



**HAL**  
open science

## Identification de lois d'endommagement anisotrope à partir de mesures de champs de déplacements

Laurent Crouzeix, Jean-Noël Périé, Francis Collombet, Bernard Douchin

### ► To cite this version:

Laurent Crouzeix, Jean-Noël Périé, Francis Collombet, Bernard Douchin. Identification de lois d'endommagement anisotrope à partir de mesures de champs de déplacements : Version orthotrope de l'« Equilibrium Gap Method ». 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. pp.213-218. hal-01422247

**HAL Id: hal-01422247**

**<https://hal.science/hal-01422247>**

Submitted on 24 Dec 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Identification de lois d'endommagement anisotrope à partir de mesures de champs de déplacements - version orthotrope de l' « Equilibrium Gap Method »

Laurent Crouzeix, Jean-Noël Périé, Francis Collombet, Bernard Douchin

Université de Toulouse ; INSA, UPS ; LGMT (Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse);  
133, avenue de Rangueil, F-31077 Toulouse, France  
prenom.nom@iut-tlse3.fr

---

**Résumé** – On propose d'appliquer la Méthode de l'Ecart à l'équilibre (MEQ) à un matériau orthotrope, dans le but d'identifier des lois d'endommagement à partir de cartes d'hétérogénéité obtenues à partir de champs de déplacements. Avec l'utilisation de données simulées, on montre que la méthode restitue les cartes de contraste imposé à partir desquelles une loi d'endommagement est extrapolée. La méthode est appliquée à un essai biaxial de type cisaillement mené sur une éprouvette cruciforme réalisée en composite C/C.

**Mots clés** – Méthode de l'Ecart à l'équilibre, composite orthotrope hétérogène.

---

## 1 Introduction

Les structures composites peuvent présenter des variations spatiales de constitution qui entraînent des variations locales de comportement mécanique. L'usage de moyens de mesures de champs de déplacements par méthodes optiques permet d'observer les différences de comportement mécanique entre les différentes zones d'une éprouvette composite. Cependant peu de méthodes de la littérature proposent une évaluation chiffrée de ces variations, en particulier pour des matériaux orthotropes. L'objectif de ce papier est de répondre au problème de quantification de ces variations en établissant des cartes de champs de propriétés utilisables in fine pour le calcul de structures. Les méthodes FEMU traditionnelles [6] évaluent un module moyen sur les surfaces étudiées. Elles sont donc initialement prévues pour traiter un nombre limité d'inconnues. Leur évolution est possible vers une augmentation du nombre d'inconnues, mais cela entraîne une augmentation du temps de calcul et du nombre d'itérations. D'autres méthodes non itératives existent, comme la méthode dite des Champs Virtuels [4], pour déterminer des propriétés mécaniques moyennes de façon simple et sans utilisation de code de calculs par éléments finis. Certaines écritures particulières dérivées de ces deux méthodes conduisent à des estimations de variations locales de propriétés [1]. Cependant peu de méthodes ont été écrites spécifiquement dans ce but. La méthode de l'Ecart à l'équilibre (MEQ) ou Equilibrium Gap Method (EGM) [2] est écrite pour déterminer ces variations locales de comportement qui sont interprétées comme l'apparition localisée d'endommagement. Dans cette méthode, la surface pour laquelle on dispose d'un champ de déplacements mesurés est découpée en éléments, au sein desquelles l'endommagement est supposé homogène. Au passage d'un élément à l'autre, l'observation du saut à l'équilibre mène à l'élaboration de systèmes surdimensionnés pour lesquelles les inconnues posées sont les endommagements moyens de chaque élément. Cette formulation énergétique est écrite pour un matériau isotrope, en fixant un endommagement unique comme l'inconnue par élément. La méthode présentée reprend le principe de l'Equilibrium Gap Method, mais adapte la démarche pour l'analyse de matériaux orthotropes.

## 2 Réécriture de la MEQ en différences finies

Contrairement à la méthode précitée, les équations sont écrites en différences finies [3]. Ce

choix limitatif a pour avantage d'obtenir des systèmes d'équations résolubles facilement malgré la prise en compte de matrices de rigidité orthotropes dans les lois de comportement. De plus par le sens « physique » des équations écrites, il est possible d'imaginer de nouvelles formes d'écriture de l'équilibre interne. Cela permet d'augmenter le nombre d'équations et donc le nombre d'inconnues. Le dernier avantage correspond au fait que ce type de calcul est utilisé par les logiciels de corrélation d'images numériques pour évaluer les champs de déplacements. On garde une cohérence entre l'outil de mesure et l'outil d'analyse. Dans ce travail, le nombre d'inconnues est posé à quatre par éléments pour correspondre aux quatre grandeurs mécaniques d'un matériau orthotrope.

Pour l'identification des champs de propriétés, la MEQ est basée sur des champs de déplacements expérimentaux discrets généralement fournis par un logiciel de corrélation d'images numériques. Sur cette grille régulière, on choisit un découpage de la surface de l'éprouvette filmée en éléments carrés et réguliers. La connaissance des déplacements aux nœuds conduit, suivant les hypothèses considérées, à l'écriture de la déformation au sein de chacun des éléments. Trois écritures d'équilibre sont utilisées pour faire intervenir un nombre suffisant d'équations.

A la manière de [2], le premier de ces équilibres est l'ensemble des équilibres mécaniques à la frontière entre deux éléments adjacents. Au passage d'une frontière, l'équilibre est écrit comme un saut en contrainte nul. En écrivant la contrainte comme fonction des modules d'Young et des déformations de l'élément, cette équation d'équilibre traduit la relation liant les modules des deux éléments adjacents et les déplacements des nœuds fournis par la méthode de mesure de champs. Les mêmes types d'équations peuvent s'écrire sur les quatre frontières de chaque élément carré, et dans deux directions. Les modules d'Young d'un même élément vont donc intervenir dans 8 équations d'équilibre à la frontière. On obtient les équations traduisant l'équilibre entre deux éléments référencés respectivement  $i,j$  et  $i+1,j$  pour un matériau orthotrope sous la forme de l'équation (1) :

$$\sum_{p=1}^4 (K_{p(i,j)} \cdot G_p(u_{i,j}, v_{i,j}) - K_{p(i+1,j)} \cdot G_p(u_{i+1,j}, v_{i+1,j})) = 0 \quad (1)$$

Dans ces équations  $G_p(u_{i,j}, v_{i,j})$  est une grandeur calculée uniquement à partir des déplacements aux nœuds de l'élément  $i,j$ .  $K_{p(i,j)}$  est fonction des propriétés mécaniques du matériau considéré.

Deux autres types d'équilibre mécanique sont utilisés pour décrire le comportement local de la structure : l'équilibre de l'élément au sein de la structure et l'équilibre d'un nœud liant quatre éléments adjacents. Ces équations d'équilibre ont la forme de l'équation (1) et impliquent plus d'inconnues. Le système ainsi formé pour les  $4n K_{p(i,j)}$ , où  $n$  représente le nombre total d'éléments considérés sur la surface étudiée, est résolu sous la forme d'un écart  $\delta_{p(i,j)}$  à un « module » moyen  $K_{p0}$ . Il vient l'équation (2) :

$$K_{p(i,j)} = K_{p0} (1 - \delta_{p(i,j)}) \quad (2)$$

Si nécessaire, ce module peut être déterminé par un post-traitement. L'ensemble des écarts au module moyen  $\delta_{p(i,j)}$  est déterminé en résolvant le jeu d'équations à l'aide d'un algorithme d'optimisation par gradients conjugués (utilisation des algorithmes de Matlab®).

### 3 Application à la détermination d'une loi d'endommagement d'un module de cisaillement

Dans ce travail, le matériau considéré est supposé orthotrope hétérogène. Ses axes d'orthotropie sont orientés à 45° par rapport à la grille de mesure, à la géométrie des éprouvettes

et aux axes de la sollicitation. Les équations présentées sont réécrites pour ce cas d'orientation. Seules les variations des modules de cisaillement sont étudiées. Les autres modules sont laissés libres de varier. Les variations du module de cisaillement sont interprétées comme la présence d'un endommagement et permettent d'évaluer sa loi d'évolution.

### 3.1 Validation par données simulées issues de calculs éléments finis

La fiabilité de la méthode d'identification des champs de modules de cisaillement est évaluée par comparaison entre des cartes d'endommagement obtenues par un modèle Eléments Finis et les données identifiées par la suite en utilisant les déplacements obtenus par EF. Les validations présentées ci-après correspondent à la géométrie et au cas de charge de l'application décrite au paragraphe 3.2. L'éprouvette virtuelle créée est une éprouvette cruciforme, soumise à un chargement biaxial de traction compression. Chaque élément du modèle numérique possède un comportement orthotrope dans un repère à  $\pm 45^\circ$  par rapport aux directions de la géométrie et de la sollicitation de l'éprouvette. Le module initial est supposé identique en tous points. Dans le modèle numérique, on impose un endommagement noté  $d_{G_{12}}$  et piloté par une déformation équivalente  $\varepsilon_{eq}$  décrite par l'équation (3) avec l'angle entre les axes du repère de mesure et du repère d'orthotropie noté  $\theta$  :

$$d_{G_{12}} = 1 - a \cdot \varepsilon_{eq}^b \quad \text{avec} \quad \varepsilon_{eq}^2 = \frac{1}{2} [(\varepsilon_y - \varepsilon_x) \sin(2\theta) + \varepsilon_{xy} \cos(2\theta)] \quad (3)$$

Ce modèle n'affecte que le module de cisaillement  $G_{12}$  [5]. Les valeurs des coefficients  $a$  et  $b$  imposées sont respectivement  $0.017$  et  $-0.6$ .

Des bruits de mesures, obtenus par tirage aléatoire, sont superposés à tous les pas de temps aux champs de déplacements calculés via le modèle EF. L'amplitude des bruits est pilotée de manière à ce que l'écart type du bruit de mesure corresponde à 1.2% de l'écart type des déplacements du dernier pas de temps calculé. De cette manière, l'amplitude du bruit est cohérente avec celle engendrée par les méthodes expérimentales mises en œuvre par la suite.

La Figure 1 représente les cartes de contrastes de modules  $G_{12}$  identifiées pour trois pas de chargement respectivement, sans ajout de bruit (Figure 1a) et avec bruit de mesure (Figure 1b). Au fur et à mesure de l'augmentation des déplacements sous le chargement imposé, les cartes identifiées convergent vers un résultat analogue.

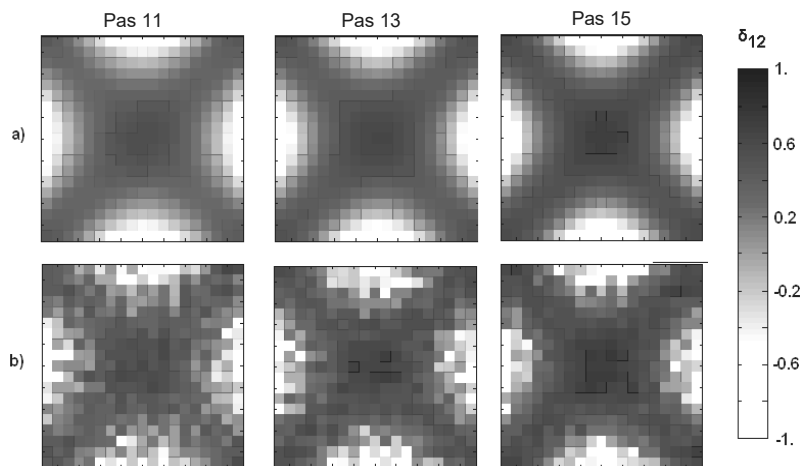


Figure 1. Evolution des champs de contrastes de module  $G_{12}$  identifiés au cours de l'essai virtuel sans bruit de mesure (a) et pour un jeu de bruit aléatoire (b), pour trois pas de temps.

Au cours de cet essai virtuel, il est impossible de remonter directement aux valeurs des contraintes imposées sur la surface filmée. La détermination de la valeur moyenne du module de cisaillement ne peut s'effectuer directement et nécessite une stratégie particulière de recalage de

cette valeur entre les itérations de chargement. Ce recalage est effectué à partir du tracé de la loi d'évolution de ce module en fonction de la déformation équivalente. Sans procédure de recalage, les différents nuages de points tracés pour l'ensemble des incréments de chargement ne sont pas jointifs. Cependant, ils présentent la particularité de tendre vers un comportement linéaire en échelle Log-Log, avec des pentes sensiblement identiques. Les modules sont alors aisément recalés entre eux de manière à ce que la loi de variation du module  $G_{12}$  en fonction de la déformation équivalente soit continue. On choisit pour cela arbitrairement une image comme référence, pour effectuer ce recalage relatif.

A l'issue de ce recalage, aucune estimation quantitative du module n'est effectuée. Seule l'évolution de ce module vis-à-vis de sa valeur initiale est estimée. On peut cependant tracer la loi d'évolution de l'endommagement pour chacun des jeux de bruits blancs ajoutés aux données simulées (Figure 2).

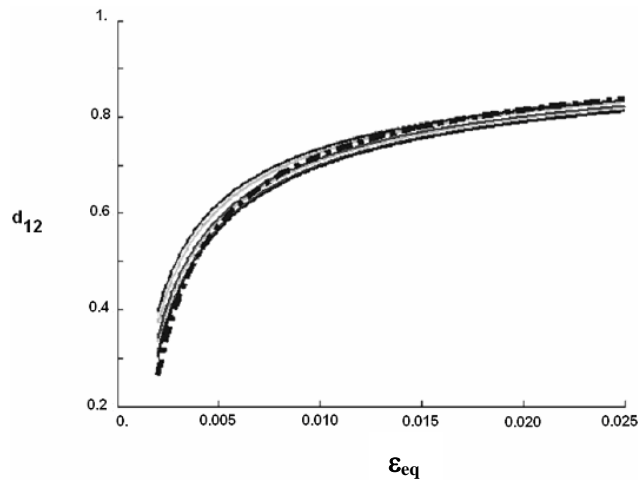


Figure 2. Lois d'endommagement identifiées pour 12 distributions de bruit (loi imposée en pointillés).

Malgré les différences dans la distribution du contraste entre Figure 1a et Figure 1b, on note sur la Figure 2 une faible influence du bruit de mesure sur la loi d'endommagement identifiée pour les douze essais virtuels différents. Cette loi d'endommagement peut être considérée comme peu sujette à de fortes variabilités dues à des bruits de mesure. Dans le cas présenté sur la Figure 1b, les valeurs identifiées pour la loi d'endommagement sont  $a=0.021$  et  $b=-0.54$  (à comparer avec les valeurs imposées  $0.017$  et  $-0.6$ ).

## 3.2 Application à un essai biaxial sur un composite 2.5D C/C

### 3.2.1 Matériau et essai

L'essai destiné à tester la méthode sur des données expérimentales réelles consiste en un essai biaxial sur un matériau composite 2.5D C/C. Les tests ont été effectués sur une machine multiaxiale. Le matériau possède un comportement non linéaire en cisaillement ainsi qu'en traction dans le sens des fibres. Une éprouvette cruciforme plate, de  $10\text{ mm}$  d'épaisseur et considérée comme un stratifié à  $\pm 45^\circ$ , est soumise à une sollicitation de cisaillement par traction/compression. Les efforts sont transmis à l'éprouvette via des talons de  $100\text{ mm}$  collés sur les bras de la croix. Cet essai a été conçu, notamment via l'utilisation de modèle Eléments Finis, pour créer un endommagement important en cisaillement au centre de l'éprouvette [7].

### 3.2.2 Résultats de l'identification

Une application directe de la MEQ en orthotrope fournit des cartes de contrastes du module de cisaillement à la surface de l'éprouvette au cours de l'essai. Ces cartes ne permettent pas, sans recalage, d'identifier directement un endommagement de l'éprouvette. Elles permettent de noter que le module de cisaillement est plus faible au centre de l'éprouvette, et que l'amplitude

des variations semble augmenter au cours du temps. Cela révèle la présence d'un endommagement au sein de l'éprouvette qui augmente plus vite au centre que sur les bords.

Les lois d'évolution des modules de cisaillement sont tracées en fonction de la déformation équivalente avant recalage à chaque incrément de chargement et montrent des faisceaux de points resserrés autour de la courbe moyenne. Cela semble démontrer la pertinence de l'hypothèse de pilotage de l'endommagement du module de cisaillement par la déformation équivalente choisie, ainsi que des méthodes de recalage sélectionnées.

La stratégie de recalage décrite au paragraphe 3.1 est appliquée alors, afin d'obtenir une évolution du module de cisaillement continue en fonction de la déformation équivalente. De cette loi de variation du module de cisaillement identifiée, il est aisé de déterminer la loi d'évolution de l'endommagement du module de cisaillement pour ce matériau. Ceci est réalisé en considérant comme module de référence le module obtenu lors des premiers pas de temps (cf. Figure 3). On obtient, en référence à l'équation (3), une loi d'endommagement exponentielle avec les paramètres  $a=9.69.10^{-4}$  et  $b= -1.075$ .

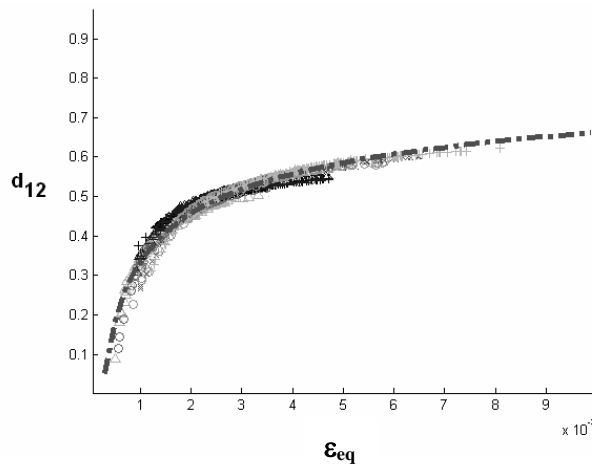


Figure 3. Loi d'endommagement identifiée pour le composite 2.5D C/C.

Les différentes cartes d'endommagement identifié sont tracées en Figure 4. On note une apparition progressive de l'endommagement en cours d'essai. Ce dommage est présent sur l'ensemble de la surface filmée de l'éprouvette testée et est principalement localisé au centre de celle-ci. La valeur maximale de l'endommagement pour le dernier pas de temps au centre de l'éprouvette est  $d_{12}=0.55$ .

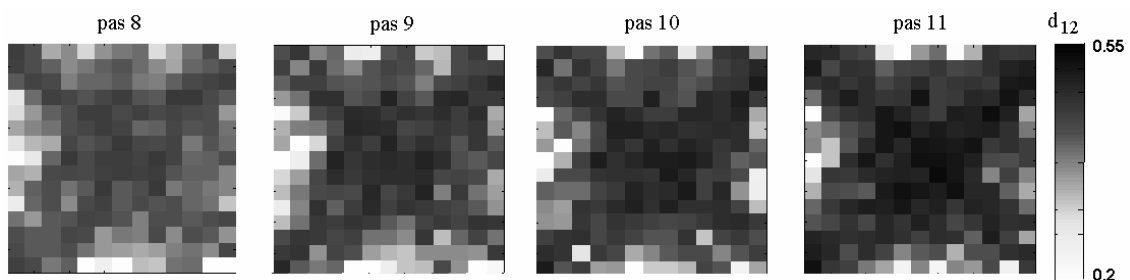


Figure 4. Cartes d'endommagement identifié dans la zone centrale d'une éprouvette cruciforme composite 2.5D C/C en traction compression pour les 4 derniers pas de temps.

## 4 Conclusion

On présente dans un premier paragraphe une méthode pour l'identification de champs d'hétérogénéité et de lois d'endommagement, destinée à être appliquée sur un exemple de matériau composite orthotrope, en utilisant des images prises durant un essai. La méthode utilise

des champs de déplacements et s'inspire de la Méthode de l'Ecart à l'Équilibre. Elle est réécrite en différences finies pour un matériau orthotrope hétérogène. L'éprouvette est divisée en éléments dans lesquels les contraintes sont fonction des déplacements mesurés et des quatre inconnues élastiques. L'équilibre entre deux éléments adjacents mène à des équations linéaires en fonction des rigidités. La technique revient à la résolution d'un système linéaire pour lequel les inconnues sont les rigidités.

Dans le second paragraphe, la méthode est appliquée à des champs simulés. Une simulation éléments finis d'un essai de cisaillement sur une éprouvette cruciforme est menée en prenant en compte une loi d'endommagement spécifique. Les déplacements calculés sont utilisés en entrée de la méthode d'identification. Les motifs d'hétérogénéité identifiés correspondent aux champs d'endommagement calculés par le modèle EF. La robustesse est démontrée par l'ajout d'un bruit artificiel, pour simuler un essai expérimental. Une stratégie d'exploitation des cartes d'hétérogénéité est présentée pour mener à l'identification d'une loi d'endommagement. Dans le modèle retenu, l'endommagement du module de cisaillement dépend d'une déformation équivalente. Pour chaque carte, il est possible de tracer des nuages de points représentant le niveau de contraste en fonction de la déformation. En imposant une continuité de l'évolution du module considéré, il est possible de retrouver la loi d'endommagement. La fiabilité de la méthode est démontrée pour un niveau de bruit donné.

Dans le dernier paragraphe, la procédure est appliquée à l'analyse d'un essai biaxial mené sur un composite 2.5D C/C. Des cartes d'endommagement sont obtenues avec l'évaluation de la loi d'endommagement du module de cisaillement  $G_{12}$  du matériau.

L'avantage de cette approche est de permettre l'étude du comportement de matériaux non homogènes. Cela concourt à la capacité de simuler la réponse de certaines structures composites en restituant le couplage matériau-structure. Cet outil est donc utile pour modéliser des structures hétérogènes complexes. De plus lorsque les phénomènes d'endommagement sont décrits par l'utilisation d'une loi adaptée, ce type de méthode peut donner accès à la loi d'endommagement.

## Références

- [1] H. Chalal, F. Meraghni, F. Pierron, M. Grédiac. Direct identification of the damage behaviour of composite materials using the virtual field method. *Composites: Part A*, Vol. 35, n° 7-8, p. 841-848, 2004.
- [2] D. Claire, F. Hild, S. Roux. A finite element formulation to identify damage fields: the equilibrium gap method. *Int. J. Num. Meth. Engng.*, vol. 61, n° 2, p. 189-208, 2004.
- [3] L. Crouzeix. Identification de champs de propriétés mécaniques de structures composites à partir de mesures de champs de déplacement. *Doctorat de Génie Mécanique de l'Université P. Sabatier*, 1<sup>er</sup> décembre 2008.
- [4] M. Grédiac, F. Pierron, Y. Surré. Novel procedure for complete in-plane composite characterization using a single T-shaped specimen. *Exp. Mech.*, vol. 39, n° 2, p. 142-149, 1999.
- [5] C. Hochard, N. Lahellec, C. Bordreuil. A ply scale non-local fibre rupture criterion for CFRP woven ply laminated structures. *Comp. Struct.*, vol. 80, n° 3, p. 321-326, 2007.
- [6] J. Molimard, R. Le Riche, A. Vautrin, J. R. Lee. Identification of the four orthotropic plate stiffnesses using a single open-hole tensile test. *Exp. Mech.*, vol. 45, n° 5, p. 404-411, 2005.
- [7] J.-N. Périé, S. Calloch, C. Cluzel, F. Hild. Analysis of a Multiaxial Test on a C/C Composite by Using Digital Image Correlation and a Damage Model. *Exp. Mech.*, vol. 42, n° 3, p. 318-328, 2002.