



HAL
open science

Potentiel plastique phénoménologique pour modéliser l'anisotropie plastique des tôles métalliques

Meziane Rabahallah, Tudor Balan

► **To cite this version:**

Meziane Rabahallah, Tudor Balan. Potentiel plastique phénoménologique pour modéliser l'anisotropie plastique des tôles métalliques. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01420727

HAL Id: hal-01420727

<https://hal.science/hal-01420727>

Submitted on 20 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Potentiel plastique phénoménologique pour modéliser l'anisotropie plastique des tôles métalliques

M. Rabahallah, T. Balan

LPMM – Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux,
Arts et Métiers ParisTech – Centre de Metz, 4 rue A. Fresnel, 57078 Metz Cedex 03
{meziane.rabahallah, tudor.balan}@ensam.fr

Résumé – Cet article explore une généralisation des potentiels plastiques anisotropes de la famille Srp. Le nombre de paramètres du modèle proposé peut être augmenté arbitrairement, et l'impact de cette augmentation sur sa capacité prédictive est étudié à travers l'application à plusieurs matériaux. Les prédictions du modèle s'améliorent avec l'augmentation du nombre de transformations, jusqu'à cinq. A ce stade, les prédictions du modèle micromécanique de Taylor sont parfaitement reproduites par le nouveau potentiel, appelé Srp2007- $N \times 9p$.

Mots clés – anisotropie, potentiel plastique, mise en forme, transformations linéaires.

1 Introduction

L'anisotropie plastique des tôles mécaniques est généralement décrite dans la mécanique des milieux continus par une fonction de charge $\phi(\boldsymbol{\sigma})$ et une loi d'écoulement associée (1), qui permettent le calcul des contraintes et des vitesses de déformation plastiques :

$$\mathbf{D}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}'} \quad (1)$$

Le tenseur $\boldsymbol{\sigma}'$ représente la partie déviatorique du tenseur des contraintes de Cachy $\boldsymbol{\sigma}$, \mathbf{D}^p est la vitesse de déformation plastique et $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur plastique. Cependant, Ziegler [1] et Hill [2] ont montré que l'on peut associer à chaque critère de plasticité, un potentiel dual dans l'espace des vitesses de déformation plastiques. Ce potentiel $\psi(\mathbf{D}^p)$ permet de définir le déviateur des contraintes par la loi d'écoulement :

$$\boldsymbol{\sigma}' = \tau \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{D}^p} \quad (2)$$

où τ est une contrainte de référence (par exemple, la limite élastique en traction uniaxiale selon une certaine direction). Formellement, les deux approches sont identiques. L'approche utilisant les potentiels en vitesses de déformations s'est avérée plus adaptée pour des calculs par éléments finis de matériaux rigides-plastiques, des calculs utilisant les chemins de déformation à travail dissipé minimal ou encore pour des calculs simplifiés de procédés de formage.

Des potentiels originaux ont été proposés par Van Houtte et al. [3], Arminjon et Bacroix [4],

Arminjon et al. [5], Van Houtte et Van Bael [6], Van Houtte et al. [7], sous la forme d'expansions en séries d'ordre quatre et six de fonctions de texture cristallographique. Une autre méthode pour générer des potentiels plastiques tridimensionnels convexes est basée sur l'utilisation des transformations linéaires. Des critères de plasticité de cette catégorie ont été proposés au début des années '90 par Barlat et al. [8] et Karafillis et Boyce [9]. Par la suite, Barlat et co-auteurs [10], [11] et Bron et Besson [12] ont utilisé deux transformations linéaires afin d'augmenter le nombre de paramètres et la flexibilité mathématique des potentiels proposés. Des potentiels plastiques utilisant une [13] puis deux transformations [14] ont été proposés sur la base des expressions des critères de plasticité de 1991 [8] et 2004 [11].

L'objectif de ce travail est d'explorer de manière plus systématique l'utilisation des transformations linéaires dans la formulation des potentiels plastiques et leur capacité à décrire la plasticité des matériaux métalliques polycristallins. Ainsi, une expression générale est proposée pour l'expression des potentiels plastiques, qui admet deux anciens potentiels comme cas particuliers. Dans l'objectif d'améliorer la capacité de prédiction, le nombre de paramètres est augmenté en autorisant un nombre arbitraire de transformations linéaires du tenseur vitesse de déformation plastique.

La formulation du potentiel plastique proposé est décrite dans le paragraphe suivant, pour être ensuite appliquée dans le paragraphe 3 à plusieurs tôles métalliques. L'article se termine par quelques conclusions.

2 Formulation du potentiel Srp2007- $N \times p$

L'expression suivante est proposée comme une généralisation des différents potentiels proposés par Barlat et co-auteurs :

$$\psi(\mathbf{D}^p) = \left[\frac{1}{N} \frac{1}{2^{1-b} + 1} \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^3 |\tilde{E}_i^k|^b \right]^{\frac{1}{b}} = \bar{D}^p, \quad (3)$$

où N est le nombre de transformations linéaires, b est un paramètre de matériau et \tilde{E}_i^k , $i = \overline{1,3}$ sont les valeurs principales des tenseurs $(\tilde{\mathbf{D}}^p)^k$, obtenus par la transformation linéaire de la vitesse de déformation plastique :

$$(\tilde{\mathbf{D}}^p)^k = \mathbf{B}^k \cdot \mathbf{I}'_{s4} \cdot \mathbf{D}^p. \quad (4)$$

Dans l'équation (4), \mathbf{I}'_{s4} est le tenseur unité dans l'espace des tenseurs symétriques et déviatoriques d'ordre quatre, et \mathbf{B}^k , $k = \overline{1,N}$ sont des matrices d'anisotropie :

$$\mathbf{I}'_{s4} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}^k = \begin{bmatrix} 0 & -b_{12}^k & -b_{13}^k & 0 & 0 & 0 \\ -b_{21}^k & 0 & -b_{23}^k & 0 & 0 & 0 \\ -b_{31}^k & -b_{32}^k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_{44}^k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{55}^k & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{66}^k \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Le potentiel plastique Srp2007- $N \times 9p$ ainsi défini comporte $N \times 9p$ paramètres. Pour $N=1$ et

$N=2$, on retrouve les expressions des potentiels Srp93 [13] et Srp2006-18p [14], respectivement.

L'augmentation du nombre de transformations induit une forte augmentation du nombre de paramètres, ce qui soulève la question de l'identification. Nous utilisons la technique d'identification développée par Arminjon et Bacroix [4], Arminjon et al. [5], Bacroix et al. [15], basée sur l'utilisation de la texture du matériau. Dans cette méthode, un modèle micromécanique est utilisé pour déterminer une surface de plasticité de référence pour le matériau étudié, en partant d'une mesure de sa texture. Un nombre de 80 000 points de référence sont ainsi considérés, équitablement répartis dans tout l'espace des directions de chargement [16]. Par la suite, les paramètres du potentiel sont identifiés en minimisant l'écart (au sens des moindres carrés) entre la surface de plasticité calculée et celle déterminée par le modèle micromécanique. Le modèle de Taylor est utilisé pour cette étape d'identification. Cette technique a l'avantage de permettre l'identification d'un très grand nombre de paramètres, étant donné le grand nombre de points de référence utilisés. Par exemple, une méthode similaire a été développée par Van Houtte et al. [3] pour l'identification des 210 paramètres de leur potentiel.

3 Applications et discussion

Afin de tester la capacité prédictive de la nouvelle formulation, nous utilisons les textures expérimentales des six matériaux polycristallins, étudiés dans la littérature. Trois alliages d'aluminium ont été testés (AA6016, AA5182 et AA6022) [17], ainsi qu'un acier doux (DC06), un acier dual phase (DP600) et un acier micro-allié (HSLA) [18], [19], [20]. La figure 1 montre la trace dans le plan π (plan déviatorique) des surfaces équi-potentielles correspondant au modèle de Taylor et au potentiel Srp2007, pour l'acier doux. On observe que le potentiel Srp2007-4x9p décrit parfaitement les résultats du modèle micromécanique. Cependant, les prédictions de Srp2007-2x9p sont aussi très proches de la référence.

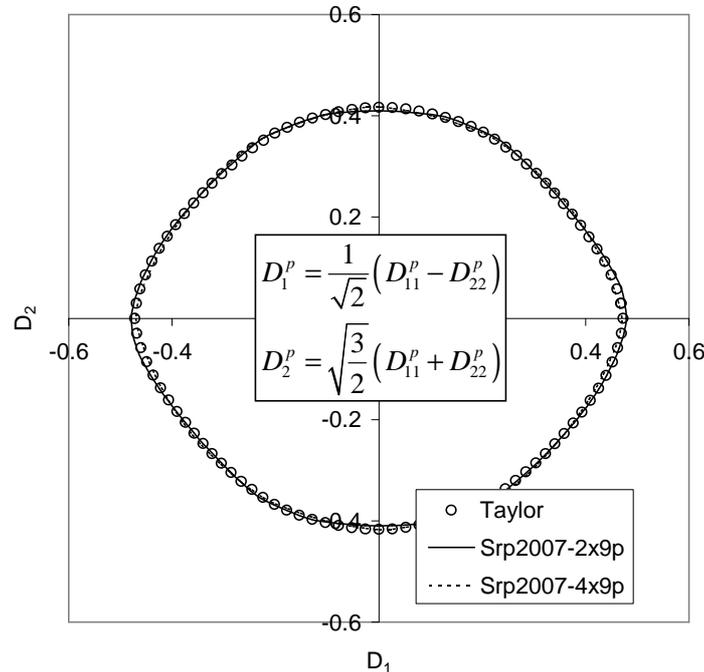


Figure 1 – Prédictions du modèle à 2 et 4 transformations linéaires, par rapport au modèle micromécanique de Taylor : plan déviatorique des vitesses de déformation, acier doux.

Une appréciation plus quantitative de la capacité prédictive de chaque modèle est fournie par la valeur de la fonction-coût utilisée pour identifier les paramètres des potentiels [21], [22]. La figure 2 montre la variation de cette fonction-écart avec le nombre de transformations, pour les six matériaux considérés.

La figure 2 donne un aperçu global de la capacité prédictive des potentiels Srp2007 utilisant plusieurs transformations. Ainsi, on constate que l'augmentation du nombre de paramètres améliore globalement la précision des résultats, jusqu'à cinq transformations. L'utilisation de six transformations, cependant, n'apporte pratiquement aucune amélioration. On peut donc conclure qu'il apparaît inutile d'augmenter le nombre de transformations au-delà de cinq (soit 45 paramètres).

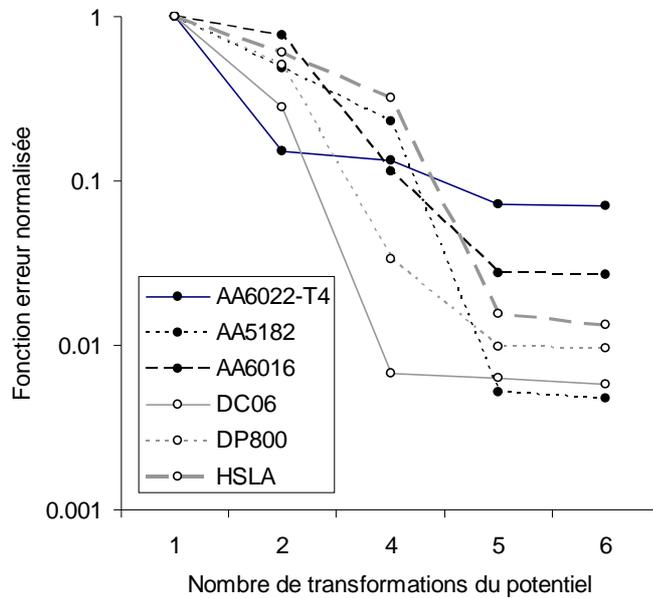


Figure 2 – Fonction erreur normalisée pour les six matériaux de l'étude, après identification des paramètres des potentiels Srp2007 utilisant jusqu'à six transformations linéaires.

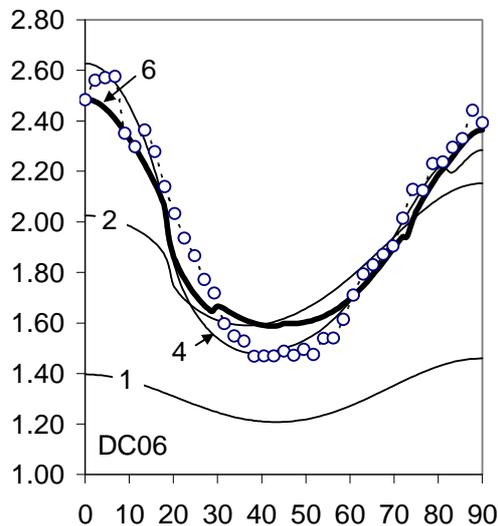


Figure 3 – Prédictions des coefficients d'anisotropie de Hill pour l'acier doux. Les données de référence (cercles) correspondent au modèle de Taylor. Les traits continus indiquent les prédictions des potentiels Srp2007 (le nombre de transformations est indiqué sur chaque courbe).

Contrairement à l'identification paramétrique basée sur des essais mécaniques, les valeurs des coefficients d'anisotropie ne sont pas utilisées pour l'identification par la méthode retenue. Elles peuvent donc servir ici pour la validation des paramètres identifiés. La figure 3 montre,

toujours pour l'acier doux, la variation du coefficient d'anisotropie de Hill dans le plan de la tôle, prédite par le modèle de Taylor et par les potentiels $Srp_{2007-N \times 9p}$ avec jusqu'à six transformations. Ce graphe indique une nette amélioration de la prédiction de l'anisotropie de l'écoulement plastique en augmentant le nombre de transformations.

4 Conclusions

Une nouvelle formulation de potentiel plastique a été proposée, qui comporte comme cas particuliers les précédents membres de la famille de potentiels Srp . Cette expression comporte un nombre arbitraire de transformations linéaires. L'étude montre que chaque transformation supplémentaire améliore la capacité prédictive du modèle pour une large gamme de matériaux métalliques, jusqu'à cinq transformations.

Remerciements

Les auteurs remercient Brigitte Bacroix et Cristian Teodosiu du Laboratoire des Propriétés Mécaniques et Thermodynamiques des Matériaux – LPMTM, Université Paris XIII, qui ont initié ces travaux sur les potentiels plastiques et y ont contribué par de nombreuses discussions et suggestions. L'ensemble des données expérimentales ont été préparées et fournies par Salima Bouvier du LPMTM. La formulation du modèle proposé ici a émergé suite à des échanges avec Frédéric Barlat de Postech, République de Corée.

Références

- [1] H. Ziegler. *An introduction to thermomechanics*. Amsterdam, North-Holland, 1977.
- [2] R. Hill. Constitutive dual potentials in classical plasticity. *Journal of Mechanics and Physics of Solids* 35, 22-33, 1987.
- [3] P. Van Houtte, K. Mols, A. Van Bael, E. Aernoudt. Application of yield loci calculated from texture data. *Textures Microstruct.* 11, 23-39, 1989.
- [4] M. Arminjon, B. Bacroix. On plastic potentials for anisotropic metals and their derivation from the texture function. *Acta Mechanica* 88 (3-4) 219-243, 1991.
- [5] M. Arminjon, B. Bacroix, D. Imbault, J.L. Raphanel. A fourth-order plastic potential for anisotropic metals and its analytical calculation from the texture function. *Acta Mechanica* 107 (1-4) 33-51, 1994.
- [6] P. Van Houtte, A. Van Bael. Convex plastic potentials of fourth and sixth rank for anisotropic materials. *International Journal of Plasticity* 20, 1505–1524, 2004.
- [7] P. Van Houtte, S.K. Yerra, A. Van Bael. The Facet method: a hierarchical multilevel modelling scheme for anisotropic convex plastic potentials. *International Journal of Plasticity*, doi: 10.1016/j.ijplas.2008.02.001, 2008.
- [8] F. Barlat, D. Lege, J.C. Brem. Six-component yield function for anisotropic materials. *International Journal of Plasticity* 7 (7) 693-712, 1991.
- [9] A.P. Karafillis, M.C. Boyce. A general anisotropic yield criterion using bounds and a transformation weighting tensor. *Journal of Mechanics and Physics of Solids* 41, 1859-1886, 1993.
- [10] F. Barlat, J.C. Brem, J.W. Yoon, K. Chung, R.E. Dick, D.J. Lege, F. Pourboghrat, S.H. Choi, E. Chu. Plane stress yield function for aluminum alloy sheets - Part 1: Theory.

International Journal of Plasticity 19 (9) 1297-1319, 2003.

- [11] F. Barlat, H. Aretz, J.W. Yoon, M.E. Karabin, J.C. Brem, R.E. Dick. Linear transformation-based anisotropic yield functions. *International Journal of Plasticity* 21 (5) 1009-1039, 2005.
- [12] F. Bron, J. Besson. A yield function for anisotropic materials. Application to aluminium alloys. *International Journal of Plasticity* 20, 937-963, 2004.
- [13] F. Barlat, K. Chung. Anisotropic potentials for plastically deformation metals. *Modell. Simul. Mater. Sci. Eng.* 1, 403-416, 1993.
- [14] D. Kim, F. Barlat, S. Bouvier, M. Rabahallah, T. Balan, K. Chung. Non-quadratic anisotropic potential based on linear transformation of plastic strain rate. *Int. J. Plasticity* 23, 1380-1399, 2007.
- [15] B. Bacroix, T. Balan, S. Bouvier, C. Teodosiu. Identification of plastic potentials by inverse method. *Esaform Conference*, Salerno, Italy, 347-350, 2003.
- [16] P. Gilormini, B. Bacroix, J.J. Jonas. Theoretical analyses of $\langle 111 \rangle$ pencil glide in BCC crystals. *Acta Metallurgica* 36, 231-256, 1988.
- [17] J.C. Brem, F. Barlat, R.E. Dick, J.W. Yoon. Characterizations of aluminum alloy sheet materials numisheet 2005. *NUMISHEET 2005: 6th International Conference and Workshop on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes, AIP Conference Proceedings*, Detroit, MI, 1179-1190, 2005.
- [18] 3DS report. Selection and identification of elastoplastic models for the materials used in the benchmarks. *18-Months Progress Report, Inter-regional IMS contract "Digital Die Design Systems (3DS)"*, IMS 1999 000051.
- [19] E.V. Nesterova, B. Bacroix, C. Teodosiu. Microstructure and texture evolution under strain-path changes in low-carbon interstitial-free steel. *Metallurgical and Materials Transactions A: Physical Metallurgy and Materials Science* 32 (10) 2527-2538, 2001.
- [20] B. Gardey, S. Bouvier, V. Richard, B. Bacroix. Texture and dislocation structures observation in a dual-phase steel under strain-path changes at large deformation. *Materials Science and Engineering A* 400-401, 136-141, 2005.
- [21] M. Rabahallah, T. Balan, S. Bouvier, B. Bacroix, F. Barlat, K. Chung, C. Teodosiu. Parameter identification of advanced plastic potentials and impact on plastic anisotropy prediction. *International Journal of Plasticity*, sous presse.
- [22] M. Rabahallah, T. Balan, F. Barlat. Application of strain rate potentials with multiple linear transformations to the description of polycrystal plasticity. *International Journal of Solids and Structures*, sous presse.