



**HAL**  
open science

# Modélisation à l'échelle mésoscopique du comportement hydro-mécanique des matériaux à matrice cimentaire

Caroline de Sa, Nathan Benkemoun, Jean-Baptiste Colliat, Farid Benboudjema

► **To cite this version:**

Caroline de Sa, Nathan Benkemoun, Jean-Baptiste Colliat, Farid Benboudjema. Modélisation à l'échelle mésoscopique du comportement hydro-mécanique des matériaux à matrice cimentaire. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01418187

**HAL Id: hal-01418187**

**<https://hal.science/hal-01418187>**

Submitted on 16 Dec 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Modélisation à l'échelle mésoscopique du comportement hydro-mécanique des matériaux à matrice cimentaire

C. De Sa<sup>1</sup>, N. Benkemoun<sup>1</sup>, J.-B. Colliat<sup>1</sup>, F. Benboudjema<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LMT-Cachan (ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris)  
61 avenue du Président Wilson, 94235 Cedex  
{desa,benkemoun,colliat,benboudjema}@lmt.ens-cachan.fr

---

**Résumé** — L'objectif des travaux présentés est de simuler des problèmes hydro-mécaniques couplés dans des matériaux cimentaires, à une échelle mésoscopique, permettant de considérer l'hétérogénéité de ces matériaux. La mésostructure représentative de ces matériaux est discrétisée à l'aide d'un maillage EF 3D, de type treillis, non adapté à la géométrie du problème. L'hétérogénéité de ces matériaux est représentée par l'introduction de discontinuités hydriques et mécaniques faibles. Un couplage hydro-mécanique faible est retenu pour la résolution du problème.

**Mots clés** — méthode des éléments finis, matériaux hétérogènes, matériaux cimentaires, couplage hydro-mécanique faible, discontinuités faibles.

---

## 1 Introduction

Le comportement macroscopique des matériaux hétérogènes, tels que les matériaux cimentaires (béton ou mortier), est lié aux comportements de chacune des phases les constituant (pâte de ciment et granulats principalement), qui peuvent s'avérer très différents face à une sollicitation. Ainsi, lors d'une sollicitation hydrique comme le séchage dû au déséquilibre avec l'environnement extérieur, le retrait de la pâte de ciment est gêné par les granulats inertes. Les contraintes engendrées par ces incompatibilités de déformation entre ces deux constituants à cette échelle mésoscopique viennent s'ajouter à celles dues aux gradients hydriques macroscopiques. Ces contraintes sont à l'origine de fissurations à l'interface entre ces deux matériaux (une décohérence entre la pâte de ciment et les granulats et le développement de fissures intragranulaires). Une bonne prédiction du comportement du béton vis à vis du séchage implique donc une bonne compréhension des mécanismes associés à ces deux échelles et une capacité à prédire leur part respective dans le comportement mécanique global.

De nombreux travaux expérimentaux et de modélisation font référence aux effets structurels (macroscopiques) associés au séchage. En revanche, plus rares sont les études associées à l'échelle mésoscopique. Quelques travaux expérimentaux ont été menés sur l'effet de la taille et du nombre d'inclusions granulaires sur le comportement au séchage des matériaux cimentaires [4] [13], montrant une distribution de la fissuration induite fonction de la fraction volumique et de la taille des inclusions. Très peu d'études numériques à l'échelle mésoscopique (comparatives à ce type d'essais expérimentaux) ont été menées [1]. En outre, celles-ci ne permettent pas d'avoir accès de manière explicite à la fissuration (aux effets de décohérence notamment observés aux interfaces entre la pâte de ciment et les inclusions granulaires) puisque basées sur des modélisations EF classiques de type endommagement et fissuration répartie.

Le but des travaux réalisés et présentés dans cette communication est de simuler numériquement ce type de comportement hydro-mécanique à l'échelle mésoscopique, en prenant en compte l'hétérogénéité liée à cette échelle, via un outil numérique performant, permettant de résoudre les problèmes suivants :

- **la prise en compte des deux phases** pâte de ciment et granulats et de leur propriétés hydro-mécaniques respectives.
- **la modélisation du problème physique par un couplage hydro-mécanique.**
- **l'accès à la fissuration induite au sein du maillage.**

## 2 Approche adoptée

### 2.1 Représentation explicite des hétérogénéités : discontinuités faibles

La mésostructure est discrétisée à l'aide d'un maillage EF de type treillis, non adapté à la géométrie du problème, c'est à dire non contraint par la position des interfaces physiques entre chaque phase. Les avantages de ce type de maillage sont la facilité de préparation et la souplesse d'adaptation à une nouvelle géométrie. En revanche, il est nécessaire de développer des éléments enrichis permettant de représenter des interfaces au sein des éléments "coupés" (voir Figure 1) et donc l'hétérogénéité de la mésostructure.

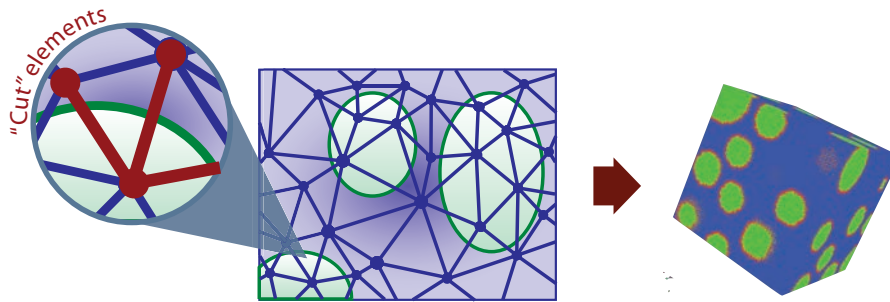


Figure 1 – Maillage treillis non adapté aux hétérogénéités

Pour un matériau bi-phasique de type matrice - inclusions, trois types d'éléments apparaissent : ceux entièrement dans la matrice (pâte de ciment) ou dans les inclusions (granulats) et ceux "coupés" entre deux phases, présentant des propriétés hydriques et mécaniques différentes de part et d'autre. La stratégie retenue pour enrichir la cinématique du problème élément fini ([9], [15], [10]) est celle des Modes Incompatibles ([11], [6]). Cette méthode présente l'avantage de ne pas modifier le code élément fini et de préserver le nombre d'inconnues total.

L'enrichissement de la cinématique est concrétisé par la fonction  $G_1$  (voir Equation (1) et Figure 2) . Pour le problème hydrique, cette discontinuité représente une différence de gradient hydrique et permet de prendre en compte les perméabilités différentes entre les deux matériaux pâte de ciment et granulats. Pour le problème mécanique, elle rend compte des propriétés élastiques différentes entre les compte deux phases.

$$G_1 = \begin{cases} -\frac{1}{\theta\ell}, & x \in [0, \theta\ell] \\ \frac{1}{\ell(1-\theta)}, & x \in [\theta\ell, \ell] \end{cases} \quad (1)$$

En outre, le choix de représentation des inclusions granulaires s'est porté vers un schéma d'inclusions sphériques.

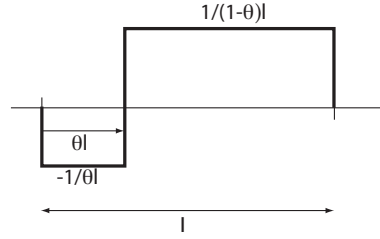


Figure 2 – Fonction  $G_1$  : discontinuité faible dans un élément barre

## 2.2 Modèle hydrique et couplage hydro-mécanique

### 2.2.1 Equations constitutives des transferts hydriques

Seul le modèle hydrique est présenté ici (le modèle mécanique faisant appel à des travaux de N. Benkemoun *et al.* [2] qui sont également présentés parallèlement à nos travaux).

Le séchage dans les matériaux cimentaires est un phénomène très complexe, faisant intervenir différents fluides (l'eau liquide, l'air sec, la vapeur d'eau). Les transports de ces fluides durant le séchage induisent une évolution de l'humidité relative  $h$ , de la pression capillaire  $p_c$  et du degré de saturation  $S_l$  au sein de la porosité de ces matériaux. Pour un séchage "naturel" (c'est à dire à température ambiante), il semble raisonnable de ne prendre en compte que l'eau liquide dans la modélisation du phénomène [7] [8]. La combinaison de l'équation de conservation de la masse et la loi de Darcy relatives à l'eau liquide amène donc à l'équation suivante,

$$\frac{\partial S_l}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial t} = \text{div}(k_{rl}(S_l) \frac{K}{\mu_l \phi} \cdot \text{grad}(p_c)) \quad (2)$$

où  $K$  est la perméabilité intrinsèque (à l'eau liquide) du matériau,  $k_{rl}$  est la perméabilité relative à l'eau liquide (elle traduit la diminution de la cinétique de séchage lorsque le degré de saturation diminue). Le degré de saturation  $S_l$  est relié à la pression capillaire  $p_c$  à l'aide du modèle de van Genuchten [5],

$$p_c(S_l) = a(S_l^{-b} - 1)^{1-\frac{1}{b}} \quad (3)$$

où  $a$  et  $b$  sont des paramètres matériaux. Il est à noter que ce modèle a été élaboré pour les sols, mais qu'il a été utilisé à plusieurs reprises avec succès pour le béton [3] [8]. La perméabilité relative évoluant durant le séchage est reliée au degré de saturation par le même modèle :

$$k_{rl}(S_l) = \sqrt{S_l} [1 - (1 - S_l^b)^{\frac{1}{b}}] \quad (4)$$

### 2.2.2 Retrait de dessiccation et couplage hydro-mécanique faible

Un couplage hydro-mécanique faible est retenu : lors du séchage, l'évolution de la pression capillaire au sein de la porosité du matériau cimentaire engendre un retrait de dessiccation, considéré comme la sollicitation mécanique. Ce couplage faible conduit naturellement au choix d'une résolution numérique partitionnée.

La modélisation du retrait de dessiccation adoptée est basée sur le mécanisme de pression capillaire, qui semble être prédominant dans la gamme d'humidité relative courante 50-100% [14]. Le cadre de la modélisation est celui de la mécanique des milieux poreux non saturés. La pression capillaire  $p_c$  est obtenue à partir de l'humidité relative  $h$  via la loi de Kelvin : la phase gazeuse (air sec et vapeur d'eau, pression  $p_g$ ) est supposée en équilibre avec la phase liquide (pression  $p_l$ ),

$$p_c = p_l - p_g = \frac{\rho_l R T}{M_w} \ln(h) \quad (5)$$

où  $R$  est la constante des gaz parfaits,  $T$  la température absolue,  $h$  l'humidité relative et  $M_w$  la masse molaire de l'eau. La pression capillaire est supposée agir sur le squelette solide, par le biais d'une pression de pore  $p_{sol}$  (l'effet de la pression de gaz est négligée),

$$p_{sol} = \alpha_{rd} S_l p_c \quad (6)$$

où  $\alpha_{rd}$  est un coefficient d'homogénéisation, qui peut être identifié à partir de l'évolution de la déformation de retrait de dessiccation. La déformation de retrait de dessiccation  $\varepsilon_{rd}$  peut alors être calculée, sous forme incrémentale, à partir de la relation suivante (assez proche de celle utilisée par [3]) :

$$d\varepsilon_{rd} = \frac{1 - 2\nu}{E} \alpha_{rd} S_l dp_c \quad (7)$$

### 2.3 Représentation de la fissuration : discontinuité forte

Le comportement adoucissant lié à l'apparition de fissures dans les matériaux quasi-fragiles entraîne une dépendance au maillage sur le plan numérique. Il a été montré par de nombreux auteurs ([12], [9]) que l'introduction de discontinuités fortes permet de capturer cette fissuration sans dépendance au maillage. Cette idée est mise en oeuvre ici afin de représenter la microfissuration dans la pâte de ciment ainsi qu'aux interfaces pâte/granulat.

## 3 Application à l'étude du séchage de matériaux modèles

L'objectif de l'étude numérique est d'éprouver la capacité du modèle numérique présenté à analyser l'influence des inclusions granulaires sur le séchage de matériaux cimentaires. Cette étude s'appuie sur des résultats expérimentaux effectués par Bisschop *et al.* [4] : des éprouvettes de "béton modèle", constituées de pâte de ciment et d'inclusions sphériques en verre sont soumises à un séchage sur une de leur face, les autres faces étant protégées de la dessiccation. Les billes ayant un comportement inerte au séchage et une rigidité importante, un retrait de la pâte gêné par les billes de verre est observé, entraînant une fissuration isotrope au sein de la pâte et à l'interface avec les billes de verre. Des éprouvettes de pâte de ciment seule subissant les mêmes conditions de séchage présentent au contraire une fissuration privilégiée, perpendiculaire à la face séchante limitée à la zone superficielle séchante.

### 3.1 Calculs réalisés

Les essais présentés ci-dessus ont donc été simulés avec l'outil numérique présenté préalablement. Deux cas ont ainsi été testés, avec ou sans inclusions. Le cas sans inclusions correspond à un matériau homogène, même à l'échelle mésoscopique. Le cas avec inclusions considère les deux phases pâte de ciment et inclusions de propriétés hydriques et mécaniques différentes, les inclusions étant supposées élastiques. Ces mésostructures, initialement à une humidité relative de 98 % sont soumises sur la face supérieure à une diminution d'humidité relative jusqu'à 30 % (voir Figure 3).

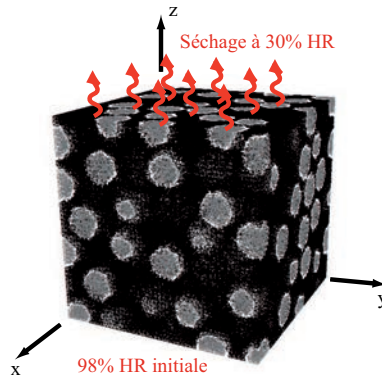


Figure 3 – Conditions aux limites imposées

### 3.2 Analyse des résultats

La Figure 4 représente les cartes de fissuration obtenues à l'issue du séchage respectivement pour la pâte de ciment seule (a) et le matériau hétérogène (b). On peut observer une fissuration localisée à la surface de la surface séchant pour la pâte seule. Cette fissuration est due au gradient hydrique (effet structurel). A contrario, une fissuration plus diffuse et plus isotrope est constatée pour le matériau hétérogène. Ces faciès de fissuration sont représentatifs des résultats expérimentaux présentés par Bisschop *et al.* [4]. On peut ainsi voir apparaître les incompatibilités de déformations entre la matrice et les inclusions durant le chargement hydrique, qui mènent à la fissuration à l'interface entre ces deux phases. On peut également noter que cette fissuration est accentuée par la faiblesse mécanique (expérimentalement déterminée) de la zone d'interface.

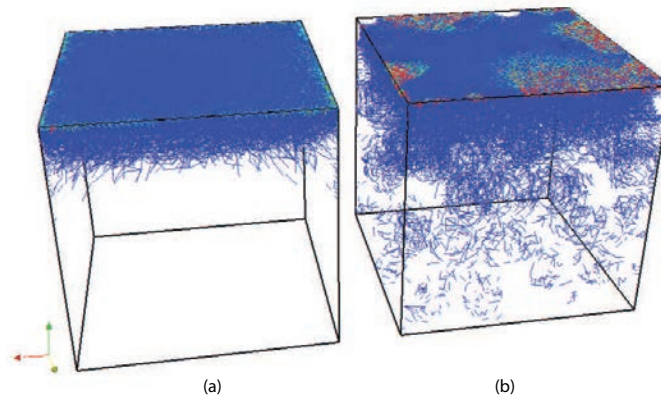


Figure 4 – Fissuration obtenue au sein : (a) de la pâte de ciment (b) des granulats

## 4 Conclusions

La capacité du modèle thermo-hydrique couplé présenté dans cette communication a été validée. L'effet de l'hétérogénéité du matériau sur le comportement mécanique induit lors du séchage est notamment reproduit (propagation de la fissuration à l'interface pâte de ciment/granulats). Des études sont à présent possibles sur l'effet de la teneur et de la taille des inclusions sur l'évolution de

cette fissuration (volume fissuré, orientation et longueur de fissures). Il est à noter que seul un couplage faible du comportement hydrique sur le comportement mécanique est utilisé actuellement. Le problème physique est plus complexe, l'apparition de fissures au sein du matériau entraînant une augmentation de la perméabilité et donc de la cinétique de séchage de ce matériau. Cet effet doit à présent être également introduit pour améliorer la prédictivité de ce modèle.

## Références

- [1] C. De Sa. *Etude hydro-mécanique et thermo-mécanique du béton. Influence des gradients et des incompatibilités de déformation*, mémoire de thèse, LMT ENS Cachan / CNRS / UMPC / UniverSud Paris, France, 2007.
- [2] N. Benkemoun, M. Hautefeuille, J.-B. Colliat, A. Ibrahimbegovic. Modélisation multi-échelles du comportement adoucissant des matériaux à matrice cimentaire. *9<sup>e</sup> colloque national en calcul des structures*, 2009.
- [3] V. Baroghel-Bouny, M. Mainguy, T. Lassabatere, O. Coussy. Characterization and identification of equilibrium and transfer moisture properties for ordinary and high-performance cementitious materials. *Cement and Concrete Research*, 1225–1238, 1999.
- [4] J. Bisschop, J.G.M. van Mier. Effect of aggregates on drying shrinkage microcracking in cement-based composites. *Materials and Structures*, RILEM, 453–461, 2002.
- [5] M.Th. Genuchten. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America*, 892–898, 1980.
- [6] A. Ibrahimbegovic, E.L. Wilson. A modified method of incompatible modes. *Communications in Applied Numerical Methods*, 7, 187–194, 1991.
- [7] M. Mainguy, O. Coussy, V. Baroghel-Bouny. Role of air pressure in drying of weakly permeable materials. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 582–592, 2001.
- [8] G. Meschke, S. Grasberger. Numerical modelling of coupled hygromechanical degradation of cementitious materials. *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 383–392, 2003.
- [9] J. Oliver. Modelling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 39, 3575–3623, 1996.
- [10] J. Oliver, A.E. Huespe, P.J. Sánchez. A comparative study on finite elements for capturing strong discontinuities : E-FEM vs X-FEM. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195, 4732–4752, 2006.
- [11] J.C. Simo, M. Rifai. A class of mixed assumed strain methods and the method of incompatible modes. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 29, 1595–1638, 1990.
- [12] J.C. Simo, J. Oliver, F. Armero. An analysis of strong discontinuity induced by strain softening solutions in rate-independant solids. *Journal of Computational Mechanics*, 12, 277–296, 1993.
- [13] M. Szcześniak, N. Burlion, J.F. Shao. An experimental study of the roles of water saturation degree and aggregate size in the mechanical response of cement based composites. *FraMCoS-6*, Italie, 2007.
- [14] I. Soroka. *Portland cement paste and concrete*, Macmillan, 1979.
- [15] G.N. Wells, L.J. Sluys. Application of embedded discontinuities for softening solids. *Engineering fracture mechanics*, 65, 263–281, 2000.