



HAL
open science

Simulation de la réponse aux chocs de structures sandwich de révolution. Application à la découpe pyrotechnique d'un adaptateur de charge utile

Antoine Legay, Jean-François Deü

► To cite this version:

Antoine Legay, Jean-François Deü. Simulation de la réponse aux chocs de structures sandwich de révolution. Application à la découpe pyrotechnique d'un adaptateur de charge utile. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01421845

HAL Id: hal-01421845

<https://hal.science/hal-01421845v1>

Submitted on 23 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Simulation de la réponse aux chocs de structures sandwich de révolution. Application à la découpe pyrotechnique d'un adaptateur de charge utile

A. Legay, J.-F. Deü

Conservatoire National des Arts et Métiers
Laboratoire de Mécanique des Structures et des Systèmes Couplés (LMSSC)
case courrier 353, 292 rue Saint Martin, 75141 Paris Cedex 03
{antoine.legay,jean-francois.deu}@cnam.fr

Résumé — Ce travail s'intéresse à la réduction de modèles pour simuler la réponse aux chocs de structures de révolution composites multicouches. La géométrie axisymétrique permet de développer la solution du problème en série de Fourier dans la direction circonférentielle ce qui réduit considérablement l'effort de calcul, notamment pour les études paramétriques en phase de conception. Cette stratégie de calcul est appliquée à la réponse d'un adaptateur de charge utile d'un lanceur spatial soumis à une découpe pyrotechnique lors de la libération du satellite.

Mots clés — Coque de révolution, choc pyrotechnique, chargement défilant, série de Fourier.

1 Problématique et travail proposé

Les lanceurs spatiaux actuels utilisent des cordons pyrotechniques afin de procéder à la séparation des étages, de la coiffe, et à la libération des satellites. Lors des dernières phases de séparation, l'adaptateur de charge utile (ACU, Figure 1) est ainsi soumis à des excitations caractérisées par des pics d'accélération importants sur de très courtes durées générant des phénomènes de propagation d'ondes à travers les structures et les assemblages. Les équipements du lanceur ainsi que le satellite embarqué étant relativement proches de la source d'excitation, il est indispensable de contrôler les niveaux atteints en utilisant des outils de simulation adaptés.

La modélisation numérique de ce problème fait apparaître trois difficultés principales :

1. Une analyse dynamique tridimensionnelle de l'ACU nécessite un nombre très important de degrés de libertés lié à une très fine discrétisation temporelle pour simuler des phénomènes propagatifs de très petites longueurs d'ondes. Ceci rend aujourd'hui très coûteuse, en terme de temps de calcul, toute étude paramétrique.
2. L'ACU est composé en majeure partie d'un matériau sandwich (coeur épais en nid d'abeille d'aluminium et peaux stratifiées en carbone) difficile à modéliser à partir d'éléments finis classiques de coque, notamment pour la prédiction de la propagation des ondes de flexion.

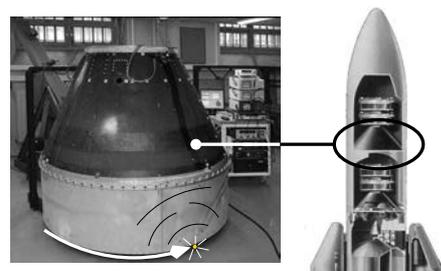


Figure 1 – Adaptateur de charge utile soumis à des excitations pyrotechniques.

3. La modélisation correcte de la dissipation au cours de la propagation des ondes à travers la structure sandwich est indispensable pour connaître les niveaux d'accélération réels (par exemple en termes de spectres de réponse aux chocs) subis par le satellite. Ce point impose l'utilisation de modèles de comportements adaptés.

Bien que les trois points ci-dessus fassent actuellement l'objet de développements spécifiques au LMSSC, nous abordons uniquement dans cet article le problème de la réduction de modèle évoqué au premier point. La géométrie axisymétrique de l'ACU permet en effet de développer la solution du problème en série de Fourier dans la direction circonférentielle ce qui réduit considérablement l'effort de calcul, notamment pour les études paramétriques en phase de conception. Ce type d'approche a été largement utilisé en statique, analyse modale [1] ou flambage [2], mais reste original en dynamique transitoire et pour des chargements complexes. L'objet du travail présenté ici est de montrer qu'une décomposition spatiale en série de Fourier permet de résoudre à moindre coût le problème de choc pyrotechnique défilant sur l'ACU.

2 Élément fini de coque composite tronconique

On utilise dans ce travail un élément de coque tronconique à deux noeuds (Figure 2) basé sur la théorie de Kirchhoff-Love et développé en série de Fourier [5].

Le champ de déplacement d'un point quelconque de la coque de coordonnées (x, θ, z) dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ s'écrit :

$$u_x = u(x, \theta) + z\beta(x, \theta), \quad (1a)$$

$$u_\theta = v(x, \theta) + z\gamma(x, \theta), \quad (1b)$$

$$u_z = w(x, \theta), \quad (1c)$$

où u , v et w sont les déplacements axial, circonférentiel et radial de la ligne moyenne, et où β et γ sont les rotations autour des axes \vec{e}_θ et \vec{e}_x liées aux déplacements par :

$$\beta = -\frac{\partial w}{\partial x}, \quad \gamma = \frac{\cos \alpha}{R} v - \frac{1}{R} \frac{\partial w}{\partial \theta}. \quad (2)$$

La symétrie de révolution de la structure permet de décomposer le déplacement en série de Fourier sous la forme :

$$u(x, \theta) = u_0(x) + \sum_{n=1}^{\infty} u_n^S(x) \cos n\theta + \sum_{n=1}^{\infty} u_n^A(x) \sin n\theta, \quad (3a)$$

$$v(x, \theta) = v_0(x) + \sum_{n=1}^{\infty} v_n^S(x) \sin n\theta + \sum_{n=1}^{\infty} v_n^A(x) \cos n\theta, \quad (3b)$$

$$w(x, \theta) = w_0(x) + \sum_{n=1}^{\infty} w_n^S(x) \cos n\theta + \sum_{n=1}^{\infty} w_n^A(x) \sin n\theta. \quad (3c)$$

où les exposants S et A font référence aux termes symétrique et antisymétrique par rapport à $\theta = 0$ et où n est le numéro de l'harmonique.

La discrétisation par éléments finis fait intervenir de façon classique des fonctions de forme linéaires pour u et v , et cubiques pour w , les rotations se déduisant des équations (2). Le vecteur

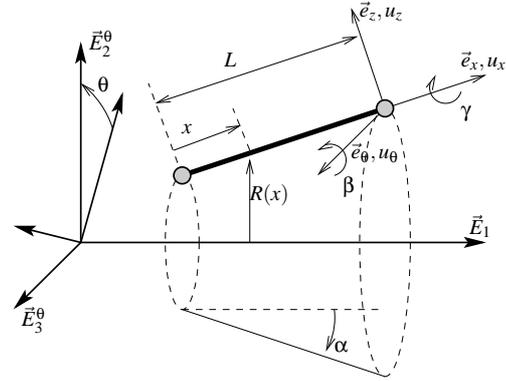


Figure 2 – Coque tronconique.

élémentaire des degrés de liberté (pour S ou A) associé à l'harmonique n est défini par :

$$\underline{q}_n = [u_{n1} \ v_{n1} \ w_{n1} \ \beta_{n1} \ | \ u_{n2} \ v_{n2} \ w_{n2} \ \beta_{n2}]^T \quad (4)$$

Les composantes du déplacement s'écrivent alors en fonction des inconnues aux noeuds sous la forme

$$\begin{bmatrix} u_n \\ v_n \\ w_n \end{bmatrix} = \mathbf{N}_m(x) \underline{q}_n \quad , \quad \begin{bmatrix} \beta_n \\ \gamma_n \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{N}_f(x) \underline{q}_n \quad (5)$$

où \mathbf{N}_m et \mathbf{N}_f sont les matrices des fonctions de forme pour les déplacements et les rotations.

On peut montrer que les déformations, décomposées en parties membrane et courbure,

$$[\varepsilon_{xx} \ \varepsilon_{\theta\theta} \ 2\varepsilon_{x\theta}]^T = \underline{e} + z\underline{\kappa}, \quad (6)$$

s'écrivent pour l'harmonique n sous la forme

$$\underline{e}_n^S = \mathbf{B}_m(n) \underline{q}_n^S \quad , \quad \underline{e}_n^A = \mathbf{B}_m(-n) \underline{q}_n^A \quad (7a)$$

$$\underline{\kappa}_n^S = \mathbf{B}_f(n) \underline{q}_n^S \quad , \quad \underline{\kappa}_n^A = \mathbf{B}_f(-n) \underline{q}_n^A \quad (7b)$$

avec les opérateurs gradients discrétisés donnés par

$$\mathbf{B}_m(n) = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ \frac{S}{R} & \frac{n}{R} & \frac{C}{R} \\ -\frac{n}{R} & \frac{\partial}{\partial x} - \frac{S}{R} & 0 \end{bmatrix} \mathbf{N}_m(x), \quad \mathbf{B}_f(n) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ 0 & \frac{nC}{R^2} & \frac{n^2}{R^2} - \frac{S}{R} \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{C}{R} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{2CS}{R^2} & \frac{2n}{R} \frac{\partial}{\partial x} - \frac{2nS}{R^2} \end{bmatrix} \mathbf{N}_f(x) \quad (8)$$

où $C = \cos \alpha$, $S = \sin \alpha$ et où les indices m et f indiquent les termes de membrane ou de flexion.

On déduit donc de ce qui précède les matrices de masse et de rigidité élémentaires pour l'harmonique n

$$\mathbf{M}_n^e = \pi(1 + \delta_{0n}) \int_{-1}^1 [I_0 \mathbf{N}_m^T \mathbf{N}_m + I_1 (\mathbf{N}_m^T \mathbf{N}_f + \mathbf{N}_f^T \mathbf{N}_m) + I_2 \mathbf{N}_f^T \mathbf{N}_f] R(\xi) J_S d\xi$$

$$\mathbf{K}_n^e = \pi(1 + \delta_{0n}) \int_{-1}^1 (\mathbf{B}_m^T \mathbf{A} \mathbf{B}_m + \mathbf{B}_m^T \mathbf{B} \mathbf{B}_f + \mathbf{B}_f^T \mathbf{B} \mathbf{B}_m + \mathbf{B}_f^T \mathbf{D} \mathbf{B}_f) R(\xi) J_S d\xi$$

où J_S est le déterminant de la transformation de l'élément de référence à l'élément physique ; δ le symbole de Kronecker ; I_0 , I_1 et I_2 les moments d'inertie ; et \mathbf{A} , \mathbf{D} et \mathbf{B} les rigidités de membrane, flexion et couplage membrane-flexion. Les termes I_1 et \mathbf{B} prennent en compte les couplages membrane-flexion dus au matériau composite multicouche ainsi que ceux liés à la courbure de la coque.

Finalement le système temporel à résoudre s'écrit :

– pour l'harmonique 0,

$$\mathbf{M}_0 \ddot{\underline{q}}_0 + \mathbf{K}_0 \underline{q}_0 = \underline{F}_0 \quad (9)$$

– pour chaque harmonique n ,

$$\mathbf{M}_n^S \ddot{\underline{q}}_n^S + \mathbf{K}_n^S \underline{q}_n^S = \underline{F}_n^S \quad \text{pour la partie symétrique,} \quad (10)$$

$$\mathbf{M}_n^A \ddot{\underline{q}}_n^A + \mathbf{K}_n^A \underline{q}_n^A = \underline{F}_n^A \quad \text{pour la partie anti-symétrique.} \quad (11)$$

avec les conditions initiales adéquates.

La résolution temporelle est effectuée en utilisant l'algorithme de Newmark. On reconstruit ensuite la solution complète à l'aide des équations (3) où la série de Fourier est tronquée au nombre d'harmoniques souhaité.

3 Décomposition d'un choc défilant en série de Fourier

La structure est soumise à un chargement défilant dans la direction circonférentielle défini par

$$\underline{T} = T_x(t)\vec{e}_x + T_\theta(t)\vec{e}_\theta + T_z(t)\vec{e}_z. \quad (12)$$

Cet effort est localisé au point $(x, \psi(t), z)$ où $\psi(t)$ correspond à la position de l'explosion dans le cordon pyrotechnique au cours du temps.

Trois sortes d'initiation de découpes pyrotechniques peuvent être envisagées (Figure 3) :

- un tir synchronisé où quatre cordons sont mis à feu simultanément ;
- une initiation circulaire avec un seul point de mise à feu ;
- une initiation de type coiffe avec deux points de mise à feu, la propagation de la charge se faisant de manière symétrique.

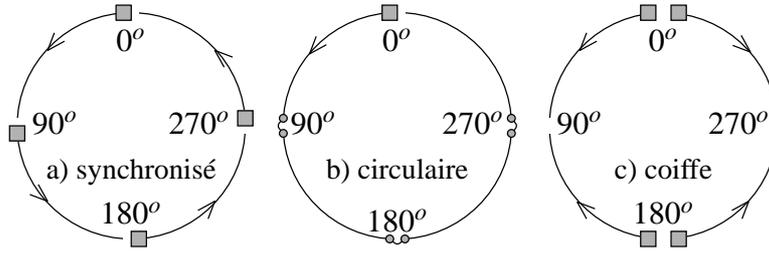


Figure 3 – Différents types de découpes pyrotechniques.

La force extérieure généralisée au noeud chargé s'écrit :

- pour l'harmonique 0

$$\underline{E}_0 = [T_x(t) \quad T_\theta(t) \quad T_z(t)]^T, \quad (13)$$

- pour les parties symétrique et anti-symétrique de l'harmonique n

$$\underline{E}_n^S = [T_x(t) \cos n\psi(t) \quad T_\theta(t) \sin n\psi(t) \quad T_z(t) \cos n\psi(t)]^T, \quad (14)$$

$$\underline{E}_n^A = [T_x(t) \sin n\psi(t) \quad T_\theta(t) \cos n\psi(t) \quad T_z(t) \sin n\psi(t)]^T. \quad (15)$$

4 Application à un adaptateur de charge utile

L'adaptateur de charge utile, composé de coques homogènes et composites [6], est soumis à des chocs appliqués à la base de la structure dans la direction radiale vers l'intérieur de la structure. On considère d'abord un choc localisé (excitation triangulaire de durée 0,02 ms et de norme maximale 4000N) puis un choc défilant à initiation circulaire ($T_z = 4000\text{N}$ et $\psi(t) = \omega t$ où ω correspond à une vitesse circonférentielle supersonique de découpe pyrotechnique de $7100\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ soit un tour en 0,85ms). Pour valider les développements et comparer les temps de calculs, une simulation tridimensionnelle de référence comportant 46000 éléments coques est réalisée avec Nastran pour chaque type de chargement.

4.1 Choc localisé

Après étude de convergence, le nombre d'éléments tronconiques choisi pour la décomposition en série de Fourier est réduit à 100. On trace sur la Figure 4 l'évolution du déplacement radial du point sollicité en fonction du temps. L'étude de l'influence du nombre d'harmoniques montre que 20 harmoniques suffisent pour retrouver le résultat de référence.

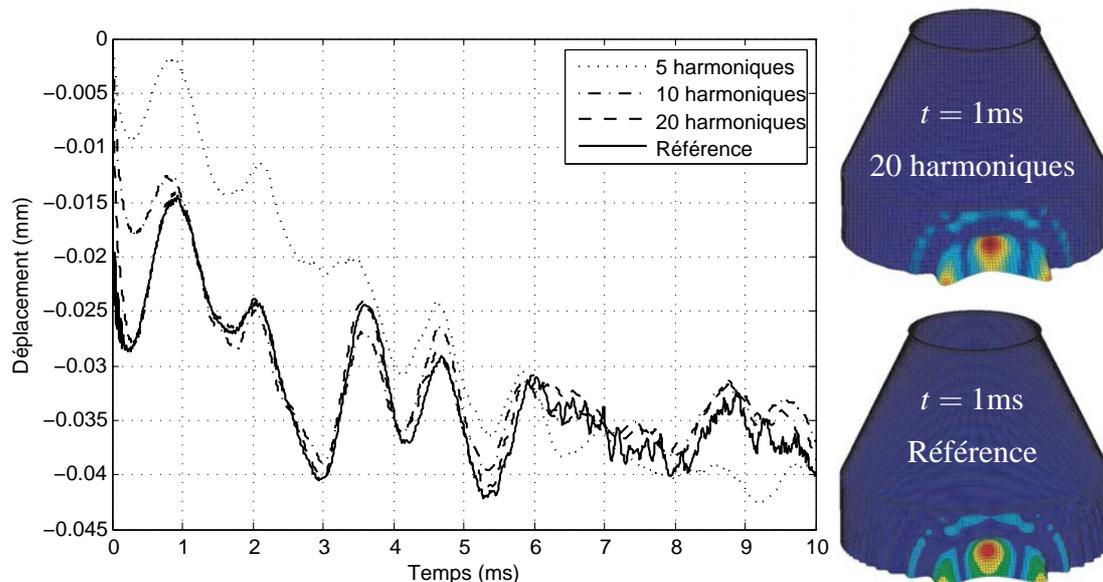


Figure 4 – Convergence de la solution en série de Fourier en fonction du nombre d’harmoniques pour le déplacement radial au point de chargement et comparaison des déformées à $t = 1\text{ ms}$.

4.2 Choc défilant à initiation circulaire

La Figure 5 présente le déplacement radial au point de départ du chargement défilant pour 20 harmoniques en comparaison avec le calcul de référence. La Figure 6 montre l’évolution de la déformée au cours du temps. Le calcul de référence prend environ 6 heures pour un temps d’étude de 10 ms alors que le calcul par série de Fourier n’excède pas 10 minutes avec 20 harmoniques pour des résultats en déplacement très proches.

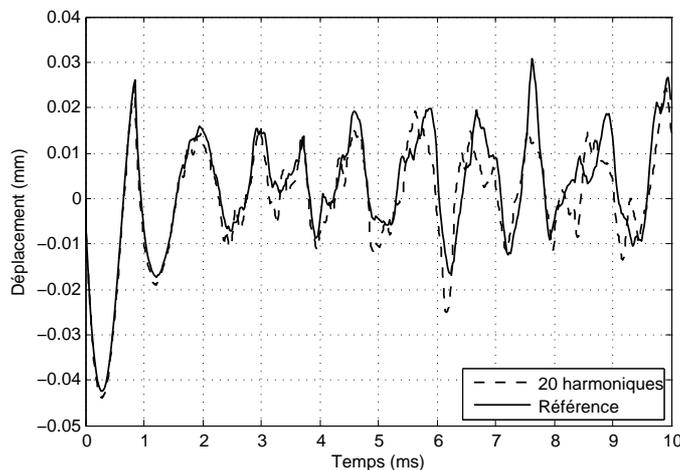


Figure 5 – Comparaison du déplacement radial au point de départ du chargement défilant.

5 Conclusion et développements en cours

Ces premiers résultats montrent qu’une approche de réduction de modèles par développements en série de Fourier donne de très bons résultats même pour des chargements dynamiques transitoires défilants et permet de réduire de un à deux ordres de grandeur les temps de calcul. Cette

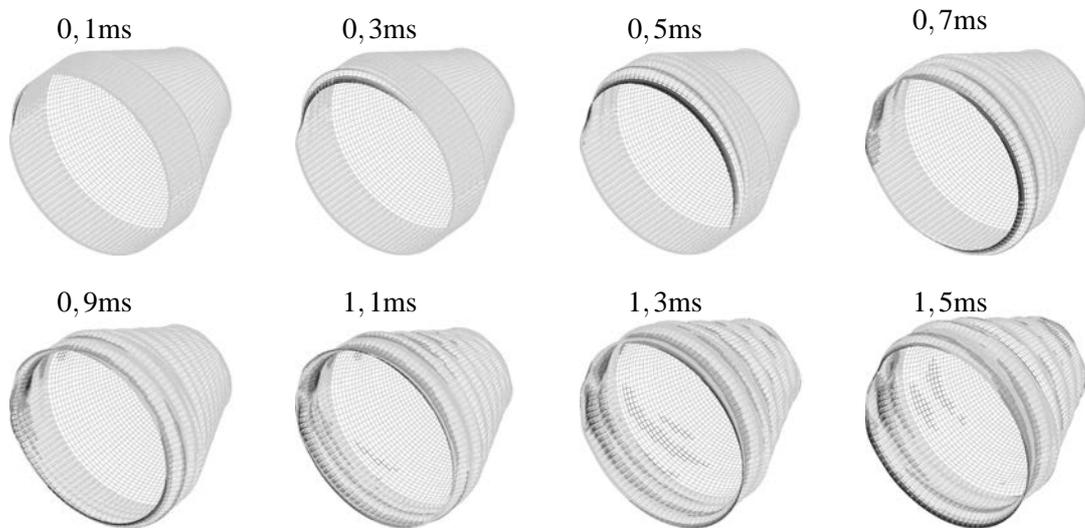


Figure 6 – Propagation du choc pyrotechnique avec initiation circulaire - Déplacement au cours du temps dans l'ACU.

décomposition naturelle s'avère être un choix adapté aussi bien d'un point de vue physique (interprétation aisée en terme d'harmonique) que numérique (parallélisation directe).

Différents modèles éléments finis sont actuellement en cours de développement pour modéliser le matériau sandwich constituant une partie de l'ACU : (i) un élément dédié aux coques axisymétriques tri-couches [3] et (ii) un élément de coque-3D maillant l'épaisseur [4] basé sur une formulation mixte d'Hellinger-Reissner. Enfin, pour caractériser la dissipation au cours de la propagation d'onde dans la structure sandwich, des modèles viscoélastiques adaptés sont également à l'étude [3].

Références

- [1] W. Larbi, J.-F. Deü, R. Ohayon. Vibration of axisymmetric composite piezoelectric shells coupled with internal fluid. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. **71**(12), 1412–1435, 2007.
- [2] A. Legay, A. Combescure. Efficient algorithms for parametric nonlinear instability analysis. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. **37**(4-5), 709–722, 2002.
- [3] A.C. Galucio, J.-F. Deü, R. Ohayon. Finite element formulation of viscoelastic sandwich beams using fractional derivative operators. *Computational Mechanics*, Vol. **33**(4), 282-291, 2004.
- [4] C.S. Jog, R. Annabattula. The development of hybrid axisymmetric elements based on the Hellinger-Reissner variational principle. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. **65**(13), 2279-2291, 2006.
- [5] J.-L. Batoz, G. Dhatt. *Modélisation des structures par éléments finis*, Vol. 3, Hermes, Paris, 1992.
- [6] B. Tie, D. Aubry, A. Grédé. Numerical modeling of elastic wave propagation in honeycomb sandwich panels under moving loads : application to space launchers. *6th International Symposium on Launcher Technologies*, Munich-Germany, Nov 8-11 2005.