



HAL
open science

Adaptation de la topologie CAO pour la génération d'un modèle de simulation et de ses contraintes de maillage éléments finis

Gilles Foucault, Jean-Claude Léon, Roland Maranzana, Jean-Christophe Cuillière, Vincent François

► To cite this version:

Gilles Foucault, Jean-Claude Léon, Roland Maranzana, Jean-Christophe Cuillière, Vincent François. Adaptation de la topologie CAO pour la génération d'un modèle de simulation et de ses contraintes de maillage éléments finis. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01422170

HAL Id: hal-01422170

<https://hal.science/hal-01422170>

Submitted on 23 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Adaptation de la topologie CAO pour la génération d'un modèle de simulation et de ses contraintes de maillage éléments finis

G. Foucault¹, J.-C. Léon¹, R. Maranzana², J.-C. Cuillière³, V. François³

¹ (1) Laboratoire G-SCOP (UJF, Grenoble-INP, CNRS),
46 avenue Félix Viallet 38000 Grenoble
{gilles.foucault,jean-claude.leon}@g-scop.fr

² Laboratoire LIPPS (ETS Montréal)
ETS Montréal, 1100, rue Notre-Dame Ouest. Montréal (Québec) H3C 1K3, Canada
roland.maranzana@etsmtl.ca

³ Université du Québec à Trois-Rivières
CP 500, Trois-Rivières (Québec) G9A-5H7, Canada
{jean-christophe.cuilliere,vincent.francois}@uqtr.ca

Résumé — L'adaptation des modèles CAO pour l'analyse par éléments finis est une étape longue et fastidieuse lorsque la pièce comporte un grand nombre de détails gênants pour le maillage et le calcul. L'adaptation automatique du modèle CAO repose d'une part sur des critères d'identification des détails gênants pour le maillage, et d'autre part sur l'identification de l'opérateur d'adaptation approprié à chaque type de détail. Ce papier présente un processus d'adaptation et un ensemble de critères dans le but d'automatiser l'adaptation du modèle CAO par des opérateurs d'adaptation topologiques : suppression d'arête, suppression de sommet, découpage d'arête, contraction d'arête en sommet, fusion de sommets.

Mots clés — CAO , MEF , modèle de calcul, critère d'adaptation topologique, opérateurs d'adaptation topologique

1 Introduction

Exprimer les hypothèses de calcul et adapter le modèle CAO sont les étapes préliminaires pour utiliser les techniques actuelles de calcul par éléments finis. Les modèles CAO sont souvent composés d'un grand nombre de faces étroites et de petites arêtes rendant impossible le respect de la taille d'élément souhaitée. Ces détails causent souvent des éléments de maillage de piètre qualité, et des zones de surdensité d'éléments. Les surdensités d'éléments ralentissent la résolution du calcul, alors que les éléments de mauvaise forme ont tendance à fausser les résultats de calculs. Ainsi, il est essentiel d'adapter le modèle CAO aux besoins de l'analyse par éléments finis.

Bien que les environnements de CAO actuels tendent à intégrer les outils d'analyse par éléments finis, la génération de modèles pour le calcul reste difficile et manque d'outils d'adaptation automatique.

Plusieurs approches consistent à adapter directement le maillage issu du modèle CAO initial [4, 20, 2, 6]. Dans ces approches, des transformations topologiques suppriment directement les

éléments de maillage : décimation de triangulation, contraction de tétraèdre en sommet, etc... Une limitation importante de ces approches est que les opérations d'édition du maillage sont incapables de supprimer les détails de trous débouchant. Donc les trous débouchant gênants pour le maillage doivent être supprimés avant l'étape de génération du maillage. Ces approches comportent d'autres inconvénients. Premièrement, les détails de la pièce CAO initiale peuvent rendre la génération du maillage initial très complexe. Deuxièmement, le processus d'édition du maillage obtenu à partir de la pièce CAO initiale casse le lien entre le maillage et la pièce CAO : les éléments du maillage simplifié ne correspondent plus aux faces et arêtes du modèle CAO. Les informations attachées aux faces, arêtes, et sommets du modèle CAO sont perdues : chargements, matériaux, contraintes cinématiques. Ainsi, le manque de lien entre le maillage simplifié et le modèle CAO initial conduit à une faible intégration du maillage dans l'environnement CAO et, plus généralement, le modèle produit.

Quelques travaux consistent à préserver le lien CAO-maillage pendant le processus de simplification [10]. L'approche nommée " High Level Topology " (HLT) consiste à lier les éléments de maillage aux entités correspondantes du modèle CAO. Cette approche permet de transférer les paramètres de calcul définis sur modèle CAO vers le maillage, ou inversement de transférer les résultats d'analyse sur le modèle CAO. Néanmoins, cette approche nécessite encore des outils pour adapter la topologie du modèle CAO pour le calcul.

D'autres approches consistent à éditer le modèle CAO pour l'adapter aux besoins du calcul. Parmi celles-ci, la reconnaissance et l'extraction de caractéristiques de forme simplifie les détails définis par des congés de raccordement [22], des extrusions [21] ou des perçages [13]. Ces approches génèrent des modèles de calcul définis par des arbres de caractéristiques géométriques, où chaque caractéristique représente une étape de simplification. Lee et al. [15] proposent une technique de suppression de caractéristique qui analyse les caractéristiques d'un arbre de construction CAO et génère un nouvel arbre de caractéristiques dont les opérations de désactivation et de réactivation sont indépendantes de la hiérarchie de l'arbre (avec certaines limitations). Malheureusement, la plupart des approches basées sur les caractéristiques gèrent un ensemble restreint de caractéristiques prédéfinies, et les interactions entre caractéristiques restent difficiles à traiter de manière automatique. Ces approches restent efficaces pour supprimer les trous, les perçages et les extrusions, pour préparer les pièces en complément des techniques d'édition de maillage ou des techniques d'édition de topologie du modèle CAO.

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour évaluer a priori ou a posteriori l'impact d'adaptations géométriques sur les résultats de calcul. La méthode présentée dans [14] utilise les résultats d'une analyse par éléments finis pour approximer le résultat après une légère modification de la pièce CAO. D'autres méthodes [8] permettent d'utiliser des critères a priori pour contrôler localement l'impact des changements de forme pendant ou après le processus de simplification.

L'approche de topologie virtuelle [19, 12, 1, 16] a pour but d'éditer la topologie du modèle B-Rep afin de l'adapter aux besoins du maillage. Ces approches exécutent itérativement des opérations de fusion de faces et d'arêtes adjacentes afin d'obtenir une topologie adaptée. Néanmoins, plusieurs types de détails topologiques ne sont pas traités par cette approche, notamment la suppression partielle d'arête et la contraction d'arête en sommet.

La topologie des contraintes de maillage (TCM) [7] a été conçue pour fournir une représentation intrinsèquement adaptée aux besoins de la génération du maillage. Cette structure de données est basée sur des hypergraphes qui représentent les liens d'adjacence faces-arêtes, arêtes-sommets, et faces-sommets. Elle a été conçue d'une part pour permettre la représentation des liaisons topologiques de sommets et d'arêtes situés à l'intérieur du domaine d'une face (ce type de configuration topologique étant pertinent dans des cas d'analyse par éléments finis), et d'autre part pour faciliter les opérations d'édition topologique (les opérateurs et les propriétés des graphes facilitent l'édition

et le maintien de la cohérence des hypergraphes de topologie de la TCM). Les opérateurs d'édition topologique de la TCM couvrent les transformations nécessaires pour adapter la topologie du modèle CAO aux besoins du maillage : suppression d'arête, découpage d'arête, suppression de sommet, fusion de sommets, contraction d'arête en sommet.

L'objectif principal de cette étude est de mettre en place des critères pertinents pour identifier les opérateurs d'adaptation de la TCM à appliquer afin de simplifier chaque type de détail du modèle initial. Les critères automatiques et les opérateurs associés effectuent automatiquement les adaptations suivantes : élargissement de faces étroites et de petites arêtes, suppression des arêtes et des sommets situés dans les zones de faible courbure, contraction de sections étroites de faces. L'approche d'adaptation tient compte des conditions aux limites en conservant les entités topologiques sous-jacentes.

2 Contexte et objectifs du modèle de représentation des contraintes de maillage (TCM)

Dans le contexte de notre travail, nous considérons une pièce CAO volumique qui définit le support géométrique du maillage dans le cadre d'une analyse par éléments finis. Nous nous intéressons aux cas où la géométrie et le comportement mécanique de la pièce ne permettent pas de réduction dimensionnelle. L'analyste mécanicien définit les hypothèses mécaniques et les conditions aux limites sur la pièce CAO : matériaux, chargements, contraintes cinétiques. L'analyste définit ensuite le but de calcul, la précision souhaitée pour le calcul, et le type de maillage.

Etant donné son savoir-faire, l'analyste définit une carte de tailles adaptée à la géométrie et à la précision de calcul souhaitée (boucle d'adaptation du modèle de calcul de type h -adaptation). Par exemple, l'analyste définira une taille de maillage grossière pour faire une analyse rapide dans le seul but d'identifier les zones de concentrations de contraintes. L'analyste pourra aussi définir une carte de tailles mieux raffinée s'il connaît a priori les zones de la pièce qui seront fortement contraintes et la taille des éléments nécessaires.

La pièce CAO peut comporter des détails de peau dont l'influence est uniquement locale sur les champs de contraintes et de déformations de la pièce et peuvent être supprimés sans danger pour l'analyse. Les détails de peau ont une taille inférieure à la taille d'élément fini nécessaire pour respecter la précision souhaitée. Les fonctions de construction CAO sont identifiées comme détails lorsqu'une de leurs dimensions caractéristiques est inférieure à la taille définie par la carte de tailles. Par exemple, les perçages dont le diamètre est faible par rapport à la taille d'élément locale sont des détails.

Deux étapes d'adaptation permettent de transformer le modèle CAO en modèle pour le calcul (Voir figure 1) :

- **Suppression des fonctions CAO reconnues comme détails** : les découpages par extrusion, et les perçages identifiés comme détails de peau sont éliminés par des opérateurs de suppression appropriés. Ces derniers sont la suppression des faces du détail, ou bien la désactivation de la fonction dans l'arbre. A la fin de l'étape de suppression de fonctions, le modèle CAO ne contient plus de détails,
- **Adaptation de la TCM** : la topologie du B-Rep est convertie en TCM : trois hypergraphes représentent les liens d'adjacence face-arête, face-sommet, arête-sommet. Ensuite, les critères automatiques d'adaptation appliquent les opérateurs d'adaptation TCM (Voir figure 2) afin d'obtenir une topologie optimale pour les besoins du maillage.

Suite aux étapes d'adaptation du modèle CAO, le modèle TCM sert de support pour la génération du maillage.

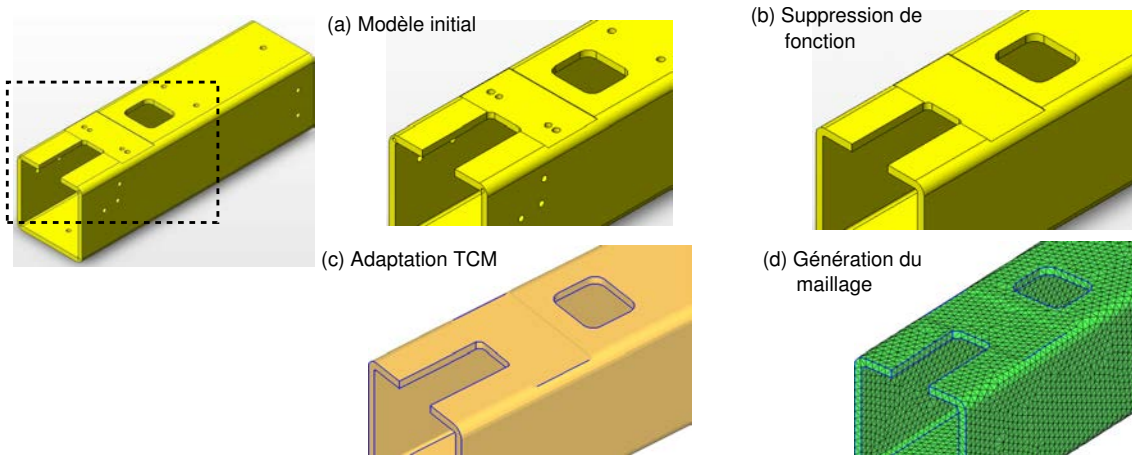


Figure 1 – Les deux étapes du processus d'adaptation

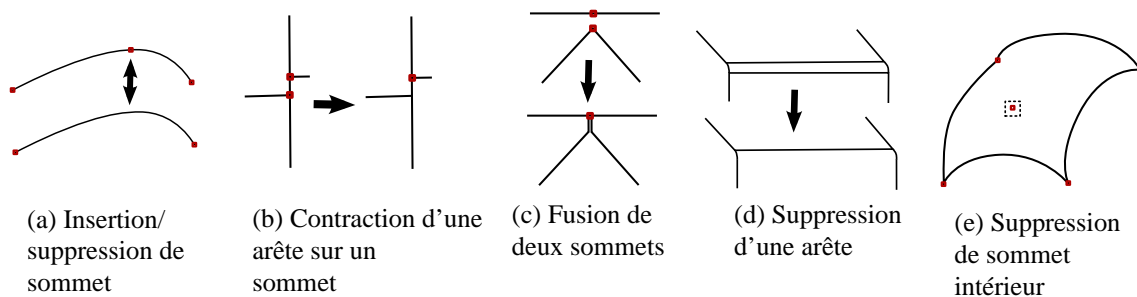


Figure 2 – Opérateurs d'adaptation TCM.

Dans notre contexte, le maillage est généré à partir des entités topologiques du modèle B-Rep. Le processus de maillage discrétise chaque entité topologique, en commençant par les sommets, et en progressant sur les arêtes, puis les faces, jusqu'au volume. Lorsqu'une entité de maillage est générée, le lien entre cette entité et la topologie est enregistré : l'entité topologique est référencée par l'entité de maillage, et réciproquement l'entité de maillage est référencée par l'entité topologique.

3 Indices de qualité et critères d'adaptation TCM

Cette section définit les *indices de qualité* de maillage associés aux entités topologiques, puis introduit les critères d'adaptation TCM :

- **Un indice de qualité** de maillage mesure le degré de satisfaction d'un besoin du maillage : taille, forme, précision géométrique, ...,
- **Un critère d'adaptation TCM** mesure a priori l'amélioration d'un indice de qualité de maillage obtenue par l'application d'un opérateur d'adaptation de topologie TCM.

L'idée principale de nos critères d'adaptation TCM est de traduire les indices de qualité de maillage en termes de propriétés géométriques pour les entités B-Rep (distance entre arêtes, courbure normale le long des arêtes, etc.). Par conséquent, ces critères sont intrinsèquement adaptés aux besoins du maillage, contrairement aux critères heuristiques de fusion de faces proposés par [19, 12].

3.1 Indices de qualité de maillage et contraintes pour l'adaptation

Les *indices de qualité* suivants mesurent le degré de satisfaction des besoins du maillage :

- **Respect de la carte de tailles (H)** : la taille des éléments générés par le mailleur (longueur de segment), notée h doit être proche de la fonction carte de tailles $H(x, y, z)$. Le coefficient de sur-densité J d'un élément représente le ratio taille souhaitée/taille d'élément $J = H/h$. La valeur $J = 1$ indique une qualité optimale en terme de taille d'élément.
- **Précision géométrique (erreur de discrétisation (ϵ, δ))** : la précision géométrique doit être optimisée autant que possible en réduisant l'erreur de discrétisation δ (Voir figure 3). L'erreur de discrétisation absolue, notée δ , est la distance maximale comprise entre un élément de maillage et la géométrie. L'erreur de discrétisation relative, $\epsilon = \delta/H$, est le rapport entre l'erreur de discrétisation absolue δ et la carte de tailles imposée (H). Une valeur de ϵ et δ qui tend vers zéro indique une qualité optimale en terme de précision géométrique.
- **Respect des domaines des conditions aux limites** : le maillage doit représenter les zones de conditions aux limites. Par exemple, un sommet soumis à un chargement ponctuel doit être représenté par un noeud coïncident, les faces soumises à une condition aux limites doivent être maillées respectivement.

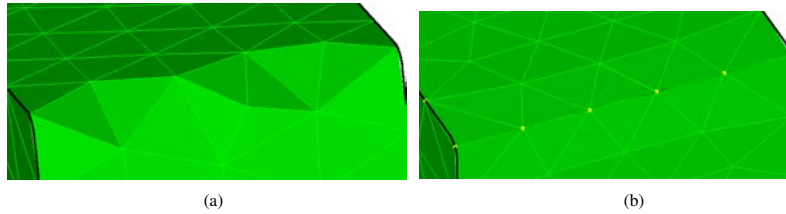


Figure 3 – (a) erreur de discrétisation importante causée par le non-respect d'une arête vive par le maillage (b) erreur de discrétisation minimisée grâce au respect de l'arête vive par le maillage

Les **seuils de qualité** J_{\max} et ϵ_{\max} définissent respectivement la *surdensité* maximale et l'*erreur de discrétisation* maximale que le maillage doit respecter. Leur rôle est de quantifier les **contraintes de qualité** du processus d'adaptation TCM.

Indice de qualité	Seuil maxi	Contrainte de qualité
Taille	J_{\max}	La taille des éléments finis générés doit être supérieure à la taille de maille minimale $h > H_{\min}$, où H_{\min} est définie par le seuil maximal du coefficient de sur-densité : $H_{\min} = \frac{H}{J_{\max}}$
Précision géométrique	ϵ_{\max}	L'erreur de discrétisation relative $\epsilon = \delta/H$ doit être inférieure au seuil maximal ϵ_{\max} : $\epsilon < \epsilon_{\max}$

Tableau 1 – Seuils maximaux et contraintes de qualité

3.2 Contrainte d'angle de déviation

Dans cette section, nous introduisons la contrainte d'angle de déviation qui est équivalente à la contrainte de précision de discrétisation, et nous avons choisi de l'utiliser dans les critères d'adaptation. Cet indice de qualité est l'angle dièdre entre les deux triangles adjacents au segment qui discrétise une arête.

3.2.1 Courbure normale discrète

Considérons un point P appartenant à une surface S . Choisissons maintenant un vecteur V tangent à la surface en P . Si on coupe la surface par le plan parallèle au vecteur V et à la normale à S en P , et qui passe par P , on obtient une courbe tracée sur la surface (Voir figure 4). La courbure de cette courbe au point P s'appelle la courbure normale de S au point P dans la direction V .

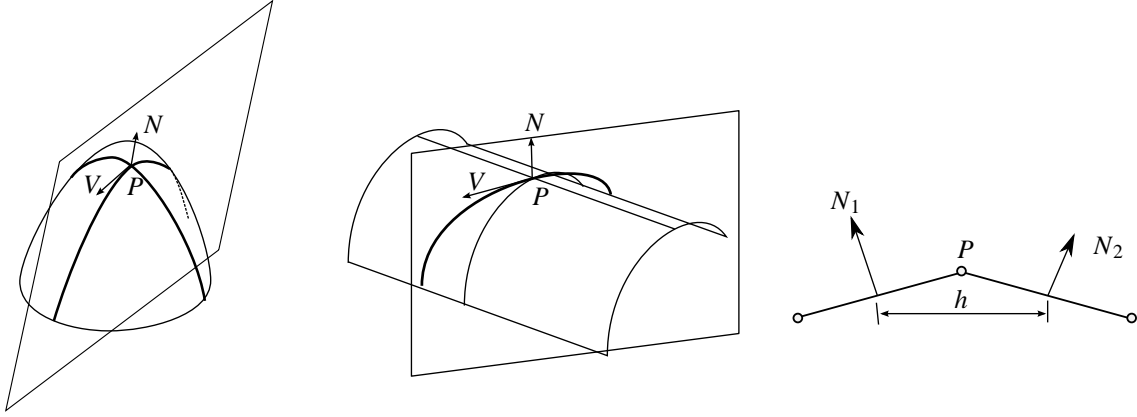


Figure 4 – Courbure normale et courbure normale discrète.

Supposons maintenant que l'on veuille calculer la courbure d'une surface représentée par un maillage. Si le point P est sur une arête du maillage, alors la courbure normale du maillage dans la direction perpendiculaire au segment peut être approximée par la différence entre les normales N_1, N_2 des triangles adjacents à l'arête, divisée par la hauteur moyenne des triangles h (Voir figure 4).

$$C'' = \frac{\|N_2 - N_1\|}{h} \quad (1)$$

Nous utilisons la valeur de cette courbure normale discrète pour définir un rayon de courbure équivalent du maillage respectant la taille souhaitée.

$$R = 1/C'' \quad (2)$$

3.2.2 Estimation de l'erreur de discrétisation

Nous souhaitons estimer l'erreur de discrétisation au point P dans la direction perpendiculaire au segment. La courbure normale de la surface dans cette direction a pour rayon R dans le voisinage considéré, et la courbe normale est un cercle de rayon R perpendiculaire au segment et passant par le point P du segment.

Dans un cercle discrétisé par des segments de taille H , l'angle de déviation β est défini par l'angle entre les normales de deux segments adjacents. L'erreur de discrétisation des segments par rapport au cercle est δ . On montre, en utilisant les relations trigonométriques sur la figure 5, que l'angle de déviation β est relié à l'erreur de discrétisation relative ε :

$$\beta = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + 0.25}\right) \quad (3)$$

La relation 3 permet d'utiliser l'angle de déviation pour contrôler l'erreur de discrétisation :

$$\varepsilon < \varepsilon_{\max} \text{ si } \beta < \beta_{\max} \text{ avec } \beta_{\max} = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_{\max}^2 + 0.25}\right) \quad (4)$$

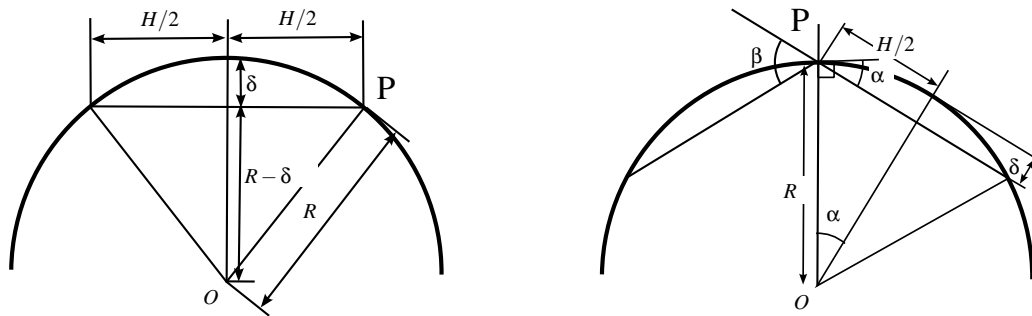


Figure 5 – Maillage d'un cercle, (a) relation entre R (rayon de courbure), H (la taille de segment), et δ (l'erreur de discrétisation) (b) relation entre β (angle de déviation entre les segments), R , et H .

Sur la figure 6, nous avons comparé l'erreur de discrétisation au passage d'une arête avec l'erreur équivalente calculée à partir de l'angle de déviation. Les résultats montrent que le critère d'angle de déviation permet une bonne approximation de l'erreur de discrétisation commise.

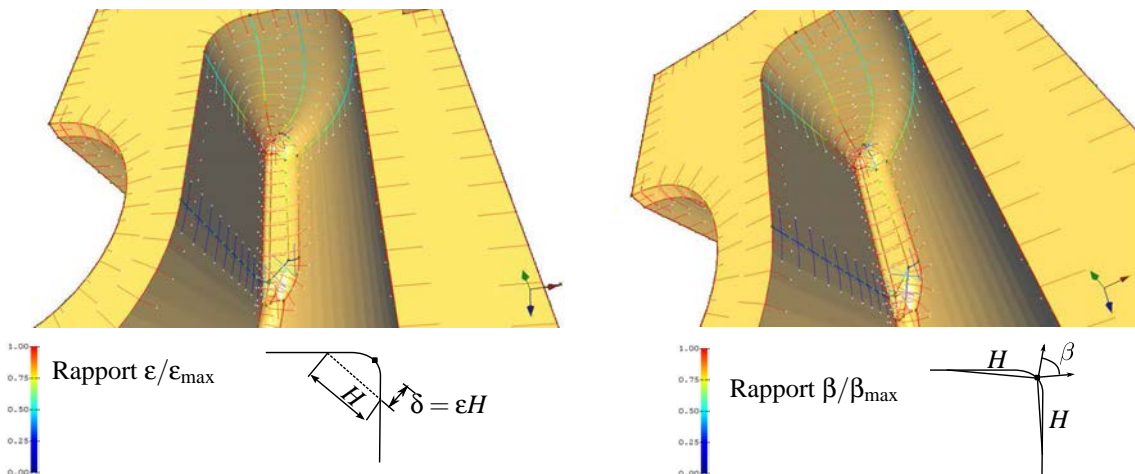


Figure 6 – similarité entre les critères d'erreur de discrétisation et d'angle de déviation (a) visualisation de la valeur du ratio entre l'erreur de discrétisation relative et le seuil maximal (b) visualisation du ratio entre l'angle de déviation et le seuil d'angle maximal.

L'équation 4 nous permet d'utiliser l'angle de déviation entre les triangles pour estimer l'erreur de discrétisation.

3.3 Propriétés géométriques requises pour générer des maillages de bonne qualité avec la topologie TCM

Pour satisfaire les contraintes de qualité présentées dans les sections 3.1 et 3.2, les entités de la topologie TCM doivent répondre aux propriétés géométrique suivantes :

- **taille** : la taille des entités doit être supérieure à la taille minimale H_{\min} :
 - la distance entre les contours des faces doit être supérieure à la taille minimale H_{\min} . Dans le cas contraire, les faces étroites produisent des sur-densités d'éléments ou des éléments de piètre qualité.
 - la longueur des arêtes doit être supérieure à la taille minimale H_{\min} .
- **respect des zones de forte courbure** :

- les arêtes vives, dont l’angle de déviation est supérieur à β_{\max} , doivent être conservées pour contraindre le maillage à rester proche de la géométrie,
- les sommets vifs, dont l’angle de déviation entre les segments adjacents est supérieur à β_{\max} , doivent aussi être conservés pour contraindre le maillage à rester proche de la géométrie.

3.4 Critères d’adaptation

La section 3.3 a montré les propriétés géométriques des entités requises pour répondre aux besoins de la génération de maillages.

Le rôle des critères d’adaptation est d’identifier les opérations d’adaptation TCM qui peuvent être appliquées pour améliorer les propriétés géométriques des entités par rapport aux besoins de génération de maillages.

Définition : un critère d’adaptation $A_i(E)$ mesure l’impact d’un opérateur A sur la compatibilité d’une entité topologique E selon un indice de qualité i .

Les opérateurs TCM (Voir figure 2) permettent de résoudre les incohérences de la topologie du modèle CAO par rapport aux besoins pour la génération de maillages :

- *Les faces étroites* peuvent être élargies par suppression d’arête,
- *Les arêtes situées dans des zones planes* peuvent être supprimées car elles ne sont pas nécessaires pour respecter la forme de la pièce,
- *Les petites arêtes* peuvent être fusionnées avec des arêtes adjacentes en utilisant la suppression de sommet ou contraction d’arête en sommet ;
- *Les sections étroites de faces* peuvent être supprimées en utilisant d’abord l’opérateur d’insertion de sommet, puis ensuite l’opérateur de fusion de sommet.

Contrairement aux opérateurs de fusion/découpage présentés dans [19, 11], les opérateurs TCM permettent de traiter localement la topologie afin de mieux répondre aux besoins de la génération de maillages : la largeur des faces est évaluée localement le long des arêtes, et ces dernières peuvent ainsi être partiellement supprimées.

3.5 Critère de suppression d’arête

Pour générer des maillages de bonne qualité, les arêtes situées dans les régions planes ou bien limitant le domaine d’une face trop étroite doivent être supprimées.

Etant donné que la planéité et la largeur des faces adjacentes varie le long des arêtes, le critère de suppression d’arête doit être évalué localement le long des arêtes.

Ainsi, l’arête est discrétisée en segments respectant la carte de tailles H . Chaque segment est ensuite évalué par les critères de suppression d’arête.

Définition : soit E une arête, et s un segment de E , un critère de suppression d’arête noté $A_i(E, s)$ évalue l’influence de la suppression de E sur l’indice de qualité i du segment s .

3.5.1 Critères de largeur de face

Afin d’éviter la génération d’éléments écrasés et les sur-densités d’éléments, la largeur locale de face devrait être supérieure ou égale à la contrainte de taille minimale H_{\min} .

Pour mesurer l’effet d’une suppression d’arête sur la largeur de la face, le critère de largeur de face détecte les segments d’arête dont la distance par rapport au contour opposé est plus petite que la taille minimale H_{\min} (Voir figure 7).

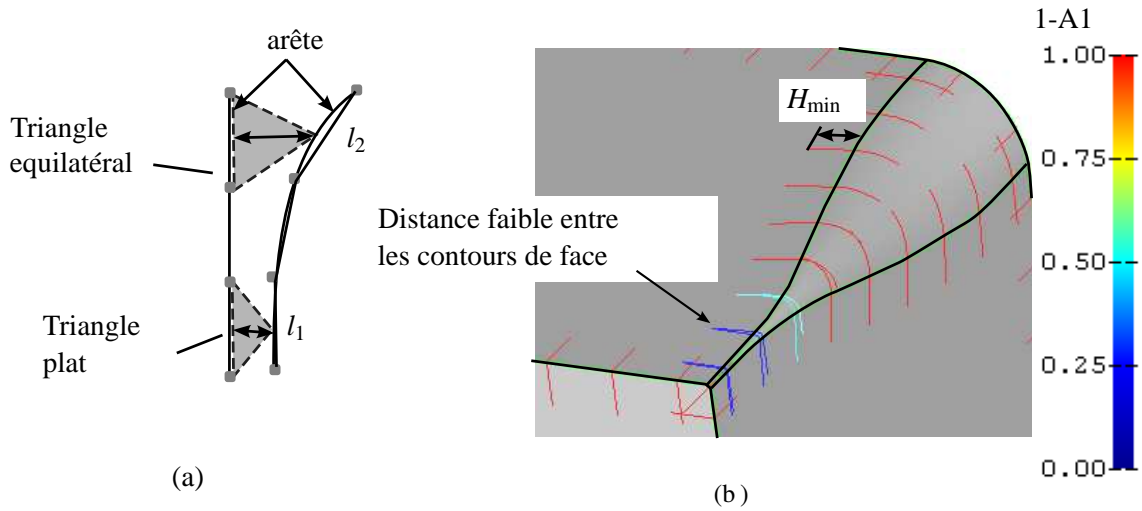


Figure 7 – Critère de largeur de face (a) impact de la largeur de face (l) sur la qualité du maillage (b) largeur l définie par les trajectoires orthogonales aux arêtes, et critère de largeur de face A_1 .

La largeur des faces le long du segment s est évaluée par la distance l du segment par rapport aux contours opposés au segment. Cette distance est évaluée par une trajectoire orthogonale au segment s sur les faces F_i adjacentes à E comme suit :

- construire le plan Φ_s normal au segment s , et passant par le point M_s (milieu de s) ;
- en suivant la courbe d'intersection entre Φ et F_i , calculer la longueur curviligne entre M_s et l'arête en face de s .

En pratique, la trajectoire curviligne entre Φ et F_i est calculée sur la tessellation associée à la topologie TCM, par une intersection plan/tessellation.

Le critère de largeur de face est défini sur une arête E et un segment s par :

$$A_1(E, s) = \begin{cases} 1 - l/H_{\min}, & \text{si } l \leq H_{\min} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (5)$$

3.5.2 Critère de courbure de face

Les arêtes situées dans des zones planes devraient être supprimées parce qu'elles ne sont pas nécessaires pour contraindre le maillage à respecter l'angle de déviation β .

Pour mesurer l'effet de la suppression d'arête sur la précision de discrétisation, le critère de courbure calcule l'angle de déviation entre les normales de deux éléments adjacents au segment (Voir figures 8 et 9).

Si l'angle entre les normales des triangles est inférieur à l'angle de déviation maximal β_{\max} , alors l'arête n'est pas nécessaire pour le respect de la précision de discrétisation.

Le critère de courbure de face est défini par :

$$A_2(E, s) = \begin{cases} 1 - \beta/\beta_{\max}, & \text{si } \beta \leq \beta_{\max} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (6)$$

où β est l'angle de déviation entre les deux triangles adjacents au segment s .

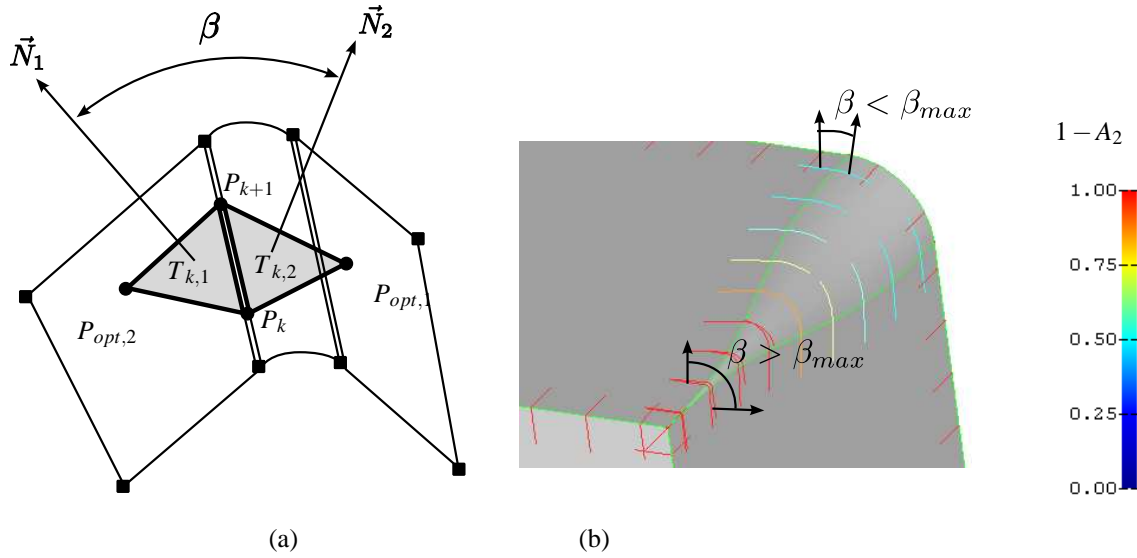


Figure 8 – Critère de courbure de face (a) angle de déviation β des triangles adjacents au segment (b) relation entre β et le critère de courbure de face (vivacité de l'arête).

3.5.3 Critère local et global

Le critère local de suppression d'un segment d'arête est défini comme la valeur maximale des critères locaux de suppression :

$$A(E, s) = \max(A_i(E, s)), i \in [1 : n] \text{ où } n \text{ est le nombre de critères.} \quad (7)$$

Le critère de suppression global d'arête est la valeur moyenne des critères de suppression locaux pondérée par la longueur des segments :

$$A(E) = \frac{\sum_{k=1}^m A(E, s_k) \cdot \|s_k\|}{\sum_{k=1}^m \|s_k\|} \quad (8)$$

où s_k est le $k^{\text{ième}}$ segment de E .

Si le critère global de suppression d'arête est positif strictement, alors au moins une partie de E doit être supprimée.

3.5.4 Algorithme de suppression d'arête

L'algorithme de suppression détermine si l'arête est (a) *non-supprimable*, (b) *partiellement supprimable* (supprimable sur une partie de son domaine) ou (c) *totalement supprimable*.

L'arête est *non-supprimable* lorsqu'une condition aux limites est associée à son domaine, ou lorsque le critère global de suppression est égal à 0.

L'étape de classification consiste à insérer un sommet sur chaque noeud P_k dont les segments adjacents s_{k-1} et s_k ont des critères de suppression opposés (Voir figure 9) :

$$k \text{ tel que } \text{signe}(A(E, s_{k-1})) \neq \text{signe}(A(E, s_k)) \quad (9)$$

ce qui signifie que le noeud P_k sépare un segment *supprimable* d'un segment *non-supprimable*.

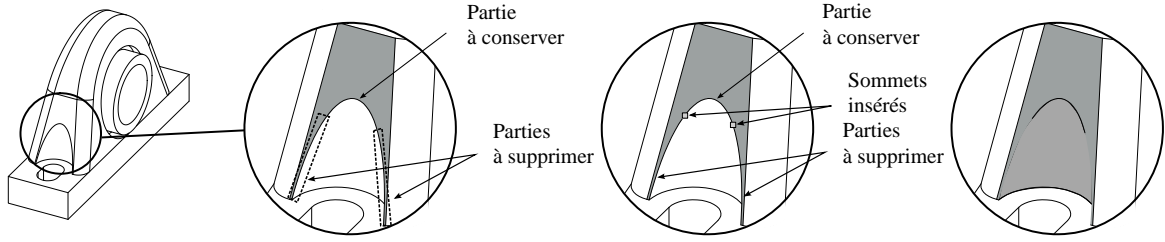


Figure 9 – Illustration des étapes de l'algorithme de suppression d'arête sur un modèle de support pour roulement.

Suite à l'étape de classification, chacune des arêtes résultantes est classifiée comme (a) *non-supprimable* ou (c) *totalelement supprimable*. Pour finir, chaque arête classifiée en tant que *entièrement supprimable* (c) est supprimée.

Les étapes de l'algorithme de suppression sont illustrées sur la figure 9.

3.6 Critère de suppression de sommet

La suppression de sommet adapte le modèle aux besoins du maillage dans les configurations suivantes :

- Fusion de petites arêtes (figure 10(a)),
- Fusion de deux arêtes séparées par un sommet de faible courbure (figures 2(a) and 10(b)),
- Suppression des sommets intérieurs à une face, issus de la suppression d'arêtes.

Définition : un critère de suppression appliqué à un sommet V , noté $B_i(V)$, mesure l'impact de la suppression de V sur l'indice de qualité i du maillage. Une valeur positive indique une amélioration du paramètre de qualité i du maillage.

3.6.1 Longueur d'arête

Les arêtes de petite taille, ne respectant pas la contrainte de longueur minimum, devraient être fusionnées car elles causent des sur-densités locales et des triangles de mauvaise forme (Voir figure 10(a)). Le critère de longueur d'arête est défini par :

$$B_1(V) = \begin{cases} 1 - \frac{\min(l_1, l_2)}{H_{\min}}, & \text{si } \min(l_1, l_2) \leq H_{\min} \\ & \text{et } V \text{ sépare } n = 2 \text{ arêtes} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (10)$$

où l_1 et l_2 représentent la longueur des deux arêtes adjacentes au sommet V .

3.6.2 Courbure au voisinage du sommet

Les sommets plats sont caractérisés par l'angle de déviation plat entre les deux segments de maillage qu'ils séparent. Ces sommets plats ne sont pas nécessaires pour contraindre le maillage à respecter un angle vif, et devraient être supprimés (Voir figures 11 et 10(b)).

Le critère de courbure au voisinage d'un sommet V , noté $B_2(V)$, est défini par :

$$B_2(V) = \begin{cases} 1 - \beta/\beta_{\max}, & \text{si } \beta \leq \beta_{\max} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (11)$$

où β est l'angle de déviation entre les segments s_1 et s_2 adjacents à V .

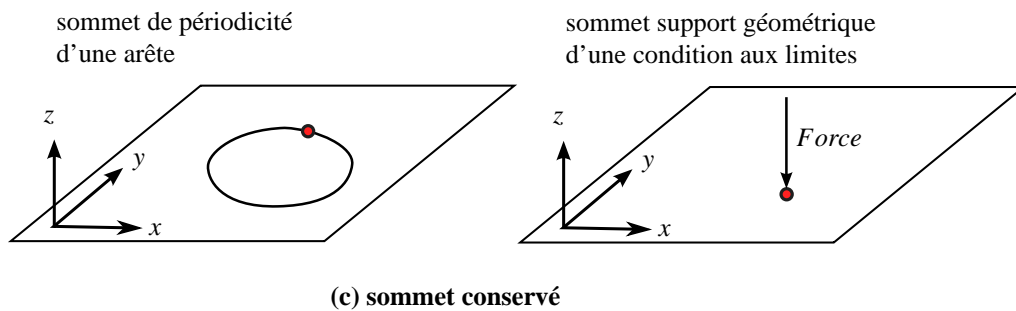
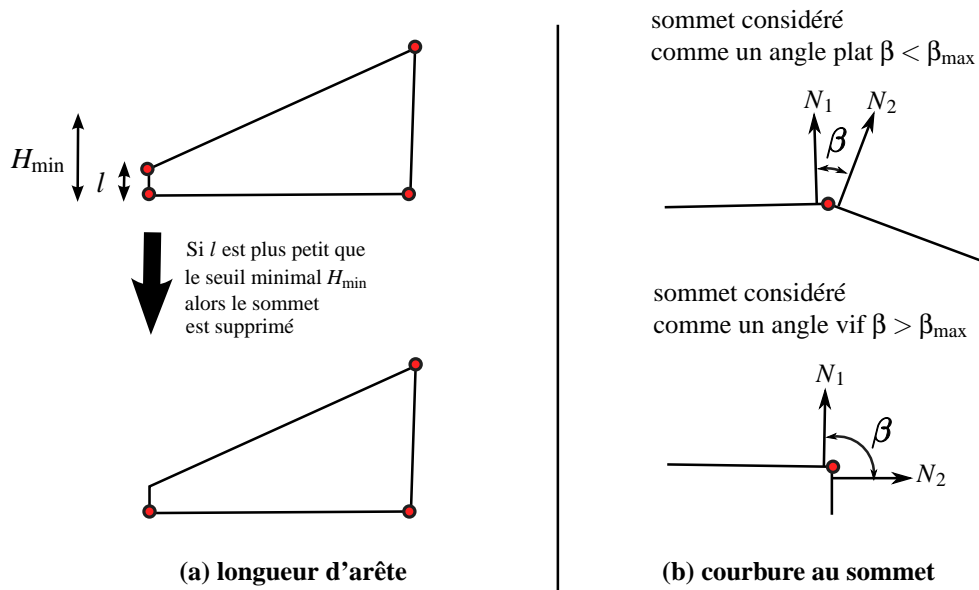


Figure 10 – Critères de suppression de sommet.

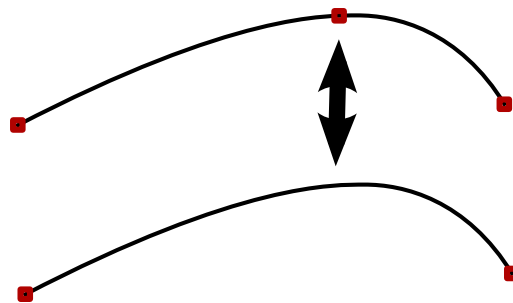


Figure 11 – sommet inutile pour le respect de la géométrie des deux arêtes adjacentes.

3.6.3 Sommets intérieurs à une face

Lorsque toutes les arêtes connectées à un sommet V sont supprimées par le processus d'adaptation, V est un sommet intérieur à une face.

A l'exception du cas où ils sont le support géométrique d'une condition aux limites, les sommets intérieurs qui existent toujours après la suppression de leurs arêtes adjacentes ne sont pas nécessaires pour le modèle de calcul.

Le critère de sommet intérieur est défini par :

$$B_3(V) = \begin{cases} 1, & \text{si } V \text{ sépare } N = 0 \text{ arêtes} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (12)$$

3.6.4 Critère de conservation de sommet de périodicité d'une arête

Une arête périodique est une arête homéomorphe à une boucle. Pour déterminer le placement des noeuds de la discrétisation, nous avons choisi d'imposer à une arête périodique E un sommet de périodicité V . Le sommet V , qui définit la coordonnée paramétrique de la période de l'arête E , impose également un noeud de maillage.

Dans la structure TCM, un sommet V constitue le sommet de périodicité dans les configurations suivantes :

- l'arête de référence de E est périodique de sommet V ,
- tous les sommets intérieurs à une boucle de face (une séquence périodique d'arêtes) ont été supprimés, à l'exception de V .

3.6.5 Algorithme de suppression de sommet

Un sommet V est exclu de la suppression lorsque :

- V est le support géométrique d'une condition aux limites,
- V est un sommet de périodicité de l'arête E

Le critère de suppression des autres sommets est mesuré par le critère global de suppression qui est la valeur maximum des critères de suppression de sommets :

$$B(V) = \max(B_i(V)), i \in [1 : n] \quad (13)$$

3.7 Critère de contraction d'arête en sommet

La contraction d'arête est utilisée pour fusionner les petites arêtes lorsque leur sommets d'extrémité ne sont pas supprimables car étant chacun connecté à deux ou plus arêtes non-supprimables.

Ainsi, le critère de contraction d'arête sur son sommet est vrai si :

- La longueur de l'arête est inférieure à H_{\min}
- Il existe au moins deux arêtes non-supprimables adjacentes à chaque extrémité (Voir figure 12)

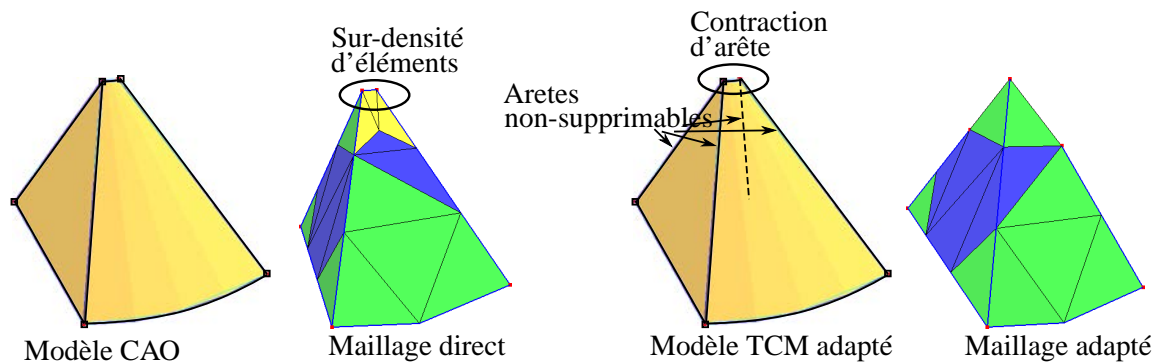


Figure 12 – Contraction d'arête en sommet.

3.8 Critère de section étroite dans une face

3.8.1 Détection automatique d'une section étroite dans une face

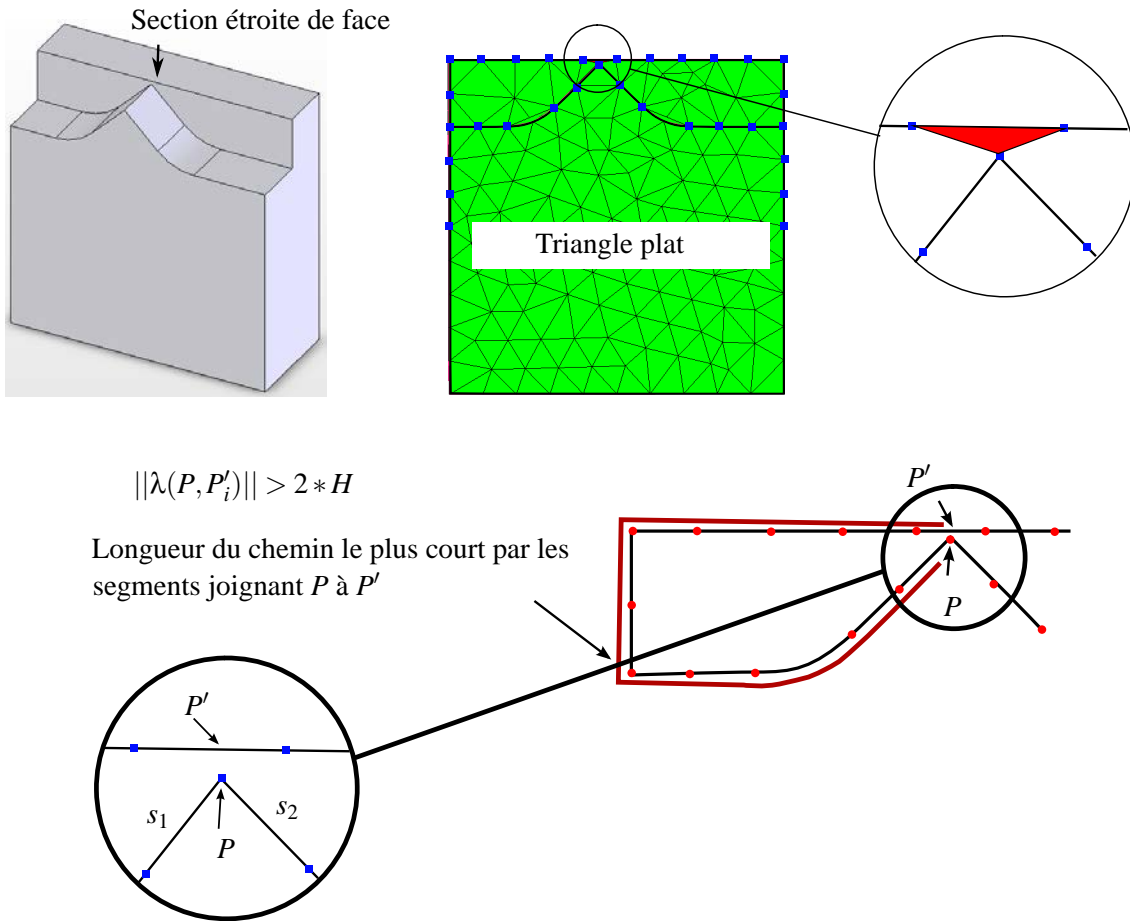


Figure 13 – Section étroite sur une face.

Les sections étroites d'une face sont les sections locales étant plus étroites que la taille minimale H_{\min} (Voir figure 13).

Pour identifier une section étroite, nous utilisons les informations de proximité entre les segments de maillage d'arêtes frontières de la face.

Les arêtes de contour de la face sont discrétisées selon la carte de tailles H , puis chaque noeud P de la discrétisation est analysé pour identifier et traiter les sections étroites.

Les sections étroites sont identifiées en recherchant les paires de points (P, P'_i) de la discrétisation, telles que la longueur du chemin le plus court par les segments est supérieure à $2H$, alors que la distance Euclidienne les séparant est inférieure à H_{\min} (Voir figure 13 et algorithme 1).

Données : La face F ; les noeuds de discrétisation des arêtes de F : $\{P_i\}$; le noeud P ;
Rechercher l'ensemble des points $\{P'_i\}$ sur les segments $[P_i P_{i+1}]$ tels que $\|PP'_i\| < H_{\min}$;

pour chaque point P'_i faire

$\|\lambda(P, P'_i)\|$ est la longueur du chemin le plus court joignant P et P'_i par les segments, calculé avec la méthode de [5] ;

si $\|\lambda(P, P'_i)\| > 2H$ **et** PP'_i **est orienté vers l'intérieur de F alors**

 Contracter la section étroite (P, P'_i) (Voir section suivante 3.8.2) ;

 Sortir de la boucle ;

Algorithme 1 : Identification de section étroite d'une face en un noeud P .

3.8.2 Contraction d'une section étroite

Une contraction de section étroite consiste à remplacer le point P' par le point P , dans le but d'éviter la génération d'un triangle écrasé entre les points P et P' .

Les opérations topologiques suivantes permettent de contracter une section étroite :

- Insérer deux sommets V et V' aux points P et P' sur leurs arêtes correspondantes,
- **Pour chaque** arête adjacente à V' , fusionner V' avec V ,

3.9 Algorithme d'adaptation automatique

L'algorithme d'adaptation automatique utilise les critères d'adaptation pour ordonner les opérations par ordre de priorité :

1. Rechercher le sommet V_{\max} ayant le critère global de suppression de valeur maximale :

$$V_{\max} \text{ tel que } B(V_{\max}) = \max(B(V_j)), j \in [1, n_V]$$

2. **Si** $B(V_{\max}) > 0$ **alors** supprimer V_{\max} correspondant

3. **Sinon**, passer à la suppression d'arête :

 Rechercher l'arête E_{\max} ayant la valeur maximale de critère global de suppression

$$E_{\max} \text{ tel que } A(E_{\max}) = \max(A(E_k)), k \in [1, n_E]$$

Si $A(E_{\max}) > 0$, **alors** supprimer E_{\max} et retourner à l'étape 1

Sinon passer à l'étape 4 de contraction d'arête

4. **Pour chaque** arête, rechercher l'arête E ayant le critère de contraction maximal

$$E_{\max} \text{ tel que } C(E_{\max}) = \max(C(E_k)), k \in [1, n_E]$$

5. **Si** $C(E_{\max}) > 0$ **alors** contracter E_{\max} et retourner à l'étape 4 sinon aller à l'étape 6

6. **Pour chaque** face de modèle, identifier et contracter les sections étroites

3.10 Génération du maillage selon la topologie TCM

Contrairement aux faces de la topologie CAO dont la géométrie est une surface décrite par une équation bi-paramétrique $S : (u, v) \in \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, les faces de la topologie TCM résultent de la fusion de faces CAO et n'ont pas pour géométrie une seule bi-paramétrisation mais plutôt un ensemble de surfaces bi-paramétrées.

Par conséquent, il est nécessaire de générer un maillage sur de multiples surfaces bi-paramétriques tout en respectant la carte de taille prescrite H . Pour cela, les méthodes existantes sont :

- la projection de plusieurs domaines bi-paramétriques dans un plan unique [18] : cette approche est limitée d’une part par des problèmes de maillage causés par de fortes variations de la métrique des paramétrisations des faces CAO, et d’autre part par la détermination de la boucle extérieure de la surface qui est difficilement automatisable à cause de problèmes topologiques.
- la triangulation frontale directe 3D sur la représentation facétisée des surfaces [17] : cette approche est limitée d’une part par l’erreur de discrétisation de la tessellation, qui détériore la précision du maillage, et d’autre part par le grand nombre de projections nécessaires pour ramener les noeuds sur la facétisation.

Dans le but d’éviter ces limitations, nous avons adapté la méthode de triangulation frontale proposée par Cuillère [3] au contexte des surfaces composites [9] :

- les éléments de maillage sont générés directement par des trajectoires curvilignes sur les surfaces composites,
- chaque entité de maillage est associée à un ensemble d’images sur chaque entité CAO sous-jacente (fusionnée à l’intérieur des entités TCM composites),
- les tests d’intersection entre segments de maillage sont effectués dans le domaine paramétrique de leurs images.

Nous avons utilisé notre générateur de maillages pour valider le processus d’adaptation TCM.

4 Exemples et résultats

Les résultats de l’adaptation et du maillage final sont illustrés ci-dessous sur plusieurs exemples de modèles CAO. Pour tous les exemples, les contraintes de qualité de maillage choisies sont : $\beta_{max} = 30^\circ$ et $J_{max} = 2$.

La qualité des triangles est évaluée par :

- un critère de forme : ratio entre le rayon du cercle inscrit sur longueur du plus grand côté,
- le critère de taille géodésique, défini dans [3] qui représente le ratio entre l’aire d’un triangle et l’aire optimale selon la carte de tailles prescrite H ,

Quart de piston : Sur la figure 14, le modèle CAO représente un piston qui a été découpé en quart pour simplifier le modèle en utilisant les propriétés de symétrie du problème physique. Le modèle CAO initial contient un grand nombre de faces étroites et de petites arêtes gênantes pour le maillage. Le processus d’adaptation a automatiquement effectué 60 suppressions d’arêtes, 62 suppressions de sommets, et contracté une arête sur son sommet. L’adaptation de la topologie a réduit le nombre de faces de 71 à 21, le nombre d’arêtes de 186 à 76, et le nombre de sommets de 113 à 63. Le maillage généré après l’adaptation TCM ne contient aucun élément de mauvaise qualité : tous les triangles ont des critères de qualité de forme et de taille sont supérieurs à 25%.

Fraise deux tailles : Les résultats présentés sur la figure 15 représentent le modèle CAO initial au dessus du modèle adapté automatiquement par la procédure TCM : les faces très étroites qui représentent les écritures, ainsi que d’autres entités gênantes ont été adaptées pour le maillage.

Le processus d’adaptation a automatiquement effectué 144 suppressions d’arêtes, 181 suppressions de sommets, et contracté une arête sur son sommet. L’adaptation de la topologie a réduit le nombre de faces de 131 à 3, le nombre d’arêtes de 365 à 52, et le nombre de sommets de 249 à 68.

L’histogramme de la figure 15 montre que les critères de taille et de forme sont respectés grâce à l’adaptation TCM.

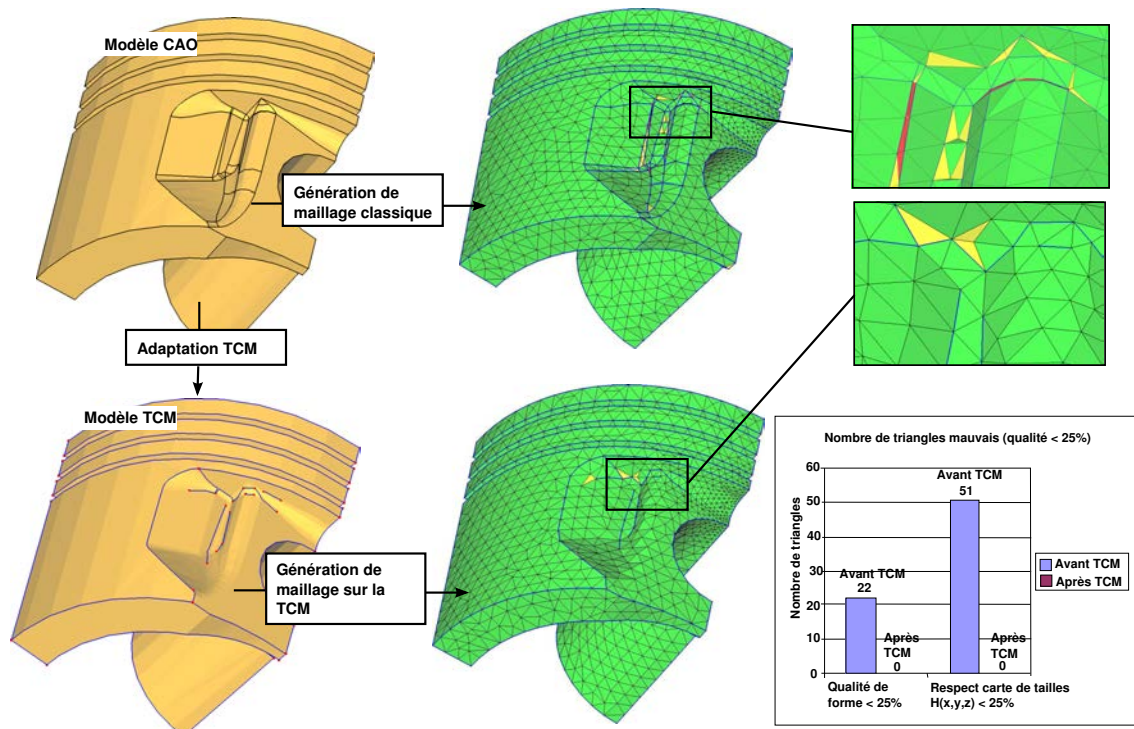


Figure 14 – Amélioration de qualité de maillage obtenue sur un modèle d'un quart de piston

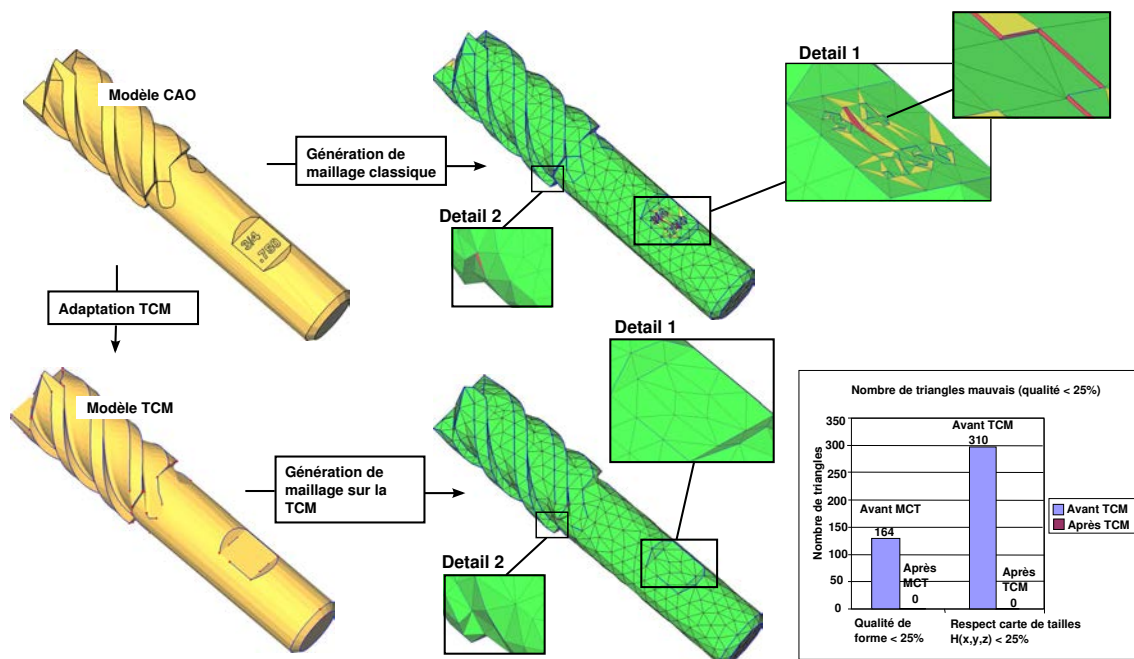


Figure 15 – Amélioration de qualité de maillage obtenue sur un modèle de fraise deux tailles

5 Conclusion

Ce travail propose un ensemble de critères pour identifier les opérations d'adaptation topologiques nécessaires pour la préparation des modèles CAO en vue d'une analyse mécanique par la méthode des éléments finis.

Ces critères estiment a priori l'impact d'une opération d'adaptation sur un indice de qualité de maillage : respect de la carte de tailles, et de la précision de discrétisation.

Le processus d'adaptation applique itérativement les opérateurs topologiques d'adaptation dans l'ordre de priorité donné par les critères.

Les tests effectués montrent que l'approche proposée permet de générer des maillages de bonne qualité en adaptant les modèles CAO qui comportent une topologie inadéquate pour le maillage.

La principale limitation de l'approche est le fait que les critères ne prennent pas en compte le placement des noeuds intermédiaires des maillages de degré élevé. En effet, dans certaines configurations, la topologie TCM contraint la génération de maillage à placer des noeuds intermédiaires des éléments de degré 2 ou 3 à une position éloignée par rapport à l'élément droit défini entre les noeuds extrémités. Ces configurations causent des erreurs numériques d'intégration importantes lors de la résolution du problème EF.

5.1 Références bibliographiques

Références

- [1] Michel Bercovier, Alla Sheffer, Ted Blacker. Clustering : Automated detail suppression using virtual topology. In *Trends in Unstructured Mesh Generation, ASME, AMD*, volume 220, pages 57–64, 1997.
- [2] Mark W. Beall, Joe Walsh, and Mark S. Shephard. Accessing cad geometry for mesh generation. In *Proceedings of 12th International Meshing Roundtable, Sandia National Laboratories*, 2003.
- [3] J.C. Cuillière. Automatic triangulation of 3d parametric surfaces. *CAD*, 30 :139–149, 1998.
- [4] S. Dey, Mark S. Shephard, and Marcel K. Georges. Elimination of the adverse effects of small model features by the local modification of automatically generated meshes. *Engineering with Computers*, 13(3) :134–152, 1995.
- [5] E. Dijkstra. A note on two problems in connexion with graphs. *Numerische Mathematik*, 1 :269–271, 1959.
- [6] L Fine, L Remondini, and J.-C Leon. Automated generation of fea models through idealization operators. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 49(1) :83–108, 2000.
- [7] G. Foucault, J-C. Cuillière, V. Francois, J-C. Léon, and R. Maranzana. Adaptation of cad model topology for finite element analysis. *Computer Aided Design*, 40 :176–196, 2008.
- [8] G. Foucault, P-M. Marin, and J-C. Léon. Mechanical criteria for the preparation of finite element models. In *Proceedings of 13th International Meshing Roundtable*, 2004.
- [9] Gilles Foucault, Jean-Christophe Cuillière, Vincent Francois, Jean-Claude Léon, and Roland Maranzana. An extension of the advancing front method to composite geometry. In *Proceedings of 16th International Meshing Roundtable*, Seattle, Washington, USA, October 14-17 2007.
- [10] O. Hamri, J-C. Leon, and F. Giannini. A new approach of interoperability between cad and simulation models. *TMCE*, 2004.
- [11] Keisuke Inoue, Takayuki Itoh, Atsushi Yamada, and Tomotake Furuhashi. Clustering a large number of faces for 2-dimensional mesh generation. In *8th International Meshing Roundtable*, pages 281–292. Sandia National Laboratories, October 1999.

- [12] Keisuke Inoue, Takayuki Itoh, Atsushi Yamada, Tomotake Furuhashi, and Kenji Shimada. Face clustering of a large-scale cad model for surface mesh generation. *CAD Computer Aided Design*, 33(3) :251 – 261, 2001.
- [13] Nikhil Joshi and Debasish Dutta. Feature simplification techniques for freeform surface models. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 3, 2003.
- [14] U. Kirsch, Michael Bogomoln, and F.V. Keulen. Efficient finite difference design sensitivities. *AIAA Journal*, 33 :399–409, 2005.
- [15] K. Y. Lee, C. G. Armstrong, M. A. Price, and J. H. Lamont. A small feature suppression/unsuppression system for preparing b-rep models for analysis. In *SPM '05 : Proceedings of the 2005 ACM symposium on Solid and physical modeling*, pages 113–124, New York, NY, USA, 2005. ACM Press.
- [16] K. Y. Lee, M.A. Price, C.G. Armstrong, M. Larson, and K.Samuelsson. Cad to cae integration through automated model simplification and adaptive modelling. In *Proceedings of International Conference on Adaptive Modeling and Simulation*, 2003.
- [17] S.H. Lo and T.S Lau. Mesh generation over curved surfaces with explicit control on discretization error. *Engineering Computations (Swansea, Wales)*, 15(3) :357–373, 1998.
- [18] Frederic Noël. Global parameterization of a topological surface defined as a collection of trimmed bi-parametric patches : Application to automatic mesh construction. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 54(7) :965–986, 2002.
- [19] A. Sheffer. Model simplification for meshing using face clustering. *CAD Computer Aided Design*, 33(13) :925–934, 2001.
- [20] M. S. Shephard, M. W. Beall, and R. M. O’Bara. Revisiting the elimination of the adverse effects of small model features in automatically generated meshes. In *7th International Meshing Roundtable*, pages 119–132, 1998.
- [21] Sashikumar Venkataraman and Milind Sohoni. Reconstruction of feature volumes and feature suppression. In *Proceedings of the seventh ACM symposium on Solid modeling and applications*, pages 60–71. ACM Press, 2002.
- [22] Sashikumar Venkataraman, Milind Sohoni, and Gershon Elber. Blend recognition algorithm and applications. In *Proceedings of the sixth ACM symposium on Solid modeling and applications*, pages 99–108. ACM Press, 2001.