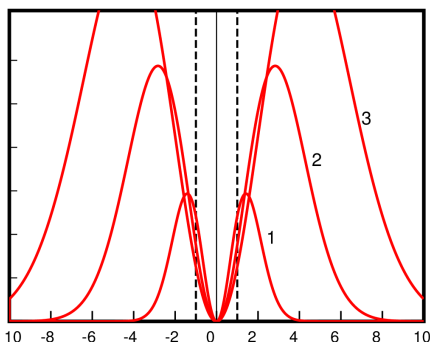
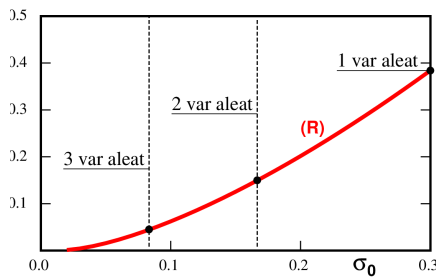


Fig. 12. Tracé pour les valeurs  $n = 1, 2, 3$  de  $\sigma_n$ , de la relation  $x^2 \exp(-x^2/2n\sigma_0^2)$  en fonction de  $x$ . L'intégrale de ces courbes est égale à la variance de  $\exp(-x^2/2n\sigma_0^2)$ . On y remarque le peu d'importance de la partie située dans l'intervalle  $[-1; 1]$  et sa faible variation selon  $n$ .

Fig 12. Plot of the relation  $x^2 \exp(-x^2/2n\sigma_0^2)$  versus  $x$  according the values  $n = 1, 2, 3$  for  $\sigma_n$ . The integral of these plots is equal to the variance of  $\exp(-x^2/2n\sigma_0^2)$ . Notice the low weight of the part inside  $[-1; 1]$  interval and its small variation versus  $n$ .

### Variation avec $\sigma_0$

Dans la tache observée, les étoiles ne sont pas toutes de même *taille*, mais peuvent être de taille inférieure. Cela revient à introduire une nouvelle variable aléatoire en plus des deux premières. On peut tenter d'étudier, dans la relation (8), la variation de la luminosité, ou celle du rendement  $R$ , avec la variance  $\sigma_0^2$  de la distribution des champs électromagnétiques. On obtient pour  $R$  la courbe tracée ci-dessous. On y a repéré les abscisses  $\sigma_0 = \sqrt{1/12}$ ,  $\sqrt{1/6}$  et  $\sqrt{1/3}$ , qui correspondent à l'intervention de 1, 2 ou 3 variables statistiques. Le comportement reste le même, mais avec des valeurs finales sensiblement modifiées.



### Le ciel noir

Nos instruments d'optique ont une sensibilité finie et une résolution limitée qui traduit l'image d'un point par une tache. On peut dire qu'un point du ciel reste obscur si, à travers le système optique :

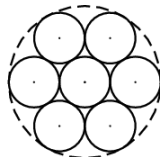
- sa tache n'englobe aucune étoile de puissance supérieure au seuil de visibilité du système,
- et n'englobe pas un nombre d'étoiles subluminaires suffisant pour dépasser ce seuil.

Ce nombre dit *suffisant* est élevé et rarement atteint, puisqu'il faudrait que soit juxtaposées dans la tache examinée au moins 7 étoiles subluminaires ou beaucoup plus de *taille* inférieure.

On pourrait penser, en regardant la courbe  $Q$  de la figure 11 que le point observé deviendrait toujours visible par addition des contributions d'étoiles, même peu lumineuses, mais en nombre infini.

Ceci n'est pas possible. La sommation ne peut être étendue à l'infini parce que les premières étoiles subluminaires (les plus proches), même non visibles, cachent les étoiles situées au-delà. La figure 14 rappelle grossièrement cet effet, avec 7 étoiles de diamètre  $a_0/3$ , régulièrement réparties, cachant le reste du ciel.

Fig. 14. Schéma grossier montrant le masquage des étoiles lointaines par les 7 plus proches de diamètre  $a_0/3$ .



### Variation with $\sigma_0$

However, in the observed spot, the stars have not the same size, but they can be smaller than  $a_0$ . Then, we could introduce a new random variable, in addition to the two first ones. The relation (8), giving the residual luminosity, as well as the efficiency  $R$ , can be studied with different variances  $\sigma_0^2$  for the distribution of the electromagnetic fields. Then we obtain for  $R$  the curve in figure 13, in which we have pointed the abscissa  $\sigma_0 = \sqrt{1/12}$ ,  $\sqrt{1/6}$  and  $\sqrt{1/3}$  corresponding to 1, 2 or 3 random variables. The overall behaviour is the same, but the final values are significantly modified.

Fig. 13. Variation du rendement  $R$  en fonction de l'écart quadratique moyen  $\sigma_0$ , donc du nombre de variables aléatoires.

Fig 13. Variation of the efficiency  $R$  as a function of the standard deviation  $\sigma_0$ , therefore of the number of random variables.

### The dark sky

Our optical instruments have a finite sensitivity and finite resolution translating the image of a point into a finite spot. We can say that any point of sky remains dark if, through the optical system :

- its spot does not include any star of size greater than the detection threshold,
- and does not include subliminal stars numerous enough to exceed this threshold.

This number of stars is relatively large and rarely reached, since at least 7 subliminal stars juxtaposed into the spot are required or a larger number of smaller stars.

It might be thought that the  $Q$  curve in figure 11 will eventually reach the domain of visibility by addition of a very large number of very faint stars, but in infinite number.

This eventuality is excluded. The summation cannot be expanded ad infinitum since the first subliminal stars (that is, the closest ones), even though invisible, hide the stars situated farther. The figure 14 roughly shows this effect, with only 7 stars of a  $a_0/3$  diameter, evenly distributed, hiding the rest of the sky.

Fig. 14. A crude pattern showing how 7 close stars of  $a_0/3$  diameter be enough to hide all the most remote stars.



L'obscurité moyenne du ciel nocturne résulte donc de la conjugaison des interférences entre étoiles proches avec le masquage du fond du ciel par celles-ci.

Il convient de remarquer que la notion d'obscurité dépend de l'instrument et qu'une explication de type absolu, comme la finitude de l'Univers, ne peut pas en être l'explication, du moins dans l'état actuel de nos instruments. De même, un masquage reposant uniquement sur les étoiles les plus proches sans interférences ne peut pas convenir, sinon le ciel serait uniformément brillant.

Le taux de masquage quasi fixe  $D$ , énoncé plus haut, se réfère uniquement à la contribution des interférences. Ce taux n'est plus valable quand intervient le masquage géométrique des étoiles lointaines par les plus proches ; il devient alors dépendant de la sensibilité de l'instrument  $a_0$ . Il faut remarquer également que cette analyse suppose une distribution uniforme d'étoiles et donc qu'elle ne serait plus valable si on s'approchait des limites de l'Univers.

#### La matière noire ?

Il a été observé parfois une distribution anormale des vitesses des étoiles dans certaines galaxies. Cette anomalie pourrait s'expliquer par la présence, en fort pourcentage, de matière gravitationnelle invisible. Or, d'après le présent article, la probabilité pour que les étoiles subluminaires, même proches, ne soient pas détectées est de l'ordre de 80%. Ces *petites* étoiles pourraient être candidates à l'explication de l'anomalie gravitationnelle dans ces galaxies, sans avoir besoin de recourir à de la matière inconnue sur Terre.

Therefore the cause of the mean night darkness of sky is indeed the conjugation of the interferences between the closest stars and the masking of the sky background by these ones.

Here it must be noted that the notion of darkness depends on the instrument and that an absolute explanation, like the finite dimension of the Universe, cannot be satisfactory, at least on the current state of our instruments. Likewise, a masking based only on the closest stars without interferences is not appropriate, otherwise the sky should be uniformly bright.

The masking rate  $D$ , practically constant as stated above, is related only to the contribution of light interferences. This rate is no longer valid when the closest stars hide the most remote ones ; then it depends from the sensitivity  $a_0$  of the observation instrument. We must also note that this analysis is based on a uniform distribution of stars and would fail if the limits of the Universe were reached.

#### The dark matter ?

An abnormal distribution of star velocities has been observed sometimes into some galaxies. This anomaly could be explained by a large amount of gravitating but invisible matter inside these galaxies. Then, after this article, it is likely that subliminal stars, even the nearest, are not detected to a 80% extent. These *small* stars could be candidates for the explanation of the gravitational anomaly in the galaxies without resorting to some matter unknown on Earth.