



HAL
open science

Modélisation de discontinuités 3D avec contact-frottement en grandes transformations dans le cadre X- FEM

Martin Guiton, Patrick Massin, Sylvain Mazet, Nicolas Moes, Maximilien
Siavelis

► **To cite this version:**

Martin Guiton, Patrick Massin, Sylvain Mazet, Nicolas Moes, Maximilien Siavelis. Modélisation de discontinuités 3D avec contact-frottement en grandes transformations dans le cadre X- FEM. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01421847

HAL Id: hal-01421847

<https://hal.science/hal-01421847v1>

Submitted on 23 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Modélisation de discontinuités 3D avec contact-frottement en grandes transformations dans le cadre X-FEM

M. Guiton¹, P. Massin², S. Mazet², N. Moes³, M. Siavelis^{1,3}

¹ IFP

1-4 Avenue du Bois-Préau, 92852 Rueil-Malmaison
{ martin.guiton, maximilien.siavelis }@ifp.fr

² Laboratoire de Mécanique des Structures Industrielles Durables, EDF R&D
UMR EDF/CNRS 2832

1, avenue du général de Gaulle, 92141 Clamart Cedex
{ patrick.massin, sylvain_externer.mazet }@edf.fr

³ Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique, École Centrale de Nantes/Université de
Nantes, UMR CNRS 6183

1, rue de la Noé, 44321 Nantes Cedex 3
nicolas.moes@ec-nantes.fr

Résumé – L’enjeu de ce travail est de proposer une nouvelle méthodologie, basée sur la méthode des éléments finis étendue (X-FEM), pour l’étude de structures fissurées lorsque des conditions de contact avec ou sans frottement, avec possibilité de grands glissements, sont prises en compte sur les lèvres de la fissure. Un exemple numérique d’interface 3D traité par la méthode proposée ici vient illustrer l’emploi de cette approche pour résoudre un problème tridimensionnel de contact avec frottement.

Mots clés – X-FEM, contact frottant, grands glissements, 3D, condition LBB.

1 Introduction

Générer un maillage 3D d’une structure industrielle fissurée demeure une tâche délicate, notamment pour des géométries de fissures complexes ou des réseaux de fissures. De plus, l’étude de la propagation d’une fissure nécessite soit un remaillage (opération longue et coûteuse), soit de connaître a priori le trajet de fissuration (utilisation de « déboutonnage » ou d’éléments joints par exemple). Dans ce travail, nous nous intéressons à la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) qui évite de devoir mailler la fissure [12] ou de connaître a priori le trajet de fissuration. Afin de prendre en compte des conditions de contact avec frottement sur les lèvres de la fissure, plusieurs travaux ont été réalisés, reposant principalement sur une pénalisation des conditions de contact frottement [6] [10] [11] ou sur l’utilisation de multiplicateurs de Lagrange [8] [9] [2].

Dans la présente contribution nous évoquons la nouvelle possibilité offerte aux éléments X-FEM de pouvoir prendre en compte de grands glissements avec dissipation en couplant la

formulation X-FEM avec celle de la méthode continue de contact développée par [3] suivant une approche de type lagrangien augmenté [1]. Ce travail s'inscrit dans la poursuite de travaux réalisés par [9] dans le cadre des petits déplacements et par [15] pour le contact en grands glissements : il repose sur la création d'un élément fini de contact tardif X-FEM à partir d'une formulation mixte déplacement-pression, sur l'utilisation d'une procédure de réactualisation géométrique et sur un algorithme d'appariement des points de contact. Dans cette formulation mixte déplacements/pressions de contact, le choix des espaces de discrétisation éléments finis est guidé par le respect de la condition LBB (ou condition *inf-sup*) [4]. Nous proposons dans [9] un algorithme visant à construire un champ de multiplicateurs de Lagrange en adéquation avec le champ de déplacements. Ce même algorithme est utilisé, mais les fonctions de forme support du champ de pression sont désormais les mêmes que celles du champ de déplacement [2]. La validation de cette méthodologie est ensuite présentée sur une application numérique 3D d'interface sous contact frottant avec *Code_Aster*, code libre aux éléments finis de mécanique générale développé et utilisé par EDF (www.code-aster.org).

2 Problème de contact frottant et formulation variationnelle mixte associée

Nous nous plaçons dans le cadre des petites déformations, les déplacements pouvant être grands, notamment au niveau de l'interface de contact, en considérant un matériau élastique linéaire. Les équations du contact sur les lèvres de la fissure sont écrites sous forme variationnelle, en faisant intervenir un multiplicateur de Lagrange λ pour la pression de contact et un vecteur semi-multiplicateur de frottement de norme comprise entre 0 et 1 (0 en non contactant, 1 en glissement, entre 0 et 1 en adhérence) et dont la direction est suivant la réaction tangentielle de frottement (la valeur de la pression tangentielle est donnée par le produit de la pression de contact par la norme du semi-multiplicateur). Le caractère non différentiel du contact est résolu via la méthode des contraintes actives [7] et le caractère non différentiel du frottement par l'utilisation d'un point fixe pour le seuil de frottement [3]. Les non-linéarités, dues à la non-connaissance de la zone de contact effective, aux seuils de frottement de Coulomb, sont résolues par imbrication de boucles sur des points fixes (appariement et seuils de frottement) permettant de se ramener à une succession de problèmes de Tresca, lors de la résolution des équations d'équilibre par la méthode de Newton-Raphson.

L'adaptation de cette formulation continue [3] au cadre X-FEM est relativement aisée. L'intersection de la discontinuité et du maillage sain définit deux séries de points de contact discrétisant la surface supérieure et inférieure de la discontinuité en des segments de contact. Une approche de type maître-esclave est choisie pour l'appariement des points de contact de part et d'autre de la discontinuité. Un point de contact esclave, rattaché à une maille esclave, est apparié avec une maille maître par projection de ce point sur le segment de contact maître en vis-à-vis. Cet appariement est décrit figure 1, avec un élément de contact composé d'une partie esclave inférieure et d'une partie maître supérieure [15]. Les multiplicateurs de Lagrange de contact sont portés par la maille esclave. Deux distributions ont été étudiées : l'une ou les multiplicateurs de Lagrange sont localisés soit aux nœuds sommet, soit au milieu des côtés intersectés par la discontinuité [9], l'autre ou les multiplicateurs de Lagrange sont localisés uniquement aux nœuds sommet. Dans le premier cas les fonctions de forme du champ de pression sont choisies sur l'interface de contact et ont pour support cette interface alors que dans le second cas les fonctions de forme sont les mêmes que celles associées aux déplacements et ont pour support la maille esclave.

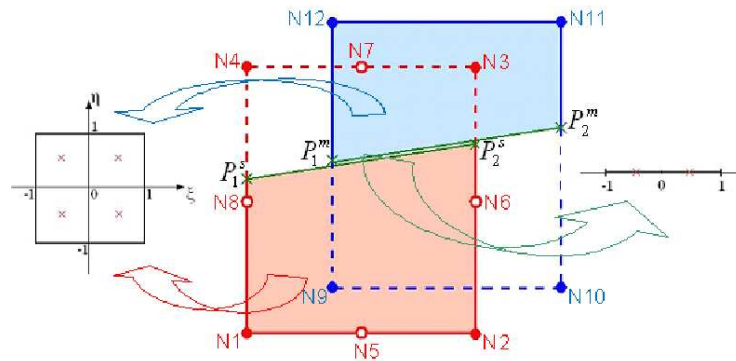


Figure 1 - Interface de contact et discrétisation.

3 Discrétisations éléments finis et condition LBB

L'intégration numérique des termes de contact-frottement fait intervenir les déplacements des interfaces maître et esclave, exprimés par interpolation à partir des déplacements aux nœuds des mailles maître et esclave, ainsi que le champ de pression : pour celui-ci divers choix sont possibles. Ces choix pour l'espace d'approximation des multiplicateurs de contact et de frottement sont dictés par la satisfaction de la condition LBB.

La discrétisation proposée dans [8] correspondant à des champs de déplacement et de multiplicateur de Lagrange linéaires par morceau (P1-P1), n'est pas LBB stable et conduit à des oscillations des multiplicateurs de Lagrange. D'autres choix d'espaces éléments finis ont été proposés par [14] dans le cadre de l'imposition de conditions de Dirichlet sur une interface avec X-FEM, mais leur formulation n'est pas stable dans tous les cas (notamment lorsque l'interface se rapproche du bord des éléments). Une solution plus convaincante a été proposée par [13], qui construit l'espace des multiplicateurs de Lagrange avec un algorithme de sélection des nœuds associé à l'existence d'arêtes vitales. Partant d'une approche P1-P1, où l'interpolation des champs de déplacement et de pression n'est pas forcément identique sur l'interface de contact, l'algorithme réduit l'espace des multiplicateurs de Lagrange en imposant des relations de liaison entre multiplicateurs. Ces relations sont soit des relations d'égalité, soit des relations linéaires. En adaptant l'algorithme au cas de l'imposition de conditions de contact, nous avons constaté qu'il avait tendance à imposer plus de relations d'égalité que de relations linéaires, ce qui appauvrit fortement l'approximation de départ. Nous avons alors proposé une amélioration de cet algorithme, visant à imposer majoritairement des relations linéaires entre les multiplicateurs, détaillée et validée dans [9]. Si dans [9] on a utilisé une vérification numérique de ce test issue des travaux de [5], la méthode proposée ici repose sur les travaux plus récents de [2] visant à prendre des interpolations identiques des champs de déplacement et de pression au niveau de l'interface de contact, correspondant à la trace des interpolations nodales sur l'interface de contact. On propose dans cet article une évolution de l'algorithme de Code_Aster, consistant à adopter un schéma d'interpolation nodale sur le modèle de [2] avec une distribution des multiplicateurs de contact aux nœuds des éléments, dont l'espace est ensuite réduit, en imposant l'égalité des multiplicateurs sur les arêtes vitales.

4 Validation et exemples numériques

Un exemple 3D d'interface avec contact frottant est présenté ici, avec une zone de décollement, une zone de contact glissant et une zone de contact adhérent. Il s'agit d'un block parallélépipédique de largeur 20m, de hauteur 20m et de profondeur 1m, coupé par une fissure plane donnée par sa normale $[1/18, 1/20, 1]$ et passant par le point $[0, 10, 9.5]$. La condition LBB est assurée par l'activation de l'algorithme de la section précédente. De part et d'autre de la

surface de discontinuité, on trouve deux matériaux dont l'un est plus rigide que l'autre. Les caractéristiques matériaux pour la partie supérieure sont un module d'Young $E1$ valant $0,8 \cdot 10^{11}$ N/m² et un coefficient de poisson $\nu1$ nul alors que celles pour la partie inférieure sont un module d'Young $E2$ valant 10^{16} N/m² et un coefficient de poisson $\nu2$ nul. La face inférieure du bloc est maintenue fixe. Une pression $F1$ de 5 daN/mm² est appliquée sur la face supérieure, et une pression $F2$ de 15 daN/mm² sur les faces latérales. Afin d'observer un décollement des deux côtés de la structure, on applique la pression latérale à 1m au-dessus de la fissure. Le coefficient de frottement vaut 1 au niveau de l'interface de contact. La géométrie et les maillages sont donnés figure 2.

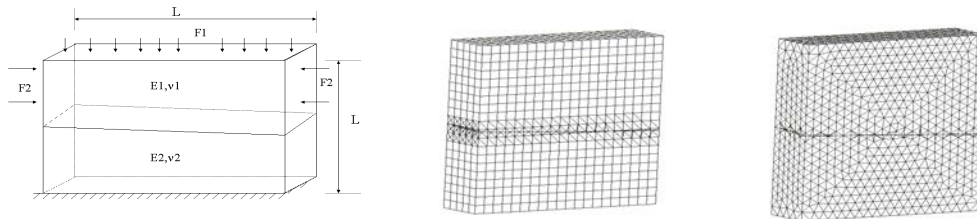


Figure 2 – Géométrie et maillage du bloc 3D.

L'interface de discontinuité est représentée par une level set inclinée. On compare la solution X-FEM par rapport à une solution FEM où l'interface serait conforme au maillage. On regarde l'évolution de la pression de contact sur l'interface, dans la largeur, pour les lignes $X=0$ (derrière) et $X=5$ (devant). Les résultats sont donnés figure 3, avec une bonne correspondance entre X-FEM et FEM.

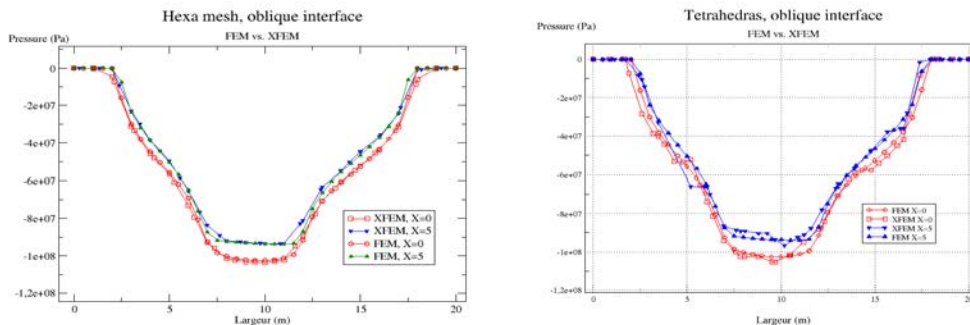


Figure 3 – Comparaison de la pression de contact sur l'interface (en $X=0$ derrière, et en $X=5$ devant).

5 Conclusions

Une méthode originale de prise en compte du contact avec frottement sur une discontinuité dans le cadre de X-FEM valide en 2D et 3D a été présentée. Celle-ci s'appuie sur une formulation variationnelle mixte du problème de contact frottant. Le choix des espaces d'approximation et d'interpolation est guidé par la condition LBB. Celle-ci est vérifiée analytiquement [2] et numériquement [5] [9], permettant de valider la stabilisation de notre formulation du contact frottement avec X-FEM.

Références

- [1] P. Alart and A. Curnier. “A mixed formulation for frictional contact problems prone to Newton like solution methods”, *Comp. Meth. Appl. Meth. Engng.*, vol. 92, 353-375, 1991.
- [2] E. Béchet, N. Moës, B. Wohlmuth,. “A stable lagrange multiplier space for stiff interface conditions within the extended finite element method”, submitted to *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 2008.
- [3] H. Ben Dhia, M. Zarroug. “Hybrid frictional contact particles-in elements”, *Revue Européenne des Éléments Finis*, vol. 9, 2002, p. 417-430.
- [4] F. Brezzi, M. Fortin. “Mixed and hybrid finite element methods”, *Springer - Verlag* 1991, 1991.
- [5] D. Chapelle D., K.J. Bathe, “The inf-sup test”, *Computers & Structures*, vol. 47, n°4/5, 1993, p. 537-545.
- [6] J. Dolbow, N. Moës, T. Belytschko. “An extended finite element method for modeling crack growth with frictional contact”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 190, 2001, p. 6825-6846.
- [7] G. Dumont. “Algorithme des contraintes actives et contact unilatéral sans frottement”, *Revue Européenne des Éléments Finis*, vol. 4, n°1, 55-73, 2001.
- [8] S. Geniaut, P. Massin, N. Moës. “Fissuration avec X-FEM et contact », *Actes du 7^{eme} Colloque National en Calcul des Structures*, Giens, 17-20 mai 2005.
- [9] S. Geniaut, P. Massin, N. Moës. “A stable 3D contact formulation for cracks using X-FEM”, *Revue Européenne de Mécanique Numérique*, vol. 16, n°2, 259-275, 2007.
- [10] A.R. Khoei, M. Nikbakht. “Contact friction modeling with the extended finite element method (X-FEM)”, *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 177, 2006, p. 58-62.
- [11] F. Liu and R. Borja. “A Contact algorithm for frictional crack propagation with the extended finite element method”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 76, 2008, p. 1489-1512.
- [12] N. Moës, J. Dolbow T. Belytschko. “A finite element method for crack growth without remeshing”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 46, 1999, p. 131-150.
- [13] N. Moës, E. Béchet, M. Tourbier. “Imposing Dirichlet boundary conditions in the extended finite element method”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 67, n°12, 2006, p. 1641–1669.
- [14] H.M. Mourad, J. Dolbow, I. Harari. “A bubble-stabilized finite element method for Dirichlet constraints on embedded interfaces”, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 69, n°4, 2007, p. 772–793.
- [15] I. Nistor, M.L.E. Guiton, P. Massin, N. Moës and S. Géniaut. “An X-FEM approach for large sliding contact along discontinuities”, accepted in *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 2008