



HAL
open science

A propos de la diffusion Thomson collective

Pierre Blanc

► **To cite this version:**

Pierre Blanc. A propos de la diffusion Thomson collective. sciencelib, 2015, Physique fondamentale, Physique, 7 (150402). hal-01430774

HAL Id: hal-01430774

<https://hal.science/hal-01430774>

Submitted on 10 Jan 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

A propos de la diffusion Thomson collective About collective Thomson scattering

Pierre BLANC
Internet : Pierre@Blanc38.fr

Résumé : On propose un nouveau traitement théorique de la diffusion de la lumière par effet Thomson sur un ensemble d'électrons, telle qu'elle est exploitée comme instrument de mesure dans les recherches sur les plasmas. Ce traitement repose sur une analyse statistique du champ électrique total généré par les électrons et montre qu'il est au final au moins 10 fois plus faible que celui calculé jusqu'ici. La situation pourrait être cependant améliorée par une détection hétérodyne.

Mots-clés : effet Thomson, diagnostic plasmas, interaction onde-électron, détection hétérodyne.

Abstract : We propose here a new theoretical treatment of the light scattering by Thomson effect on a large number of electrons, like it is used as measurement tool on plasma researches. Our treatment lies on an statistical analysis of the electric field produced by the electrons and shows that the resulting field is 10 times smaller at least than that evaluated till now. This situation could be improved by a feature of heterodyne detection.

Keywords : Thomson scattering, plasma diagnostic, electron-light interaction, heterodyne technology.

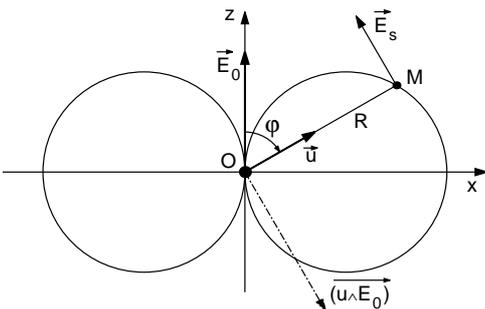
La diffusion Thomson est un cas particulier de la diffusion d'une onde électromagnétique sur des électrons libres quand la longueur d'onde est grande, i.e. plus grande que dans le domaine des rayons X. Le traitement classique consiste à écrire que l'électron, supposé libre, est accéléré par le champ électrique de l'onde incidente, supposée entretenue, qu'il oscille à la fréquence de cette onde et rayonne à son tour dans tout l'espace comme un dipôle. Si le champ électrique de l'onde incidente est \vec{E}_0 , l'électron subit une accélération $\gamma = (q/m)E_0$ et rayonne au point M , distant de R , le champ \vec{E}_s :

$$\vec{E}_s = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2 R} \vec{u} \wedge (\vec{u} \wedge \vec{E}_{t'}) \quad (1)$$

où ϵ_0 est la permittivité du vide, q la charge de l'électron, m sa masse, \vec{u} le vecteur unitaire dans la direction du rayonnement et $\vec{E}_{t'}$ la valeur du champ \vec{E}_0 au temps t' antérieur de R/c au temps t de réception du champ \vec{E}_s . Il est habituel d'appeler *rayon classique* de l'électron la longueur

$$r_e = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} = 2.8110^{-15} \text{ m} \quad (2)$$

Le vecteur $(\vec{u} \wedge \vec{E}_{t'})$ est perpendiculaire à \vec{u} et à \vec{E}_0 , donc \vec{E}_s est situé dans le plan (\vec{u}, \vec{E}_0) et perpendiculaire à la direction de propagation \vec{u} . Son intensité est donc $(r_e/R) \sin \varphi$, si φ est l'angle (\vec{E}_0, \vec{OM}) .



L'indicatrice d'émission a l'allure d'un tore à section circulaire et à *collier nul* centré sur l'électron, avec le champ \vec{E}_0 pour axe de symétrie. La figure 1 ci-contre montre la coupe de ce tore dans un plan passant par E_0 ; φ est l'angle de la direction \vec{u} avec le champ incident.

Fig 1. Coupe de l'indicatrice d'émission.

Si θ est l'angle mesurant la rotation autour de \vec{E}_0 , la densité de puissance rayonnée en M est $c\epsilon_0 E_s^2$ et la puissance rayonnée à travers une surface élémentaire $R^2 \sin\varphi \Delta\varphi \Delta\theta$ centrée sur M est alors $\Delta P = c\epsilon_0 r_e^2 E_0^2 \sin^3\varphi \Delta\varphi \Delta\theta$ tandis que la puissance totale rayonnée par l'électron sera :

$$P = c\epsilon_0 r_e^2 E_0^2 \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^\pi \sin^3\varphi d\varphi = \frac{8\pi}{3} c\epsilon_0 r_e^2 E_0^2 = \frac{8\pi}{3} \frac{r_e^2}{S} P_0 \quad (3)$$

si la puissance du faisceau incident est $P_0 = \epsilon_0 c S E_0^2$, S étant sa section.

Diffusion collective

Dans le cadre des recherches sur les plasmas à vocation thermonucléaire, on utilise souvent le principe de la diffusion Thomson pour effectuer des mesures sur un petit volume du plasma et déterminer au moins la densité et la température de sa population électronique. Ce volume, de quelques dizaines de millimètres-cube, est illuminé par un puissant faisceau laser concentré. La distance R du détecteur étant bien supérieure à la dimension du volume étudié et ce dernier étant éclairé à peu près uniformément, on peut admettre que chacun des électrons envoie sur le détecteur un champ électromagnétique \vec{E}_i dont le module et la polarisation sont uniformes, mais dont la phase varie avec la position de l'électron, la dimension du volume étudié étant bien supérieure à la longueur d'onde du laser.

Le nombre N d'électrons concernés est très grand, de l'ordre de 10^{12} , la densité n_e des plasmas étudiés étant au moins de l'ordre de 10^{19} m^{-3} . Le détecteur est de type photoélectrique et fournit – comme on le verra ci-après – quelques milliers de photo-électrons pour chaque impulsion lumineuse du laser.

Le signal Q (charge électrique) fourni par le détecteur est toujours proportionnel au carré du champ électrique total reçu. Si ρ est le rendement de détection,

$$Q = \rho \left[\sum_i^N \vec{E}_i \right]^2 \quad (4)$$

les différents \vec{E}_i étant parallèles et d'amplitude égale à celle du champ $|\vec{E}_s|$ de la relation (1). Le traitement habituel de l'équation (4) consiste à la séparer en deux termes :

$$Q = \rho \left[\sum_i^N E_i^2 + \sum_i^N \vec{E}_i \sum_{j \neq i}^N \vec{E}_j \right] = \rho S_2(N) + \rho S_{ij}(N) \quad (5)$$

et à dire que le terme S_{ij} représente la contribution d'une émission cohérente des électrons ; dans le cas habituel, pour lequel aucun effet de cohérence ne peut se manifester, on ne conserve que le premier terme.¹

Dans le traitement classique, la réponse du détecteur se ramène alors à

$$Q = \rho N E_s^2 = \rho N \frac{r_e^2}{R^2} E_0^2 \quad (6)$$

puisque cette somme ne tient pas compte de la phase aléatoire des champs \vec{E}_i .

Discussion.

Les différents champs \vec{E}_i ont une direction commune, ce qui nous permettra de supprimer dorénavant la notation vectorielle. Ils sont alternatifs, avec un module a pratiquement constant, mais avec une phase variable. Ils ne sont pas rigoureusement de même fréquence à cause d'un décalage Doppler-Fizeau provoqué par le mouvement des électrons émetteurs. Mais dans chaque bande de fréquence, le nombre d'émetteurs est suffisamment grand pour qu'on puisse appliquer les raisonnements ci-après.

1. Une cohérence dans les champs diffusés par les électrons se manifeste quand le critère $\alpha = 1/(K\Lambda_D)$ est au moins de l'ordre de 1, Λ_D étant la longueur de Debye, distance sur laquelle le mouvement des électrons est influencé par celui des ions et K le module du vecteur d'onde résultant, tel que $\vec{K} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$, \vec{k}_1 et \vec{k}_2 étant respectivement les vecteurs d'onde incident et émis au niveau de l'électron. Nous ne discuterons pas le cas où $\alpha \geq 1$.

Le champ E_i est une variable aléatoire de probabilité uniforme dans l'intervalle $[-a; a]$. Sa variance est $\sigma^2 = a^2/3$. Ceci n'est pas tout à fait exact, puisque c'est la valeur de la phase qui est équiprobable et non celle du champ, mais nous avons montré par ailleurs [2] que cette remarque ne modifie que très peu le résultat de l'étude (on le vérifiera d'ailleurs en annexe).

La valeur moyenne de la somme des champs $\sum_i^N E_i$ est nulle, mais on sait qu'en physique on observe rarement la valeur moyenne d'une variable aléatoire. On peut cependant douter de la nullité, même dans les cas ordinaires, du terme S_{ij} dans la relation (5). En effet, on peut décomposer ce terme S_{ij} en deux parties, selon que les champs E_i de la première sommation sont positifs ou négatifs. Il vient :

$$S_{ij} = \sum_i^N \left[E_i \sum_{j \neq i}^N E_j \right] = \sum_{E_i > 0}^N E_i \sum_{j \neq i}^N E_j + \sum_{E_i < 0}^N E_i \sum_{j \neq i}^N E_j \quad (7)$$

(1) (2) (3) (4) (5) (6)

La somme simple $\sum E_i$ est de faible valeur, de l'ordre de sa fluctuation σ , sa moyenne étant nulle. Dans la relation ci-dessus, la somme 4 est négative, de l'ordre de $-a/2 \pm \sigma$, puisque, d'une valeur fluctuant autour de zéro, on lui enlève systématiquement un élément positif de valeur moyenne $a/2$; la somme 3 multiplie la précédente par $N/2$ éléments égaux en moyenne à $+a/2$; la combinaison des sommes 3 et 4 est donc négative et de valeur moyenne $-Na^2/8$. On montrerait de même que la somme 6 est voisine de $a/2 \pm \sigma$ et la combinaison 5 et 6 voisine de $-Na^2/8$. Le terme S_{ij} a donc pour moyenne $-Na^2/4$. Le terme S_2 étant égal, par définition, à $N\sigma^2$, la valeur détectée $(S_i)^2$, somme des 2 termes précédents, devrait être, hors intervention de corrélations, de l'ordre de

$$(S_i)^2 \approx N\sigma^2 - Na^2/4 = Na^2/12 \pm \epsilon \quad (8)$$

puisque $\sigma^2 = a^2/3$ (ϵ désigne ici la fluctuation). Cette valeur de $(S_i)^2$ est 12 fois plus faible que la valeur admise jusqu'ici (relation 6). On peut tenter une simulation avec une suite de nombres aléatoires. Comme dans nos précédentes publications, on a utilisé soit une série de nombres aléatoires fournie par l'université de Genève, soit, comme dans la figure ci-dessous, des nombres calculés par la fonction *rand* du langage PostScript. Ces nombres ont de grandes valeurs, mais, pour cette étude, on les normalise en les restreignant à l'intervalle $[-1; 1]$. Dans la figure ci-dessous, on représente les sommes suivantes :

$\left[\sum_i^N E_i \right]^2$, ou $(S_i)^2$, c'est-à-dire le résultat physique, celui de la relation (4) (en rouge, au centre);
 $\sum_i^N E_i^2$, i.e. le terme S_2 de la relation (5), celui admis comme résultat jusqu'à présent (courbe verte);
 $\sum_i^N \left[E_i \sum_{j \neq i}^N E_j \right]$, i.e. le terme S_{ij} des relations (5) et (7) (courbe inférieure en bleu).

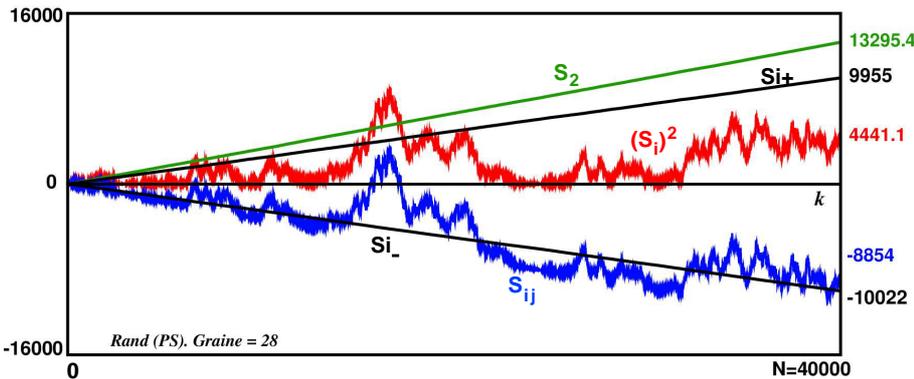


Fig.2. Simulation de S_2 , $(S_i)^2$, S_{ij} , Si_+ et Si_- .

La courbe S_2 est bien une droite d'équation voisine de $0.33N$, donc de $N\sigma^2$.

La valeur physiquement détectée est représentée par la courbe centrale (rouge).

Le terme S_{ij} , pourtant négligé dans l'étude *classique*, est presque toujours fortement négatif et compatible avec à la valeur $0.29N$, soit $a\sigma/2$.

Les courbes Si_+ et Si_- représentent les sommations (3) et (5) (sans les facteurs (4) et (6)).

On remarque que la véritable réponse $(S_i)^2$ aux champs rayonnés par les électrons est faible et bien différente de S_2 . Elle n'est pas incompatible avec la valeur de la pente, $1/12 = 0.083$, donnée par la relation (8). Une méthode de régression appliquée à la courbe $(S_i)^2$ fournit ici pour la pente la valeur de 0.075, mais ce résultat dépend beaucoup de la *graine* initialisant la fonction *rand*. Les courbes $(S_i)^2$ et S_{ij} sont fortement fluctuantes bien qu'on ait vérifié l'absence d'auto-corrélations dans les valeurs aléatoires fournies par la fonction *rand* utilisée.

La fluctuation ϵ de la valeur obtenue dans la relation (8) s'évalue à partir de la fluctuation, voisine de σ , sur les sommes (3) et (4). Il vient, pour valeur possible de la fluctuation sur $(S_i)^2$:

$$\epsilon \approx 4\sigma\sqrt{N}, \text{ soit } 2.3\sqrt{N}, \text{ i.e. } 460 \text{ dans la simulation ci-dessus,}$$

On constate que la fluctuation est à peine inférieure d'un ordre de grandeur au signal détecté.

Quelques données expérimentales.

On peut adopter comme raisonnables les valeurs expérimentales ci-après, en accord avec celles publiées par J. Sheffield [1] p. 43 et 62.

Source de lumière : laser rubis, $W_0 = 20 \text{ J}$ (15 ns), $\lambda = 0.6943 \mu$ (d'où $w_e = hc/q\lambda = 1,786 \text{ eV}$).

Plasma : densité $n_e = 5 \cdot 10^{19} \text{ m}^{-3}$.

Volume sondé : cylindre de longueur $L \simeq 1 \text{ cm}$, de diamètre S égal à celui du faisceau.

Angle $\varphi = 90^\circ$. Angle solide de réception $\Omega = 5 \cdot 10^{-3} \text{ sr}$.

Nombre d'électrons émetteurs : $N = n_e L S$

Sensibilité du récepteur (PM de type S25) : $\rho = 31 \text{ mA/w}$ (rendement *photonique* $\eta = 5,5\%$).

Energie nécessaire à la création d'un photo-électron : $w_\varphi = q/\rho = q w_e/\eta = 5.16 \cdot 10^{-18} \text{ joule}$.

Le nombre de photo-électrons créés serait, dans ces conditions :

$$N_\varphi = W_0 L n_e r_e^2 \Omega / w_\varphi = 45\,580 \quad (9)$$

mais ce résultat se limite à la fraction S_2 dans l'évaluation de R (équation [5]). Or nous avons vu qu'il fallait diviser ce résultat par 12 environ, ce qui aboutit à

$$N_\varphi \simeq 3800$$

avec, de plus, des fluctuations très importantes. Ceci explique que cette méthode de mesure fournit des résultats généralement plus faibles que ceux escomptés. On peut remarquer que, dans ces conditions, l'influence parasite du rayonnement de freinage du plasma devient préoccupante, mais on pourrait s'en affranchir par une détection hétérodyne. Cependant, on ne peut être certain a priori que ce perfectionnement annulerait l'effet des fluctuations inhérentes au signal, dues au trop faible nombre de photo-électrons et à l'annulation moyenne des champs individuels sur le détecteur. On reviendra ci-dessous sur la question.

La prise en compte d'une distribution uniforme des phases au lieu de celle des champs ne change pas fondamentalement ces conclusions. Le résultat est encore un peu plus dégradé, d'une façon identique à celle étudiée dans un précédent article, relatif à l'annulation moyenne de la lumière émise par les étoiles et tendant à expliquer l'obscurité du ciel nocturne [2]. Le problème est en effet voisin, puisqu'on ne tenait pas assez compte jusqu'ici, dans la détection, du caractère ondulatoire de la lumière. Avec une distribution uniforme des *phases* dans la diffusion Thomson collective, la variance passe de $1/3$ à $1/2$. L'annexe en dernière page montre les simulations obtenues avec ce facteur correctif.

Effet d'une détection hétérodyne

Le bruit est composé de plusieurs termes, dont celui dû au rayonnement propre du plasma, celui lié à l'électronique de la détection, celui dû au caractère aléatoire de la production des photoélectrons et celui dû au terme S_{ij} , étudié dans les pages précédentes. C'est ce terme qui est prépondérant, le terme lié à l'électronique étant faible avec les excellents amplificateurs que sont les photomultiplicateurs actuels. Quant au bruit statistique, dû au faible nombre des photoélectrons, il est égal au signal qui serait produit par un nombre d'électrons égal à la racine carrée du nombre d'électrons réel N_φ . D'après les relations (6) et (9), il vient, pour valeur du signal S et du rapport signal sur bruit $(S/B)_{stat}$:

$$\begin{aligned} S &= \rho N E_s^2 \\ N_\varphi &= S/q = (\rho/q) N E_s^2 \\ \left[\frac{S}{B} \right]_{stat} &= \frac{\rho N E_s^2}{q \sqrt{(\rho/q) N E_s^2}} = E_s \sqrt{N \rho / q} \end{aligned} \quad (10)$$

Il est bien connu que la détection hétérodyne permet, dans de nombreux cas, d'améliorer considérablement le rapport au bruit d'un signal faible. On peut être tenté de l'appliquer à la détection de la diffusion Thomson collective en ajoutant aux N rayonnements utiles E_s (relations (1) et (6)), une onde E_1 de même fréquence et synchrone, mais d'amplitude beaucoup plus grande que E_s . Détectée seule, cette onde fournirait un signal $Q_1 = \rho E_1^2$. Son mélange avec les ondes E_s fournit, sur le détecteur, un signal hétérodyne N_{het} , qui, exprimé maintenant en nombre de photoélectrons, devient :

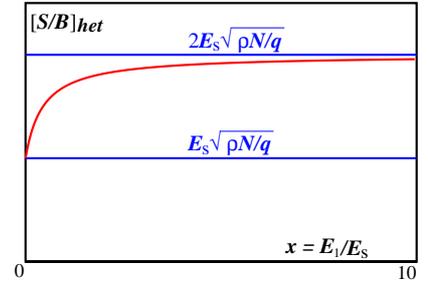
$$N_{het} = Q_{het}/q = (\rho/q) (\sqrt{N}E_s + E_1)^2 \simeq (\rho/q) (E_1^2 + 2\sqrt{N}E_1E_s)$$

en négligeant le terme NE_s^2 , bien plus faible que les deux autres. Le terme E_1^2 , étant constant et connu, sera soustrait du signal total, qui se réduit alors, si E_i est grand, à $2(\rho/q)\sqrt{N}E_sE_1$, mais le bruit, dominé par le terme E_1^2 , est voisin de $\sqrt{E_1^2\rho/q}$. Plus exactement, si l'on admet savoir soustraire du signal le terme E_1^2 , le rapport signal sur bruit devient :

$$\left[\frac{S}{B} \right]_{het} = \frac{\rho (NE_s^2 + 2\sqrt{N}E_sE_1)}{q \sqrt{(\rho/q)} (\sqrt{N}E_s + E_1)} \longrightarrow 2E_s \sqrt{\rho N/q} \quad (11)$$

la valeur limite n'étant atteinte que pour un rapport E_i/E_s infini.

Quand $E_1 \rightarrow 0$, le rapport $(S/B)_{het}$ tend bien vers $E_s \sqrt{\rho N/q}$, comme le calcule la relation (10). La figure ci-contre montre comment évolue la contribution de la statistique des photoélectrons au rapport signal/bruit. L'hétérodynage ne l'améliore au plus que d'un facteur 2 ; par contre, toutes les autres contributions au bruit deviennent négligeables, celle due à la lumière parasite du plasma, celle due à l'amplification des signaux et surtout celle due aux désastreuses interférences entre les signaux $E_i E_j$ étudiées dans cet article.



Pour mesurer avec précision la densité électronique, il faudra étalonner, hors présence du plasma, le champ E_1 envoyé sur le détecteur par un trajet lumineux auxiliaire, cette contrainte ne paraissant pas nécessaire pour la mesure des températures. Signalons enfin qu'en toute rigueur, ce procédé s'appelle *homodynage*, parce qu'il utilise une onde auxiliaire de même fréquence que celle du signal, mais le terme *hétérodynage* est beaucoup plus employé.

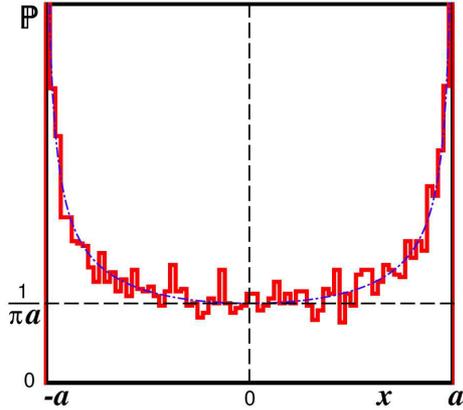
Un autre dispositif devrait permettre d'améliorer les mesures par effet Thomson sur les plasmas thermonucléaires : l'emploi d'un laser CO₂ d'environ 5 kW continu avec un détecteur HgCdTe refroidi à 70 K. On éviterait alors la mesure des températures sur des temps trop courts qui privilégient les fluctuations des paramètres du plasma. Une mesure avec une résolution temporelle d'une milliseconde enverrait environ 5 joules dans le plasma, ce qui, avec une énergie quantique w_e abaissée d'un facteur 15 et un rendement η amélioré au moins d'un facteur 5 provoquerait la réception de 20 fois plus de photoélectrons et améliorerait le rapport S/B d'un facteur 5. Et ceci en continu pendant toute la durée de la décharge des grands tokamaks, avec même la possibilité, au prix d'un dispositif géométrique plus complexe, de s'approcher du domaine de la diffusion semi-cohérente où la valeur de α dépasse l'unité.

Conflit d'intérêt : aucun.

REFERENCES

-
- [1] John Sheffield, *Plasma scattering of electromagnetic radiation*, Academic press, 1975.
 - [2] P. Blanc, *Le fond du ciel nocturne* (II), ScienceLib, Astrophysique, vol 58, n° 130 711 (juillet 2013).

ANNEXE



Si on admet que la variable aléatoire est le **phase** φ du champ rayonné par les électrons et non le champ lui-même et si ces phases sont réparties avec une probabilité uniforme dans l'intervalle $[\pi; 0]$, l'amplitude x des champs élémentaires sur le détecteur variera de $-a$ à $+a$, avec une probabilité

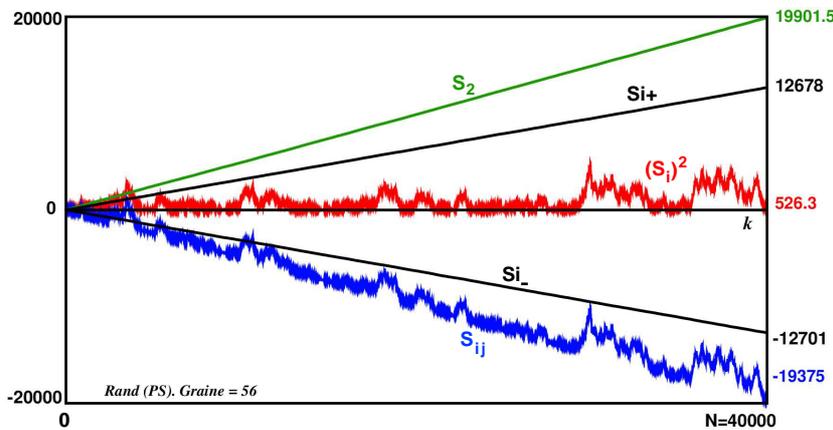
$$\mathbb{P}(x) = 1/(\pi \sqrt{a^2 - x^2}).$$

La figure ci-contre représente la densité de cette probabilité avec 40 000 valeurs fournies par la fonction *rand*. Bien que $\mathbb{P}(x)$ diverge sur les bords de l'intervalle, son intégrale dans $[-a; a]$ est finie; elle est égale à 1, comme doit l'être celle d'une densité de probabilité.

On trouve pour valeur de sa variance :

$$\sigma^2 = \frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{x^2 dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{a^2}{2\pi} \left[\text{Arcsin} \left(\frac{x}{a} \right) \right]_{-a}^a = \frac{a^2}{2}$$

valeur 1,5 fois supérieure à celle déterminée avec une répartition uniforme des champs ($\sigma^2 = a^2/3$).



Si on introduit la fonction de répartition ci-dessus dans les simulations des pages précédentes, l'allure générale des phénomènes n'est pas fondamentalement modifiée; ils évoluent selon les graphes de la figure ci-contre. La pente moyenne de la courbe $(S_i)^2$ est ici égale à 0,035 (avec, pour *srand*, une *graine* égale à 56).

Remarque : avec la plupart des *graines*, les fluctuations des courbes $(S_i)^2$ et S_{ij} sont extrêmement violentes et mêmes souvent chaotiques, sans qu'on ait pu en déterminer la raison.