



**HAL**  
open science

## Modèle d'interaction fluide-structure pour une analyse dynamique 2D d'une palme

Nicolas Bideau, Benjamin Mahiou, Laurent Monier, Benoit Bideau, Laura Nicolas, Fulgence Razafimahéry, Lalaonirina Rakotomanana-Ravelonarivo

► **To cite this version:**

Nicolas Bideau, Benjamin Mahiou, Laurent Monier, Benoit Bideau, Laura Nicolas, et al.. Modèle d'interaction fluide-structure pour une analyse dynamique 2D d'une palme. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01422236

**HAL Id: hal-01422236**

**<https://hal.science/hal-01422236>**

Submitted on 24 Dec 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Modèle d'interaction fluide-structure pour une analyse dynamique 2D d'une palme

N. Bideau<sup>1</sup>, B. Mahiou<sup>1</sup>, L. Monier<sup>1</sup>, B. Bideau<sup>2</sup>, G. Nicolas<sup>2</sup>,  
F. Razafimahery<sup>1</sup>, L. Rakotomanana<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institut de Recherche Mathématique de Rennes (Université de Rennes 1)  
Campus de Beaulieu, 35042 Rennes cedex  
nicolas.bideau@univ-rennes1.fr

<sup>2</sup> Laboratoire Mouvement, Sport, Santé (Université de Rennes 2 - ENS Cachan)  
Avenue Charles Tillon, 35044 Rennes cedex  
benoit.bideau@uhb.fr

---

**Résumé** — Nous présentons dans ce travail un modèle continu de la dynamique d'une palme dans le cadre de l'approche par interaction fluide-structure. La première partie est consacrée à l'étude de l'influence du fluide environnant sur les modes de vibration. La seconde partie présente une analyse dynamique directe. Le transfert d'énergie entre la palme et le fluide est mis en évidence permettant de quantifier le rendement propulsif de la palme.

**Mots clés** — Interaction fluide-structure, analyse modale, propulsion, éléments finis.

---

## 1 Introduction

L'analyse dynamique de la locomotion aquatique est un paramètre fondamental dans la recherche de la performance. Dans le cas de la nage avec palmes, l'efficacité propulsive dépend de plusieurs facteurs. On peut citer notamment la nature du matériau constitutif, c'est-à-dire sa masse volumique et sa souplesse ou sa rigidité qui jouent un rôle crucial dans la réponse dynamique de la palme en phase de propulsion. Des études récentes tentent de modéliser les différents types de palmes. Ces modèles visent à évaluer les performances dynamiques de la palme, notamment la traînée et la portance qui sont les deux paramètres jugés pertinents pour quantifier l'efficacité propulsive d'une palme. Certains modèles proposés sont essentiellement de type discret [7], [8], tandis que d'autres, s'inspirant des organes de propulsion de certains cétacés marins, utilisent des modèles continus [1], [2]. La plupart de ces auteurs ne mettent pas toujours en évidence le caractère hautement couplé du problème. En effet, pour les vitesses de sollicitations observées en situation réelle de nage, le couplage entre le fluide et la palme devient fort.

Le travail présenté ici aborde l'élaboration d'un modèle continu dans le cadre de l'approche par interaction fluide-structure et constitue la suite logique de l'étude menée en [6]. Cette approche permet de mener une étude à caractère paramétrique, où l'on peut faire varier certaines données liées aux caractéristiques géométriques, matérielles et cinématiques du modèle. Pour tester la qualité d'une palme, il est courant d'étudier sa déformée de façon quasi-statique et sa réponse dynamique dans l'air [3]. Un des problèmes fondamentaux est de quantifier l'influence du fluide environnant sur les propriétés dynamiques de la palme notamment en étudiant le comportement modal du système couplé. Ainsi, dans une première partie, on s'intéresse à l'extraction des premiers modes propres (fréquences et formes modales) qui permet d'obtenir des informations assez

précises sur la réponse vibratoire. En effet, ce sont les deux premières fréquences qui constituent les paramètres essentiels pour filtrer les différents types de mouvement du systèmes, selon l'hypothèse de Rayleigh-Basile. Enfin, la connaissance des variations des fréquences propres de la palme selon que la palme soit dans le vide, dans l'air et dans l'eau est crucial pour l'optimisation de la propulsion. Dans une deuxième partie on aborde le problème de dynamique dynamique directe. Pour cela, on se place dans le repère lié à la palme, ou plus précisément au pied du nageur. La résolution du problème couplé par la méthode des éléments finis permet ainsi d'étudier l'influence du caractère déformable du matériau sur le rendement propulsif.

## 2 Modèle d'interaction fluide-structure couplée

On se place dans l'hypothèse d'un nageur pour lequel les échelles des différents types de mouvements sont inférieures à la célérité des ondes de cisaillement ou de compression du matériau constituant la palme. Ceci permet d'utiliser une approximation acoustique pour le fluide et un modèle de solide élastique pour la palme. Le système bidimensionnel considéré ici est décrit par la Figure 1 et composé d'un domaine solide ( $\Omega_s$ ) couplé avec un domaine fluide ( $\Omega_f$ ), la frontière ( $\Gamma$ ) caractérisant l'interface fluide-structure. La palme est modélisée par un solide élastique en contrainte plane et en petites déformations.

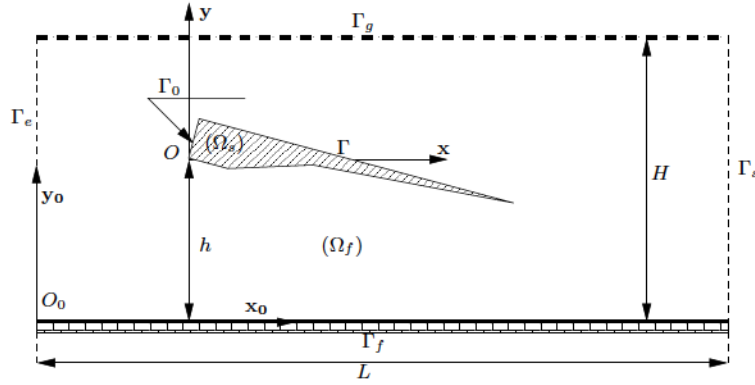


Figure 1 – Le système palme-fluide en couplage inertiel.

Dans la modélisation dynamique, on essaie de reproduire les différents types de mouvement auxquels est soumise la palme. Pour cela, on se place dans le repère lié au pied du nageur. Le mouvement du pied est composé d'une rotation et d'une translation. C'est un mouvement de corps rigide décrit par trois paramètres, constitués des deux coordonnées ( $c(t), h(t)$ ) d'un point du pied et une coordonnée angulaire de rotation  $\omega(t)$ . Dans le cas que nous envisageons, on suppose  $c(t) = 0$ . Par rapport au repère lié au pied, la palme est soumise à une force d'inertie d'entraînement et de Coriolis et qui a pour expressions

$$\rho \mathbf{F}(t) = -2\rho \dot{\omega}(t) \mathbf{z} \times \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \rho \begin{bmatrix} \ddot{h}(t) \sin[\omega(t)] - y\ddot{\omega}(t) - x\dot{\omega}^2(t) \\ \ddot{h}(t) \cos[\omega(t)] + x\ddot{\omega}(t) - y\dot{\omega}^2(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

où  $\mathbf{u}$  est le champ de déplacement de la palme dans le repère lié au pied. On peut montrer que dans le cadre du modèle adopté, les efforts d'inertie de Coriolis sont négligeables, c'est-à-dire  $\dot{\omega}(t) \mathbf{z} \times \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \simeq \mathbf{0}$ . Pour le problème acoustique, il est d'usage d'utiliser la décomposition suivante

$$\rho \mathbf{F}(t) = -\rho_0 \begin{bmatrix} \ddot{h}(t) \sin[\omega(t)] - x\dot{\omega}^2(t) \\ \ddot{h}(t) \cos[\omega(t)] - y\dot{\omega}^2(t) \end{bmatrix} - \rho_0 \begin{bmatrix} -y\ddot{\omega}(t) \\ x\dot{\omega}(t) \end{bmatrix} = \mathbf{q} + \mathbf{Q} \quad (2)$$

où  $\mathbf{q}$  est une source qualifiée de dipôle et  $\text{div}(\mathbf{Q}) = Q$  est le monopôle. Par ailleurs, on négligera l'effet de surface libre. Les frontières en amont et en aval de la palme sont supposées placées assez loin pour qu'elles soient considérées libres. En notant  $\mathbf{u}$  le champ de déplacement dans le solide et  $p$  le champ de pression fluctuante dans le fluide, le problème consiste alors à trouver  $(\mathbf{u}, p)$  solutions de

$$\left\{ \begin{array}{ll} \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} & = \mathbf{div} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) + \rho \mathbf{F}(t) & (\Omega_s) \\ \mathbf{u} & = \mathbf{0} & (\Gamma_0) \\ \text{div} \left[ -\frac{1}{\rho_0} (\nabla p - \mathbf{q}) \right] - \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} & = Q & (\Omega_f) \\ \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) \mathbf{n} & = -p \mathbf{n} & (\Gamma) \\ \frac{1}{\rho_0} [\nabla p - \mathbf{q}] \cdot \mathbf{n} & = -\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} \cdot \mathbf{n} & (\Gamma) \\ [\nabla p - \mathbf{q}] \cdot \mathbf{n} & = 0 & (\Gamma_h) \\ p & = 0 & (\Gamma_g \cup \Gamma_s \cup \Gamma_e) \end{array} \right. \quad (3)$$

où  $c_0$  est la célérité du son dans le fluide,  $\rho$  la masse volumique de la palme,  $\rho_0$  celle du fluide. Le vecteur normal  $\mathbf{n}$  est orienté vers l'extérieur du fluide.

### 3 Analyse modale

Dans cette section, on s'intéressera aux différentes modélisations modales du système. Pour cela on posera  $\mathbf{F} = \mathbf{0}$  et on étudiera différentes situations qui vont nous permettre de suivre les variations des paramètres modaux. La formulation en champ de pression est de loin la plus utilisée dans la littérature [5], mais celle-ci nous semble inadaptée pour mettre en évidence certains paramètres dynamiques comme la notion de masse ajoutée. Pour contourner ces inconvénients, nous avons adopté une formulation en potentiel de déplacement, où les problèmes structural et fluide peuvent être traités dans le même espace. En effet, en introduisant le champ de déplacement  $\mathbf{w}$  du fluide, on peut montrer [5] qu'il existe une fonction  $\Phi$  telle que  $\mathbf{w} = \nabla \Phi$ . Le problème modal consiste alors à trouver le triplet  $(\mathbf{u}, \Phi, \omega)$  solution du problème variationnel suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) dx - \omega^2 \left( \int_{\Omega_s} \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} dx + \int_{\Gamma} \rho_0 \Phi \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} d\Gamma \right) & = 0 \\ \int_{\Omega_f} \nabla \Phi \cdot \nabla \phi dx - \omega^2 \left( \int_{\Gamma} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \phi d\Gamma + \int_{\Omega_f} \frac{\Phi \phi}{c_0^2} dx \right) & = 0 \end{array} \right. \quad \forall (\mathbf{v}, \phi) \in \mathbf{V} \times Q \quad (4)$$

où  $\mathbf{V} = \{\mathbf{v} \in \mathbf{H}^1(\Omega_s), \mathbf{v} = \mathbf{0} (\Gamma_0)\}$  et  $Q = H^1(\Omega)$ . En utilisant les éléments de Lagrange, où  $\mathbf{u}_h \in \mathbb{P}_2 \times \mathbb{P}_2$  et  $\Phi_h \in \mathbb{P}_1$ , la discrétisation du problème variationnel conduit au système :

$$\begin{bmatrix} \mathbb{K} & \mathbb{O} \\ \mathbb{O} & \mathbb{K}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \Phi \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbb{M} & \mathbb{M}_a \\ \mathbb{M}_1 & \mathbb{M}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Ce système non symétrique a été résolu directement, à l'aide du logiciel Comsol Multiphysics. On peut remarquer l'apparition d'une nouvelle quantité, notée  $\mathbb{M}_a$  et appelée matrice de masse ajoutée. Ainsi, on peut définir une quantité scalaire associée à cette matrice, que l'on peut qualifier de masse ajoutée du système et définie par la relation  $m_a := \int_{\Gamma} \rho_0 \Phi \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} d\Gamma$ . La matrice de masse ajoutée  $\mathbb{M}_a$  est définie positive [5]. Elle caractérise le transfert d'accélération de la palme vers le fluide et vice-versa. Dans le cas général, cette matrice n'est pas diagonale.

## 4 Analyse dynamique directe

La cinématique utilisée dans notre modèle est celle proposée en [4], où

$$\omega(t) = \theta_0 \sin(\omega_0 t + \psi); \quad h(t) = h_0 \sin(\omega_0 t) \quad (6)$$

$$\text{avec} \quad \omega_0 = 1.7\pi \text{ rad.s}^{-1}; \theta_0 = \frac{\pi}{4} \text{ rad}; \psi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}; h_0 = \frac{3}{4}\mathcal{L}; \quad (7)$$

avec  $\mathcal{L} = 0.7m$  est la corde du profil, c'est-à-dire la longueur de la palme. Les paramètres hydrodynamiques qui nous semblent les plus pertinents dans notre analyse sont la résultante  $\mathbf{R}$  des efforts qui s'exercent sur la palme pendant la phase de mouvement, ainsi que l'énergie de déformation élastique :

$$\mathbf{R} = \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})\mathbf{n}d\Gamma = D(t)\mathbf{x} + L(t)\mathbf{y} \quad ; \quad W(t) = \int_{\Omega_s} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u})dx \quad (8)$$

Les deux composantes instantanées  $D$  et  $L$  sont respectivement la poussée et la portance de la palme.

## 5 Résultats numériques et discussion

Afin d'étudier l'influence de l'élasticité de la palme sur la réponse dynamique, trois types de caractéristiques matérielles pour la palme sont présentés ici (Tableau 1). Les caractéristiques ma-

Matériau	$E [Pa]$	$\nu$	$\rho [kg/m^3]$
Carbone 12K	$146.10^9$	0.32	1565
Polyéthylène faible densité	$2.10^9$	0.38	920
Caoutchouc	$0,05.10^9$	0.49	1250

Tableau 1 – Caractéristiques matérielles utilisées pour la simulation numérique.

térielles du fluide sont  $\rho_0 = 1000kg.m^{-3}$ ,  $c_0 = 1450m.s^{-1}$ .

Du point de vue de la simulation plusieurs configurations peuvent être envisagées pour l'analyse modale. La première est configuration idéale c'est à dire l'étude des modes propres de la palme en l'absence de tout milieu fluide. Cette situation bien que fréquemment utilisée s'avère inexacte d'un point de vue expérimental. La présence de l'air environnant conduisant a priori à des valeurs différentes de celles obtenues dans le vide, à cause de l'effet de masse ajoutée. Le Tableau 2 présente les premières fréquences fondamentales en présence d'eau, d'air et en l'absence de fluide environnant. La première fréquence est réduite de manière importante avec une diminution calculée de 70%. On observe une augmentation de la seconde et de la troisième fréquence de 27% et 155% respectivement. En outre, la non-symétrie de la matrice de masse ajoutée entraîne des différences entre les formes modales de la palme sans fluide et avec fluide. Par conséquent, la non-prise en compte du couplage entre la palme et l'eau peut conduire à des interprétations erronées des propriétés mécaniques de la palme immergée. L'évolution temporelle des forces résultantes est représentée sur la Figure 4. Durant les oscillations, la palme la plus rigide génère une force avec une composante en poussée relativement faible, indiquant que la majeure partie de la force produite est sous forme de portance. A l'inverse, le modèle le plus flexible, la contribution de la poussée est dominante comparée à la portance dans résultante des forces. En outre, du fait de la non symétrie de la géométrie et du caractère déformable de la palme, les forces résultantes ne sont pas symétriques par rapport à zéro. L'évolution temporelle de ces variables tend vers un comportement oscillant lorsque la rigidité de la structure augmente. Il est important de remarquer que la fréquence de la poussée est singulièrement différente de la fréquence d'excitation fournie à la palme. De la même

manière, l'énergie élastique ne varie pas de manière périodique au cours du temps (Figure 5) dont l'amplitude est liée à l'importance de la déformation. Ce phénomène traduit l'influence du fluide environnant sur la déformation de la palme. Par conséquent, les caractéristiques propulsives sont donc fortement dépendantes de la propriété élastique de la palme.

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$
Vide	36.955	157.958	355.842	579.718	629.215	939.874	1332.406	1491.677
Air	36.671	52.892	70.612	102.806	142.235	156.308	162.241	171.915
Eau	10.791	80.185	164.128	241.024	308.373	328.065	455.083	556.271

Tableau 2 – Comparaison des premières fréquences propres en présence ou en l'absence de fluide.  $f_i = \omega_i/2\pi$  (Hz).

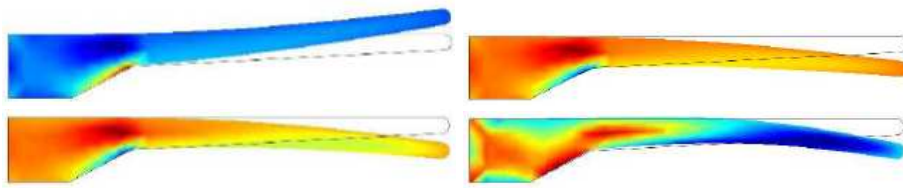


Figure 2 – Les 4 premières formes modales avec la contrainte de Von Misès dans le cadre d'un modèle couplé palme-air.

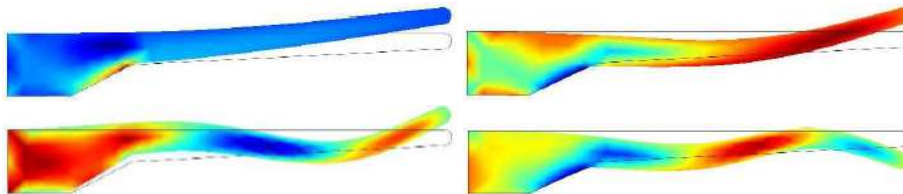


Figure 3 – Les 4 premières formes modales avec la contrainte de Von Misès dans le cadre d'un modèle couplé palme-eau.

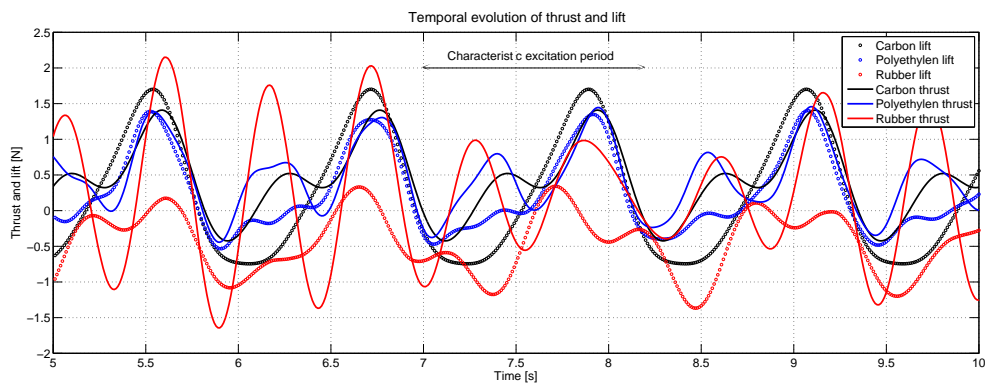


Figure 4 – Evolution temporelle de la poussée et de la portance pour trois types de voilures. Contrairement au modèle rigide [4], une excitation harmonique résulte en une force propulsive non-sinusoidale. L'amplitude de poussée est augmentée par la prise en compte de l'élasticité de la palme.

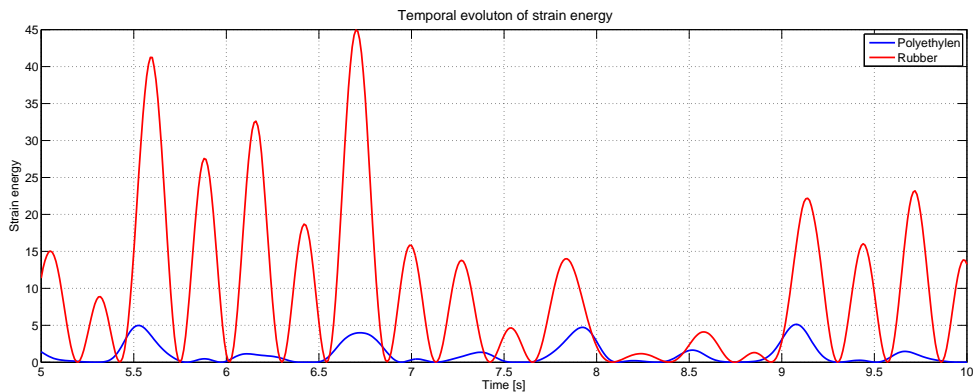


Figure 5 – Evolution temporelle de l'énergie de déformation élastique pour deux modèles de palmes.

## 6 Conclusion

Nous présentons ici un modèle d'interaction fluide-structure pour l'analyse de la dynamique d'une palme. Dans cette étude, l'analyse modale a montré que la prise en compte du couplage avec le fluide environnant est essentielle pour la conception des palmes et l'estimation des forces agissant sur la cheville du nageur. Par ailleurs, sur la base de ce modèle, on remarque que l'énergie de déformation élastique affecte de manière significative les caractéristiques propulsives de la palme. Une confrontation de ces résultats avec les valeurs obtenues expérimentalement sur l'automate HERMES [9] est actuellement en cours.

## Références

- [1] I. AKhtar, R. Mittal, G. V. Lauder, E. Drucker. Hydrodynamic of biologically inspired tandem flapping foil configuration. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 21, 155–170, 2007.
- [2] Y. Yadykin, V. Tenetov, D. Levin The added mass of a flexible plate oscillating in a fluid. *Journal of Fluids and Structures*, 17, 115–123, 2003.
- [3] B. Bideau, B. Colobert, N. Fusco, F. Multon, P. Delamarche. How to compute monofin's mechanical parameters ? *Biomechanics and Medicine in Swimming IX*, PU Saint-Etienne, 505–510, 2003.
- [4] D. A. Read, F. S. Hover and M. S. Triantafyllou. Forces on oscillating foils for propulsion and maneuvering. *Journal of Fluids and Structures*, 17, 163–183, 2003.
- [5] H. J. -P. Morand and R. Ohayon. *Fluid Structure Interaction*, John Wiley & Sons, 1995.
- [6] N. Bideau, B. Mahiou, L. Monier, B. Bideau, G. Nicolas, F. Razafimahery, L. Rakotomanana. Dynamique couplée 2D d'un modèle de palme. *Proceedings, 4èmes journées spécialisées de Natation*, 119–120, 2008.
- [7] J. C. Mollendorf, J. D. Felske, S. Samimy. A Fluid/Solid Model for Predicting Slender Body Deflection in a Moving Fluid. *Journal of Applied Mechanics*, 70, 346–350, 2003.
- [8] M. A. Luersen, R. Le Riche, D. Lemosse, O. Le Maître. A computationally efficient approach to swimming monofin optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 31, 488–496, 2006.
- [9] G. Nicolas, B. Bideau, B. Colobert, G. Le Guerroué, L. Baly and P. Delamarche. Dynamic evaluation of swimfins. *Journal of Biomechanics*, 39, 459, 2006.