



**HAL**  
open science

## Modèles réduits en optimisation multiniveau de structures aéronautiques

Manuel Samuelides, Dimitri Bettebghor, Stéphane Grihon, Antoine Merval,  
Joseph Morlier

► **To cite this version:**

Manuel Samuelides, Dimitri Bettebghor, Stéphane Grihon, Antoine Merval, Joseph Morlier. Modèles réduits en optimisation multiniveau de structures aéronautiques. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01422239

**HAL Id: hal-01422239**

**<https://hal.science/hal-01422239>**

Submitted on 24 Dec 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Modèles réduits en optimisation multiniveau de structures aéronautiques

M. Samuelides<sup>1,4</sup>, D. Bettebghor<sup>1,2,4</sup>, S. Grihon<sup>2</sup>, A. Merval<sup>3</sup>, J. Morlier<sup>4</sup>

<sup>1</sup> ONERA, DTIM - 2, av. Edouard Belin BP 4025 - 31055 Toulouse Cedex 4  
{manuel.samuelides,dimitri.bettebghor}@onera.fr

<sup>2</sup> AIRBUS FRANCE - 316 route de Bayonne, 31060 Toulouse Cedex 9, France  
{stephane.grihon,dimitri.bettebghor}@airbus.com

<sup>3</sup> SOGETI HIGH TECH - Avenue Escadrille Normand Niemen, 31700 Blagnac  
antoine.merval@sogeti.com

<sup>4</sup> Université de Toulouse, Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE) -  
10 av. Edouard Belin BP54032, 31055 Toulouse Cedex 4, France  
{manuel.samuelides,joseph.morlier}@isae.fr

---

**Résumé** — Le dimensionnement de grandes structures aéronautiques s'appuie sur des heuristiques qui garantissent l'admissibilité de la structure par rapport aux contraintes de tenue mais pas nécessairement l'optimalité en masse. On se propose ici de formaliser le problème d'optimisation de structures en l'incluant dans la catégorie des problèmes d'optimisation multiniveau. On montre comment l'utilisation de modèles réduits peut simplifier et améliorer les méthodes directes. On présente les premiers résultats obtenus sur un cas test pour les différentes méthodes.

**Mots clés** — optimisation structurale, multiniveau, décomposition-coordination, modèles réduits.

---

## 1 Introduction

### 1.1 Minimisation de la masse d'une structure aéronautique

On s'intéresse ici au dimensionnement d'un fuselage, c'est-à-dire le calcul des dimensions des différents éléments constituant le fuselage de manière à minimiser la masse totale sous des contraintes de tenue statique (déplacement maximal, flambage/post-flambage). Le fuselage est constitué de panneaux de tôles minces de faible épaisseur renforcés dans le sens orbital par des membrures de section importante (appelées *cadres*) et dans le sens des efforts (perpendiculairement aux cadres) par des membrures de section plus petite appelées *lisses* ou raidisseurs. On a représenté Fig. 1 une vue intérieure d'un fuselage Airbus. La structure est alors décomposée en *super-raisseurs*, cellules centrées sur chacun des raidisseurs entre deux cadres. Le dimensionnement consiste à calculer les dimensions détaillées optimales des super-raisseurs pour une grille de cas de charge correspondant aux divers modes de sollicitation de l'avion. Le nombre très élevé de variables rend difficile une approche par optimisation directe surtout lorsqu'on s'intéresse à des structures à base de matériaux complexes comme les matériaux stratifiés composites. Dans ce dernier cas, les contraintes sont plus fortes (pertes de pli progressive pour éviter des phénomènes de délaminage dus à des moments secondaires). Pour réduire le volume des calculs, on propose ici de coupler des méthodes multiniveau et des approximations par modèles réduits.

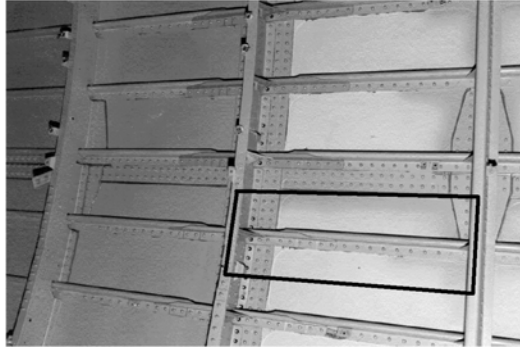


Figure 1 – Vue intérieure d'un fuselage Airbus et super-raidisieur (encadré)

## 2 Méthodologie d'optimisation multiniveau

L'optimisation multiniveau est un domaine de l'optimisation qui vise à résoudre des problèmes de grande taille (plusieurs milliers de variables) en découplant le problème global en sous-problèmes indépendants plus aisés à résoudre. On écrit d'abord le problème formellement puis on présente certaines formulations multiniveau et les différentes utilisations de modèles réduits dans ce cadre.

### 2.1 Formulation multiniveau

Formellement un problème général d'optimisation multiniveau s'écrit :

$$\begin{cases} \min_{Y \in U} J(Y, \gamma(Y)) \\ \chi(Y, \gamma(Y)) \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

où  $\gamma(Y)$  s'exprime implicitement en fonction de  $Y$  par un problème d'optimisation dit local

$$\begin{cases} \gamma(Y) = \arg \min_{Z, X} H(X, Y, Z) \\ \eta(X, Y, Z) \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

Considérons le problème d'optimisation de la masse d'une structure aéronautique. Les contraintes globales font intervenir la distribution des efforts dans toute la structure. Cette distribution se calcule non pas à partir des dimensions détaillées de tous les éléments (notées  $X_i$  pour l'élément  $i$  pour  $i = 1 \dots N$ ) mais à partir de  $Y = (Y_i)_{i=1 \dots N}$  où on note  $Y_i$  le vecteur des variables dites de rigidité de l'élément  $i$  : aire de section et inertie.  $Y_i$  se calcule à partir des variables détaillées :  $Y_i = f(X_i)$ . Le vecteur des efforts internes sur l'élément  $i$  est noté  $\Phi_i(Y)$ . Il dépend du cas de charge et des variables de rigidité. D'autre part, la masse de l'élément  $i$  peut être calculée à partir de  $Y_i$  et on la note  $m_i(Y_i)$ . Le problème admet donc la formulation multiniveau suivante :

$$\begin{cases} \min_{Y_i \in U_i} \sum_{i=1}^N m_i(Y_i) \\ c_{glob}(Y_1, \dots, Y_N) \leq 0 \\ \gamma_i(Y) \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

où la fonction de couplage  $\gamma_i$  est obtenue par une optimisation locale au niveau de l'élément  $i$  :

$$\begin{cases} \gamma_i(Y) = \operatorname{argmin}_{X_i} h_i(Y, X_i) \\ c_{loc}^i(\Phi_i(Y), X_i) \leq 0 \\ Y_i = f(X_i) \end{cases} \quad (4)$$

L'intérêt d'introduire la phase d'optimisation locale provient de la possibilité de "séparation" de cette phase en  $N$  sous-problèmes pouvant être résolus indépendamment (parallélisation).

### 3 Résolution par la méthode du point fixe.

L'une des méthodes les plus utilisées en aéronautique est une heuristique de point-fixe. Dans la formulation générale, la  $n + 1$  itération à partir des variables  $(X^{(n)}, Y^{(n)}, Z^{(n)})$  s'effectue en deux phases successives :

$$\begin{aligned} \text{– phase globale} & \quad \begin{cases} Y^{(n+1)} = \arg \min_{Y \in U} J(Y, X^{(n)}) \\ \chi(Y, X^{(n)}) \leq 0 \end{cases} \\ \text{– phase locale :} & \quad \forall i = 1 \dots N, \begin{cases} X_i^{(n+1)} = \arg \min_{X_i} H(X_i, Y^{(n+1)}, Z^{(n+1)}) \\ \eta_i(X_i, Y^{(n+1)}, Z^{(n+1)}) \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

En pratique la méthode de point fixe est la suivante : sous un cas de charge, on se donne une configuration initiale de la structure, on calcule la distribution des efforts. On dimensionne par une optimisation locale sous les contraintes calculées à partir de cette distribution, on calcule la nouvelle distribution et on répète ce schéma jusqu'à convergence de la distribution. On a donc :

– phase globale : calcul des variables de rigidité et de la distribution des efforts à partir de la configuration  $X^{(n)}$  :

$$Y^{(n)} = f(X^{(n)}) \quad \text{et} \quad \Phi(Y^{(n)}) \quad (5)$$

– phase locale : optimisation de la masse de chaque élément  $i$  sous la distribution  $\Phi(Y^{(n)})$  :

$$\forall i = 1 \dots N, \begin{cases} X_i^{(n+1)} = \arg \min_{X_i} m_i(X_i) \\ c_{loc}^i(\Phi(Y^{(n)}), X_i) \leq 0 \end{cases} \quad (6)$$

Cette méthode (appelée *StiffOpt*) peut être accélérée et régularisée en introduisant dans la phase d'optimisation locale un modèle réduit qui permet d'éviter une partie de ces optimisations en utilisant les optimisations précédentes. Ce modèle réduit peut être construit de façon itérative en utilisant une architecture qui s'y prête (e.g. les régressions à vecteurs support). Utilisée dans l'industrie, pour améliorer des dimensionnements admissibles, cette formulation souffre de nombreuses limitations : les sous-problèmes étant découplés et résolus à efforts internes fixés, on ne peut pas considérer des contraintes globales (déplacement maximal en un point...). De plus, cette heuristique va saturer les contraintes locales or la configuration optimale ne minimise pas nécessairement les masses dans les problèmes d'optimisation locaux (cas d'hyperstaticité).

### 4 Résolution par des méthodes d'optimisation structurale multi-niveau.

Ces formulations ont été développées à partir des années 70. Les différentes méthodes reposent alors sur le choix de la fonction de couplage  $\gamma$  : couplage par rigidité cible, maximisation de marge. L'idée générale est de remplacer la méthode de point fixe par des meilleures prédictions de la fonction de couplage. Cette fonction peut être approchée par une approximation du premier ordre donnée par un calcul de sensibilité (Sobieczanski-Sobieski). Plus récemment, la fonction de couplage a été approchée par un modèle réduit (Hatfka, voir [2]). Nous avons proposé (voir [3] et [4]) la méthode "MinMass" qui permet une meilleure coordination entre les optimisations locales en introduisant une étape d'optimisation globale. La version "point fixe" de MinMass conduit à une itération d'une boucle décomposée en deux phases :

$$\begin{aligned} \text{(a) phase d'optimisation globale :} & \quad \begin{cases} Y_i^{(n+1)} = \arg \min_{Y \in V} \sum_{i=1}^N m_i(Y_i) \\ \forall i, c_i(\Phi_i(Y), X_i^{(n)}) \leq 0 \end{cases} \\ \text{(b) phase d'optimisation locale :} & \quad \forall i = 1 \dots N, \begin{cases} X_i^{n+1} = \arg \min_{X_i} m_i(f(X_i)) \\ c_i(\Phi_i(Y^{(n+1)}), X_i) \leq 0, \\ Y_i^{(n+1)} - f(X_i) \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

L'accélération et la régularisation des méthodes de point fixe par l'utilisation de modèles réduits va conduire à utiliser la phase d'optimisation locale pour construire un modèle réduit de la fonction de couplage notée  $\gamma_i$  dans la formulation générale. Dans notre méthode, les couples entrée-sortie  $\{Y^{(n)}, c_i(\Phi_i(Y^{(n)}), \gamma_i(Y^{(n)}))\}$  sont utilisés pour construire un modèle des contraintes utilisées dans l'optimisation globale.

#### 4.1 Formulations de décomposition-coordination

Ces formulations, à la différence des formulations citées plus haut, ne proviennent pas de la mécanique des structures mais de la recherche opérationnelle. Ces approches, appelées méthodes de décomposition-coordination, ont été unifiées dans les années 70 par G. Cohen (voir [1]). On distingue trois principales méthodes : décomposition par les prix, décomposition par les ressources (ou quantités), décomposition par prédiction. Nous décrivons ici seulement l'approche par prédiction qui donne les meilleurs résultats. La difficulté de l'application à l'optimisation structurale des approches de décomposition réside dans le couplage des éléments par les contraintes. Celles-ci vont être découplées par linéarisation. La linéarisation est contrôlée par une méthode de région de confiance pénalisée par un coefficient  $\alpha_i$  relatif à la contrainte locale sur l'élément  $i$ .

Dans l'algorithme *StiffOpt*, la modification d'un ensemble de variables locales avait pour effet non seulement d'améliorer l'objectif local correspondant mais aussi généralement de détériorer les autres objectifs locaux. L'utilisation des paramètres de Lagrange-Kuhn-Tucker des problèmes locaux comme variables de coordination supplémentaires permet d'anticiper cet effet. On tient compte dans la méthode de prédiction de l'influence différente dans l'optimisation locale d'un élément  $i$  des variables de rigidité propres à cet élément et des variables de rigidité des autres éléments. Celles-ci interviennent dans l'optimisation par les sensibilités relativement à ces variables des efforts sur l'élément  $i$ . Ces dernières sont introduites dans l'optimisation locale par les paramètres de Lagrange-Kuhn-Tucker des autres optimisations locales (écriture d'un lagrangien). Au contraire, les variables propres à l'élément  $i$  interviendront directement dans les contraintes de l'optimisation locale relative à cet élément. On obtient une boucle de calcul décomposée en trois phases.

- (a) Etant données les variables de coordinations  $(Y_i^{(n)})$ ,  $(p_i^{(n)})$ ,  $(\eta_i^{(n)})$  et  $\alpha^{(n)}$ , résoudre pour chaque  $i$  le problème :

$$\begin{cases} X_i^{(n+1)} = \arg \min_{X_i} m_i[f(X_i)] + \sum_{j \neq i} p_j^{(n)} \cdot \frac{\partial c_j}{\partial \eta_j}(\eta_j^{(n)}) \cdot \frac{\partial \Phi_j}{\partial y_i}(Y_j^{(n)}) \cdot \nabla f(x_i^{(n)}) \cdot (x_i - x_i^{(n)}) + \alpha^k \|x_i - x_i^{(n)}\|_2 \\ c_i(\eta_i^{(n)}, X_i) \leq 0 \end{cases}$$

La variable de coordination  $p_i^{(n+1)}$  est le paramètre de Lagrange-Kuhn-Tucker.

- (b) Mettre à jour  $\alpha^{(n+1)}$  en utilisant une méthode de région de confiance.  
(c) Mettre à jour les autres variables de coordination  $Y_i^{(n+1)} = f(X_i^{(n+1)})$  et  $\eta_i^{(n+1)} = \Phi_i[(Y^{(n+1)})]$

### 5 Simulation d'un cas simple : le treillis de dix barres profilées.

Pour tester ces différentes formulations multi-niveaux, on a utilisé le cas-test du treillis 10 barres représenté Fig. 3, il s'agit d'un treillis de barres travaillant uniquement en traction et compression. Un chargement est appliqué aux noeuds 4 et 5 (Fig.3a). Les barres sont à profil en I décrit par 3 variables géométriques  $(e, b, h)$  (Fig.3b). On soumet le treillis à une grille de 20 cas de charges (on fait varier  $F_x^4, F_x^5, F_y^4$  et  $F_y^5$  sur  $(0, -5000, -7000, -10000)$ ). Le caractère d'hyperstaticité de la structure a été accentué en amplifiant d'un facteur 100 les masses volumiques des barres diagonales. La méthode *StiffOpt* ne converge donc pas à l'optimum pour ce cas test.

On considère les contraintes de flambage d'Euler et de flambage local de la barre. En notant  $\sigma_i$  la contrainte (mécanique) dans la barre  $i$  résultant d'un cas de charge, la contrainte d'admissibilité correspondante du dimensionnement de la barre  $i$  est alors :

$$1 - \frac{\sigma_{c, trac}}{\sigma_i} \leq 0 \quad (7)$$

pour une barre en traction ( $\sigma_i \geq 0$ ) et

$$1 - \frac{\sigma_{min, comp}}{\sigma_i} \leq 0 \quad (8)$$

pour une barre en compression ( $\sigma_i \leq 0$ ) avec  $\sigma_{min, comp} = -\min(|\sigma_{Eul, i}|, |\sigma_{Loc, i}|, |\sigma_{c, comp}|)$  où  $\sigma_{c, trac}$  et  $\sigma_{c, comp}$  sont les valeurs des admissibles matériaux.

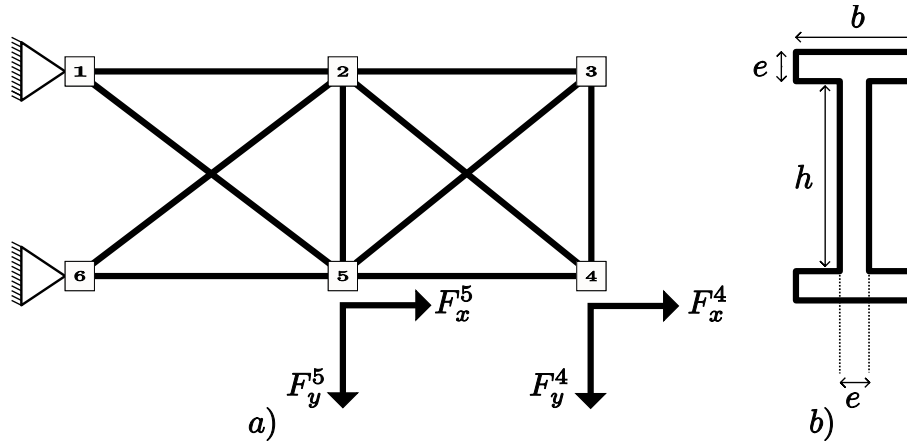


Figure 2 – a) Treillis 10 barres

b) Profil des barres

Les méthodes d'optimisation multiniveau impliquent la linéarisation des contraintes (en dehors des méthodes de point fixe). Il existe plusieurs méthodes de linéarisation qui font toutes intervenir le calcul des sensibilités, e.g les variations élémentaires des déplacements  $u(X)$  pour une configuration  $X$ . Dans un souci de précision numérique, on a calculé ces sensibilités analytiquement. Si on note  $K(X)$  la matrice de rigidité associée au treillis et  $Y_i(X)$  les variables systèmes dites de rigidité (dans le cas du treillis il s'agit des aires de section de chacune des barres), les sensibilités sont alors données par la formule :

$$\frac{\partial u}{\partial Y_i} = -K^{-1} \left( \frac{\partial K}{\partial Y_i} u \right) \quad (9)$$

On en déduit les sensibilités des efforts internes  $\Phi(X)$  et on peut écrire les contraintes approchées comme un développement de Taylor autour du point  $X$  :

$$\Phi(X + h) = \Phi(X) + \sum_{i=1}^N \frac{\partial \Phi}{\partial Y_i} [Y_i(X + h) - Y_i(X)] + o(|h|) \quad (10)$$

D'autre part, il existe de nombreux algorithmes de remise à jour des variables de coordination pour les méthodes de décomposition-coordination. On a utilisé un algorithme implicite de remise à jour des variables de coordination combinée à une relaxation. Les résultats obtenus sont présentés dans les tableaux 1 et 2. Toutes les formulations convergent vers l'optimum. Dans le tableau 1, on présente l'excès de masse relativement à la configuration optimale obtenue pour un nombre fixe d'itérations. Dans le tableau 2, on indique le nombre moyen d'itérations globales (appel aux  $N$  sous-problèmes) pour arriver à moins d'1% de la masse optimale (obtenue par une optimisation directe basée sur l'algorithme SQP).

| Formulation                |                    | Erreur |
|----------------------------|--------------------|--------|
| Optimisation structurale   | Rigidité cible     | 35 %   |
|                            | Maximisation marge | 18 %   |
|                            | Minimisation masse | 12 %   |
| Décomposition-coordination | Prédiction         | 3 %    |

Tableau 1 – Résultats obtenus en 15 itérations sur le cas test du treillis 10 barres

| Formulation                |                    | Nbocles |
|----------------------------|--------------------|---------|
| Optimisation structurale   | Rigidité cible     | 86      |
|                            | Maximisation marge | 75      |
|                            | Minimisation masse | 65      |
| Décomposition-coordination | Prédiction         | 27      |

Tableau 2 – Résultats de convergence obtenus sur le cas test du treillis 10 barres

## 6 Compléments et conclusions

Les résultats obtenus sur le cas test indiquent que les formulations multiniveau sont adaptées à notre problème et ne créent pas de minima locaux. Néanmoins, le mode de convergence diffère pour chaque méthode. Si les formulations d'optimisation structurale convergent globalement de la même manière (en général entre 50 et 100 itérations) avec une masse inférieure à l'itération précédente, il semble que ces méthodes stagnent dans certaines configurations ce qui ralentit la convergence. La méthode de décomposition-coordination par prédiction a un comportement meilleur. Le calcul des sensibilités dépend fortement des outils métier utilisés pour l'analyse locale des contraintes, outils métier qui peuvent comporter des irrégularités artificielles. Dans tous les cas des modèles réduits peuvent être utilisés, soit pour déterminer les sensibilités comme on l'a fait dans l'algorithme MinMass, soit pour les faire entrer comme outil dans le modèle réduit pour augmenter sa précision. Evidemment, les modèles réduits pertinents dépendent du contexte métier et de la méthode choisie pour l'optimisation multiniveau, (voir [5]). Il faut chercher des modèles réduits capables d'exprimer efficacement des irrégularités locales et d'être enrichis itérativement. Il est préférable de choisir des modèles pouvant intégrer des informations de sensibilité. Ces directions de recherche seront poursuivies dans le projet européen MAAXIMUS.

## Références

- [1] G. Cohen. *Optimization by decomposition and coordination : a unified approach*. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-23, No. 2, pp. 222-232, April 1978.
- [2] B. Liu, R.T Hatfka and L.T Watson. *Global-local structural optimization using response surfaces of local optimization margins*. Structural and Multidisciplinary Optimization, 27, 2004
- [3] A. Merval. *Applications des modèles réduits à l'optimisation multiniveaux d'une structure aéronautique*, Thèse SupAéro, 2008.
- [4] A. Merval, M. Samuelides, S. Grihon. *Multilevel optimization with local mass minimization*, In : 2<sup>o</sup> European conference for aerospace sciences, 1-6 June 2007, Bruxelles, Belgique.
- [5] M. Samuelides. *Surface de réponse et réduction de modèles*, in "Optimisation Multidisciplinaire en Mécanique (2)", sous la direction de Rajan Filomeno Coelho et Piotr Breitkopf, Hermès (2009).