



**HAL**  
open science

# Étude de la propagation en fatigue de fissures semi-elliptiques : comparaison du remaillage automatique et de la méthode X-FEM

Erwan Galenne, Amine Sbitti, Samuel Géniaut, Said Tahéri

## ► To cite this version:

Erwan Galenne, Amine Sbitti, Samuel Géniaut, Said Tahéri. Étude de la propagation en fatigue de fissures semi-elliptiques : comparaison du remaillage automatique et de la méthode X-FEM. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01421805

**HAL Id: hal-01421805**

**<https://hal.science/hal-01421805>**

Submitted on 22 Dec 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Etude de la propagation en fatigue de fissures semi-elliptiques : comparaison du remaillage automatique et de la méthode X-FEM

E. Galenne<sup>1</sup>, A. Sbitti<sup>2</sup>, S. Géniaut<sup>1,2</sup>, S. Tahéri<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> EDF R&D – Département Analyses Mécaniques et Acoustique  
1, Avenue du Général de Gaulle, 92141 Clamart Cedex  
{erwan.galenne, samuel.geniaut, said.taheri}@edf.fr

<sup>2</sup> LaMSID, UMR EDF-CNRS 2832  
1, Avenue du Général de Gaulle, 92141 Clamart Cedex  
{amine.sbitti}@edf.fr

---

**Résumé** – La modélisation du faïençage thermique nécessite de réaliser des calculs de propagation de fissures (uniques ou en réseau) sous chargement thermomécanique d’amplitude variable, pour un grand nombre de cycles. Ces calculs doivent permettre d’estimer les conditions d’arrêt de la propagation en profondeur. Trois méthodes sont comparées dans cet article : approche analytique, remaillage, méthode X-FEM.

**Mots clés** – Fatigue thermique, propagation, X-FEM.

---

## 1 Contexte et introduction

Le faïençage thermique à grand nombre de cycles est apparu dans certains circuits de refroidissement à l’arrêt des centrales nucléaires. Il se traduit par un réseau dense de fissures peu profondes, unidirectionnelles ou multidirectionnelles. Le retour d’expérience montre que la majorité de ces fissures s’arrêtent à une profondeur maximale de 2,5 mm [1]. On explique [2] le faïençage thermique par un arrêt (ou un fort ralentissement) de la propagation dans l’épaisseur lié à la décroissance du facteur d’intensité des contraintes, passant alors sous le seuil de propagation

Actuellement, les simulations thermo-hydrauliques conduisent à une température fluide en bon accord avec les mesures expérimentales. En revanche, on ne les considère pas comme suffisamment validées en ce qui concerne la température métal et donc pour estimer le nombre de cycles correspondant à l’arrêt de la fissure.

Une étude paramétrique a donc été réalisée, où les paramètres sont l’amplitude du chargement sur la surface interne du tube, sa fréquence, le coefficient d’échange thermique et la contrainte moyenne. Compte tenu du temps de calcul nécessaire, cette étude a été faite par une approche analytique (méthode codifiée RSEM) mono-fréquentielle [3]. La conclusion de cette étude est que pour obtenir un arrêt à 2,5 mm de profondeur, la fréquence du chargement thermique doit être au-dessus de 0,7 Hz [2]. Compte tenu de la durée de fonctionnement, le nombre de cycles de propagation avant l’arrêt est au-dessus du million.

L’objectif final est de pouvoir modéliser automatiquement la propagation et l’arrêt de fissure unique ou de réseaux de fissures en 3D, sous chargement thermomécanique à amplitude et fréquence variable. On compare dans ce papier l’approche analytique, le calcul par remaillage et la méthode X-FEM (méthode qui permet d’étudier une fissure sans avoir à la mailler, cf.

§3.1.2). Tous les calculs éléments finis sont menés avec *Code\_Aster* ([www.code-aster.org](http://www.code-aster.org)).

## 2 Comparaison de l'approche analytique et des éléments finis

L'expression analytique des facteurs d'intensité des contraintes repose sur une décomposition sur une base de polynômes et de fonctions d'influence ne dépendant que de la géométrie de la structure et de la fissure. Une comparaison de cette formule analytique (ordre 3) avec des calculs éléments finis en 3D a été réalisée pour plusieurs fréquences, cf. Figure 1. Pour cette comparaison nous avons considéré des fissures semi-elliptiques particulières telles que le facteur d'intensité soit constant le long de la fissure par la méthode codifiée. Pour la fréquence la plus faible (0,1 Hz), l'accord est bon sur tout le long du fond de fissure. Pour une fréquence plus élevée (0,5 Hz), l'écart augmente sur une partie du fond de fissure. Ceci s'explique par des gradients de contraintes importants au travers de la paroi, qui ne peuvent être correctement représentés par une interpolation d'ordre 3.

Compte tenu des fréquences du chargement réel et du nombre de cycles que l'on cherche à modéliser (> 0,7 Hz), la méthode analytique n'est donc pas suffisante : la réalisation de calculs de propagation par éléments finis devient nécessaire.

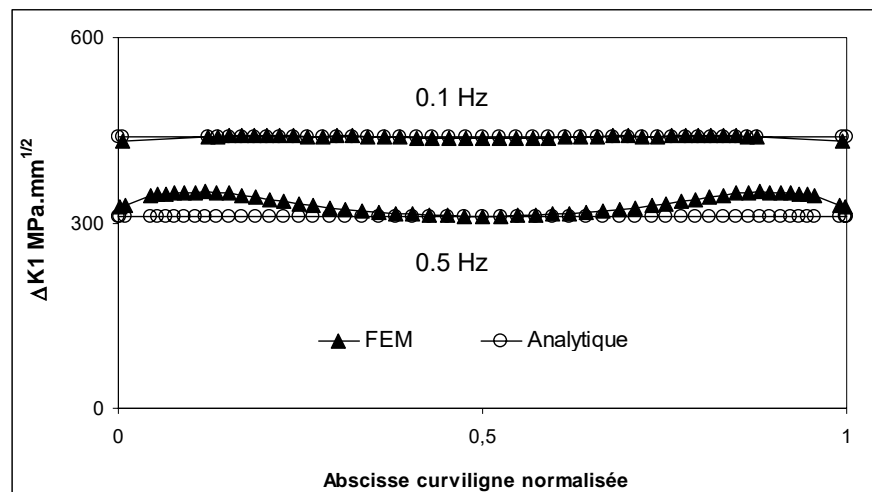


Figure 1 – comparaison méthode analytique (ordre 3) – éléments finis en fonction de la fréquence du chargement thermique

## 3 Propagation d'une fissure sous chargement cyclique

### 3.1 Méthodes de propagation

#### 3.1.1 Remaillage

La seule méthode originellement disponible pour modéliser la propagation d'une fissure en fatigue consiste à remailler la structure fissurée à chaque itération de propagation. Sauf à considérer des algorithmes de remaillage complexes à développer (par exemple [4]), cette méthode nécessite d'introduire des hypothèses simplificatrices sur l'évolution de la géométrie de la fissure.

On suppose ici que la fissure reste plane et semi-elliptique tout au long de la propagation (ou, plus exactement, semi-elliptique dans une plaque qui est ensuite transformée en tube). Le facteur d'intensité des contraintes  $K_I$  est calculé par interpolation des sauts de déplacement ; un vecteur de propagation est calculé en chaque nœud du fond par la loi de Paris 2D. La géométrie de la fissure est réactualisée comme suit :

- l'incrément du grand axe de l'ellipse dépend uniquement des vecteurs de propagation aux

deux extrémités de la fissure ;

- l'incrément du petit axe est recalé par moindres carrés par intégration du vecteur de propagation le long du fond de fissure.

### 3.1.2 Méthode X-FEM

Dans la méthode X-FEM, les fissures ne sont pas maillées mais définies à partir de fonctions de niveaux [5]. Un maillage surfacique de la fissure (fond et lèvres), indépendant du maillage de calcul, peut cependant être utilisé pour faciliter la définition de ces fonctions de niveaux.

C'est cette méthode qui est retenue dans les présents calculs, pour la définition de la fissure initiale comme pour sa propagation : le maillage surfacique est réactualisé à chaque itération du calcul, en appliquant la loi de Paris en chaque nœud du fond. Aucune hypothèse n'est ainsi introduite sur l'évolution de la géométrie du fond de fissure. Le mode I d'ouverture étant largement prédominant dans les deux cas étudiés, la fissure reste plane.

Des méthodes plus génériques et plus robustes de propagation des courbes de niveaux existent [6,7]. Elles sont en cours d'évaluation à EDF R&D.

## 3.2 Comparaison des résultats

### 3.2.1 Chargement mécanique pur

Le premier cas étudié correspond à un tube de 9,2 mm d'épaisseur en traction alternée, avec une fissure initiale semi-elliptique circonférentielle de 1 mm de profondeur. L'évolution de la profondeur de fissure en fonction du nombre de cycles, ainsi que l'écart sur les facteurs d'intensité des contraintes  $K_I$  (à même profondeur) entre les calculs FEM (remaillage) et X-FEM, sont tracés sur la Figure 2. On note que l'écart fissure maillée / fissure non maillée est faible en terme de  $K_I$  (moins de 2,5 % d'écart), mais que la différence en terme de longueur de fissure atteint 10 % au dernier cycle calculé.

Par un calcul avec X-FEM avec les mêmes hypothèses que le remaillage (fissure semi-elliptique, même méthode de réactualisation des petit et grand axes), on peut vérifier que l'écart entre les vitesses de propagation est uniquement dû à l'écart sur les facteurs d'intensité des contraintes.

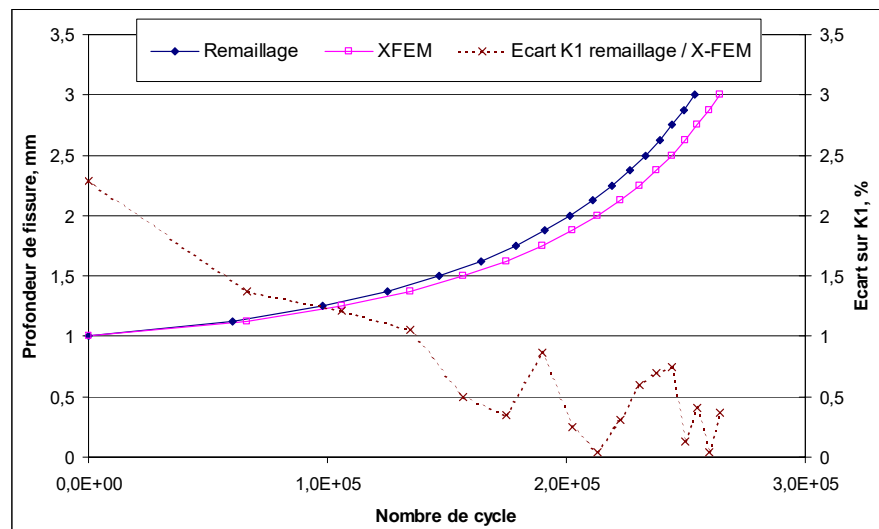


Figure 2 – comparaison remaillage – X-FEM pour le chargement mécanique

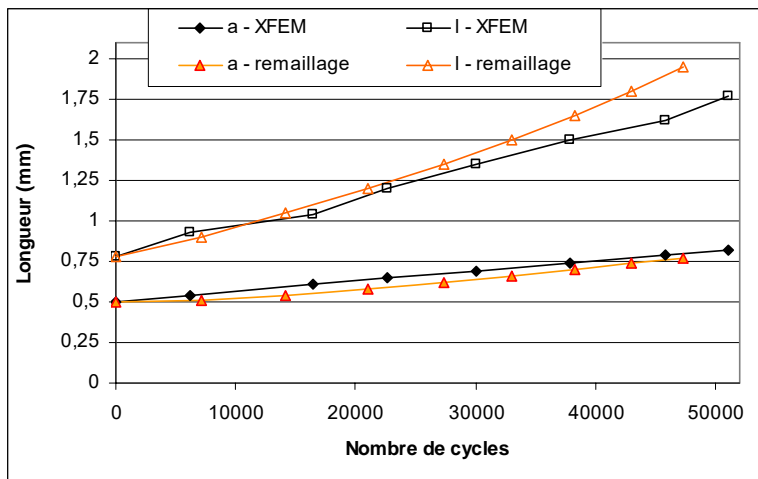
### 3.2.2 Chargement thermomécanique

Le second cas étudié correspond au même tube, soumis en peau interne à un échange

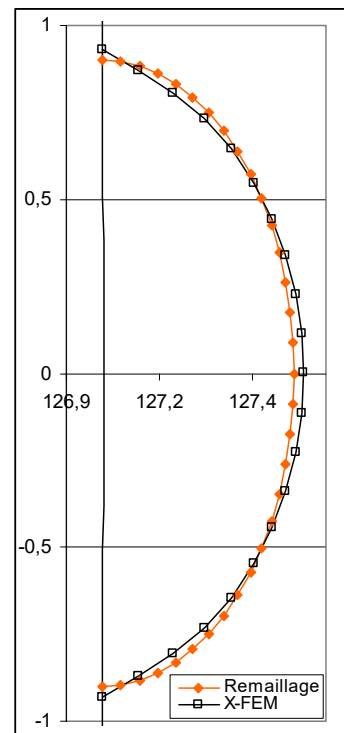
thermique avec un fluide de température variant sinusoïdalement (amplitude 100°C, fréquence 1 Hz, coefficient d'échange 50000 W.m<sup>2</sup>.K<sup>-1</sup>). La paroi externe est calorifugée. La fissure initiale est de 0,5 mm de profondeur et de 1,6 mm d'extension circonférentielle.

L'évolution de la profondeur  $a$  et de l'extension circonférentielle  $l$  de la fissure en fonction du nombre de cycles est tracée sur la Figure 3a. L'écart entre le remaillage et X-FEM est plus important que dans le cas précédent : contrairement au cas du chargement mécanique pur, ici la géométrie du fond de fissure s'écarte d'une ellipse dès la première itération de calcul avec X-FEM, cf. Figure 3b, probablement à cause du gradient de chargement dans l'épaisseur. Les fonds de fissure successifs sont visualisés sur la Figure 4.

L'évolution de  $l$  avec la méthode X-FEM est légèrement irrégulière : ceci est dû à calcul moins précis des facteurs d'intensité des contraintes aux extrémités de la fissure quand celle-ci ne débouche pas orthogonalement à la paroi. Un lissage particulier permettrait d'améliorer ce résultat.



(a) Profondeur  $a$  et extension circonférentielle  $l$  en fonction du nombre de cycles



(b) Comparaison des fonds après une itération

Figure 3 – comparaison remaillage – X-FEM pour le chargement thermomécanique

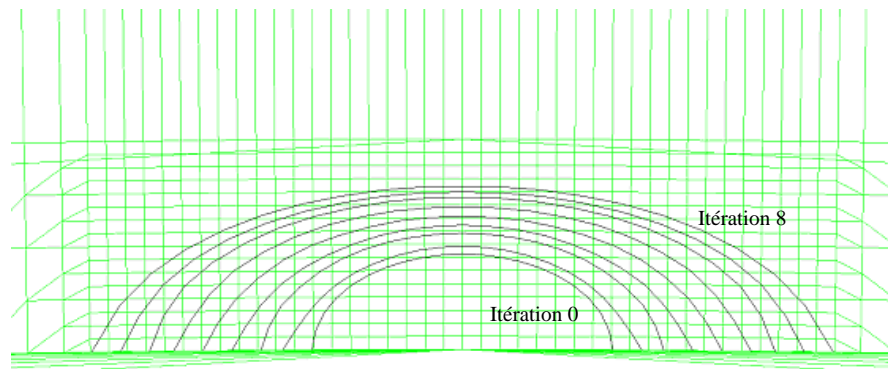


Figure 4 – coupe du maillage du tube et fonds de fissure successifs pour le calcul X-FEM avec un chargement thermomécanique

### 3.3 Comparaison des performances et conclusion

L'avantage de la méthode X-FEM est de pouvoir faire un calcul de propagation avec un maillage unique. Comme ce maillage doit être fin dans une zone assez étendue, il est généralement plus gros que celui produit par remaillage avec une fissure donnée. A titre d'exemple, les maillages –nécessairement quadratiques compte tenu des gradients de contraintes- utilisés pour le calcul thermomécanique comportent 36000 nœuds dans le cas FEM et 95000 nœuds pour X-FEM. Par conséquent, la résolution du problème mécanique nécessite un peu plus de temps avec X-FEM qu'avec FEM (facteur 5 ici), ce qui est en partie compensé par le temps nécessaire au remaillage à chaque itération.

La méthode X-FEM n'impose aucune condition sur l'évolution de la géométrie du fond. Elle est donc plus générique que la méthode par remaillage utilisée ici. Par ailleurs, elle est mieux adaptée à l'étude de la propagation d'un réseau de fissures.

Quelle que soit la méthode utilisée, et compte tenu du nombre de cycles visé (au-dessus du million de cycles), on comprend la nécessité de calculer très précisément les facteurs d'intensité des contraintes. L'utilisation d'indicateurs d'erreur en quantité d'intérêt [8] pourrait faciliter la vérification de la qualité de la solution obtenue.

## 4 Propagation en amplitude variable

Les chargements appliqués sur les tuyauteries des centrales sont des chargements à amplitude variable. Il est donc nécessaire d'avoir un outil de propagation automatique adapté.

On suppose que la sollicitation thermomécanique appliquée est composée d'un grand nombre de blocs identiques et de période T, cf. Figure 5. L'évolution du facteur d'intensité des contraintes est calculée pour ce bloc sur tous les nœuds du fond de fissure. Une méthode de comptage (rain-flow ou séquentielle) permet ensuite de définir les sous cycles pour chacun des nœuds  $i$  du fond :  $\Delta K_{1_i}, \dots, \Delta K_{p_i}, \dots, \Delta K_{n_i}$ . On en déduit pour finir l'incrément de propagation pour ce nœud, avec  $C$  et  $m$  les coefficients de la loi de Paris et  $\Delta K_{th}$  le seuil de propagation :

$$\delta a_i = N_c \times C \times \left[ (\Delta K_{1_i} - \Delta K_{th})^m + (\Delta K_{2_i} - \Delta K_{th})^m + \dots + (\Delta K_{n_i} - \Delta K_{th})^m \right]$$

Ici le calcul est piloté par l'incrément de longueur  $\delta a$  (de l'ordre de la plus petite arête du maillage) du point le plus profond de la fissure, i.e. on identifie le nombre de cycle  $N_c$  tel que la propagation en ce nœud soit égale à  $\delta a$ .

Une telle méthodologie est mise en œuvre sur la Figure 6, pour près d'un million de cycles. Ces calculs ont été réalisés avec la méthode du remaillage ; les études sont en cours pour traiter le même cas avec la méthode X-FEM, et pour des réseaux de fissures.

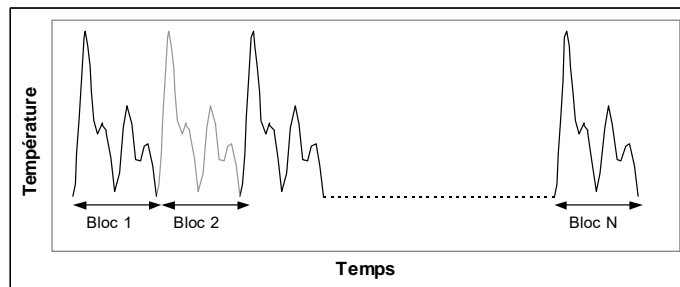


Figure 5 – représentation schématique du chargement thermique

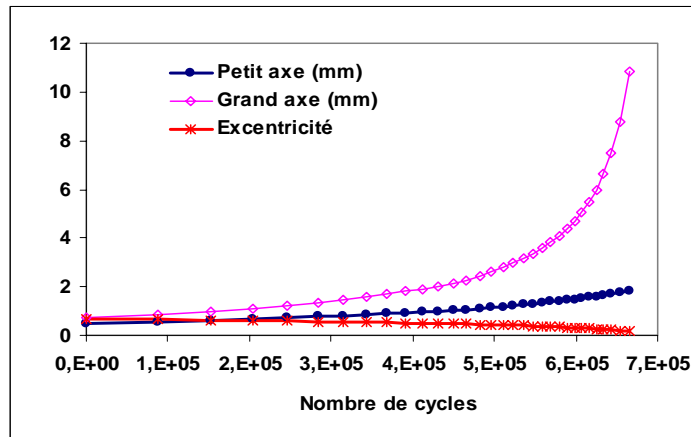


Figure 6 – propagation d’une fissure semi-elliptique en amplitude variable

## Références

- [1] E. Molinié, N. Monteil, S. Delatouche, S. Roux, N. Robert, C. Pages, Caractérisation des tronçons RRA (circuit de réfrigération du réacteur à l’arrêt) 900-1300 MWe déposés : synthèse des enseignements acquis. *Int. Symposium Fontevraud 5*, pp. 883-895, 2002.
- [2] A. Sbitti, S. Taheri, E. Galenne, Propagation en fatigue d’une fissure semi-elliptique sous chargement thermomécanique à amplitude variable, *Fatigue design*, Senlis, France, 2007.
- [3] S. Musi, F. Beaud, An analytical model for thermal fatigue crack initiation and propagation in mixing zones of piping systems, *PVP – Fatigue Fract. Damage Anal.*, Vol. 461, pp. 111–118, 2003.
- [4] D. Colombo, M. Giglio. A methodology for automatic crack propagation modelling in planar and shell FE models, *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 73, pp. 490 – 504, Elsevier, 2006.
- [5] N. Moës, J. Dolbow, T. Belytschko. A finite element method for crack growth without remeshing, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 46, pp. 131-150, 1999.
- [6] B. Prabel, A. Combescure, A. Gravouil, S. Marie, Level set X-FEM non matching meshes : application to dynamic crack propagation in elastic-plastic media, *Int. J. Numerical Methods in Engineering*, pp. 11 - 15, 2006.
- [7] M. Duflot, A study of the representation of cracks with level sets, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 70, pp. 1261–1302, 2007
- [8] J. Delmas, *Stratégies de contrôle d’erreur en calcul de structures industrielles – Mise en œuvre d’estimation d’erreur en quantité d’intérêt et d’adaptation de maillage*, Thèse de doctorat de l’Université de Picardie, 2008.