



HAL
open science

Modélisation multi-fils des processus de laminage

Huy Le Dang, Alain Ehrlacher

► **To cite this version:**

Huy Le Dang, Alain Ehrlacher. Modélisation multi-fils des processus de laminage. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01418164

HAL Id: hal-01418164

<https://hal.science/hal-01418164>

Submitted on 16 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Modélisation multi-fils des processus de laminage

H. Le Dang, A. Ehrlacher

Unité de Recherche Navier- ENPC (Université Paris Est)
6, 8 Avenue Blaise Pascal, 77455 Marne-la-vallée cedex, France
Email : ledanghuy.enpc@yahoo.fr ; ehrlacher@lami.enpc.fr

Résumé – Ce travail traite de la modélisation des processus de laminage par la « méthode des fils » dans le cas de comportement « Rigide Plastique ». L'idée de base de cette méthode est une discrétisation du milieu continu de la bande perpendiculairement à la direction longitudinale de laminage (on discrétise la bande en « fils »). Les équations des modèles sont alors de simples équations différentielles en la variable scalaire x si l'on désigne par x la coordonnée suivant l'axe de laminage. On peut alors mener rapidement le calcul approché des champs

Mots clés – Laminage, multi-fils, discrétisation.

1 Introduction

Le modèle le plus simple des processus de laminage fait appel à un comportement rigide plastique pour le matériau de la bande laminée et à un frottement de Tresca pour décrire le contact entre les cylindres de laminage et la bande dans la zone d'emprise.

Le théorème de la borne supérieure caractérise la solution du problème. Celui-ci s'énonce ainsi [Prager et Hodge, 1951] : « Parmi tous les champs de vitesse cinématiquement admissible dans la structure, la solution (si elle existe) du problème de l'évolution rigide plastique est celui qui minimise la fonctionnelle J^* , différence entre la puissance qui serait dissipée plastiquement dans le champ de vitesse et la puissance des efforts extérieurs imposés à la structure ».

Considérons un solide Ω , sans force de volume, avec un comportement rigide plastique de Von Mises de valeur seuil σ_0 , soumis au vecteur contrainte imposé \underline{T}_d sur une partie S_f de la frontière, en contact sur une partie Σ de sa frontière avec un « outil » exerçant un frottement de Tresca de contrainte limite de cisaillement τ , avec une vitesse \underline{v}_v imposée sur une partie S_v de sa frontière.

Notons \underline{v}^* un champ de vitesse cinématiquement admissible (donc vérifiant $\underline{v}^* = \underline{v}_v$ sur S_v) et supposons que \underline{v}^* admette une discontinuité $\llbracket \underline{v}^* \rrbracket$ tangentielle à une surface S^* dans Ω .

La fonctionnelle à minimiser J^* s'écrit alors :

$$J^*(\underline{v}^*) = \int_{\Omega} \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_0 \sqrt{\underline{d}^* : \underline{d}^*} d\Omega + \int_{S^*} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \llbracket \underline{v}^* \rrbracket dS + \int_{\Sigma} \tau \llbracket \underline{v}^* \rrbracket dS - \int_{S_f} \underline{T}_d \cdot \underline{v}^* dS$$

$$\text{où } \underline{d}^* = \text{sym}(\underline{\text{grad}}(\underline{v}^*))$$

La méthode des bornes supérieures s'appuie sur le théorème de la borne supérieure. Elle consiste à choisir des familles de champs de vitesse cinématiquement admissible dépendant de quelques paramètres et à déterminer le jeu de paramètres minimisant J^* sur cette famille.

Dans ce travail nous étudierons 4 familles de champs de vitesse que nous nommons respectivement « Uniformes », « Par blocs », « Multi-fils » et « Multi-blocs », (dont les détails seront donnés plus loin). Les deux premiers sont « classiques » pour ces problèmes. Les deux suivants sont plus originaux et sont étudiés comme une première étape d'une modélisation multi-fils avec des comportements plus complexes que celui rigide plastique. Ces quatre champs

de vitesse vont dépendre d'un paramètre qui correspond à la vitesse d'entrée V_e de la bande. Nous rechercherons donc la vitesse d'entrée qui minimise J^* pour chaque famille de champs de vitesse.

Nous appliquons à 2 exemples caractéristiques très différents de problèmes de laminage. Le premier est un exemple de laminage à froid et le second de laminage à chaud. Ces deux cas diffèrent principalement par leur valeur seuil σ_0 . Les comparaisons des valeurs minimales de J^* permettront de déterminer les mécanismes de déformation les plus vraisemblables dans chacun des deux exemples étudiés et la vitesse de défilement de la bande la plus vraisemblable.

2 Champs de vitesse « Uniformes »

2.1 Choix du champ vitesse

Pour la première famille de champs de vitesse « classiques » en déformations planes nous choisissons des champs tels que la composante « horizontale » de la vitesse (la composante suivant la direction de laminage) est uniforme dans l'épaisseur. Pour abrégier l'expression, nous dirons « champs de vitesse Uniformes », bien que ce ne soit évidemment pas le cas au sens strict, la composante horizontale $u(x)$ variant avec x et la composante verticale $w(x,z)$ variant avec x et z .

Les notations sont données sur la figure ci contre.

La vitesse horizontale est: $u(x) = \frac{h(0)}{h(x)} V_e$

Vitesse verticale: $w(x, z) = \frac{h'(x)}{h(x)^2} h(0) V_e z$

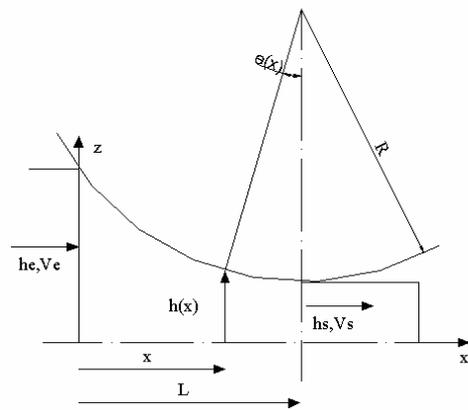


Figure 1 - Champ de vitesse uniforme dans l'épaisseur

2.2 Détermination de la fonctionnelle J^*

Dans ce cas, la fonctionnelle J^* (fonction du paramètre V_e) est la somme de quatre termes :

$$J^*(V_e) = P_{def}(V_e) + P_{\Delta V}(V_e) + P_{frot}(V_e) - P_{trac}(V_e)$$

P_{def} est la puissance dissipée par le taux de déformation : $P_{def} = \int_{\Omega} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \sqrt{2d} : d d\Omega$

$P_{\Delta V}$ est la puissance dissipée par la discontinuité de la vitesse : $P_{\Delta V} = \int_{S_{discontinuité}} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} [[V]] dS$

P_{frot} est la puissance dissipée par le frottement (cylindre-bande): $P_{frot} = \int_s \frac{k\sigma_0}{\sqrt{3}} [[V]] dS$

P_{trac} est la contribution à J^* due aux forces extérieures : $P_{trac} = (\sigma_s - \sigma_e) h_e b_e V_e$

Les détails des calculs sont dans [4]. L'application numérique est faite plus loin.

3 Champs de vitesse par Blocs

3.1 Choix du champ vitesse

Présentons maintenant la deuxième famille « classique » de champs de vitesse pour l'analyse des problèmes de laminage par la méthode des bornes supérieures.

Nous allons partitionner la bande en 3 « blocs » et proposer une famille de champs de vitesse rigidifiant chacun des blocs.

Le premier bloc est le bloc d'entrée. Le champ de vitesse y est uniforme en translation horizontale à la vitesse V_e . La vitesse d'entrée V_e est donc un paramètre de ce champ de vitesse.

Le bloc de sortie est lui aussi en translation horizontale à la vitesse V_s . Compte tenu de la conservation du débit, on a :

$$a : V_s = V_e \frac{h(0)}{h(L)}$$

Le champ de vitesse dans le bloc central est celui d'un mouvement rigidifiant de rotation autour du centre du cylindre de laminage et à la même vitesse de rotation (Le cylindre et le bloc de laminage constituent ensemble un solide rigide, il n'y a pas de puissance dissipée dans le frottement). On sait que la frontière séparant les différents blocs est constituée d'arcs de cercle [1]

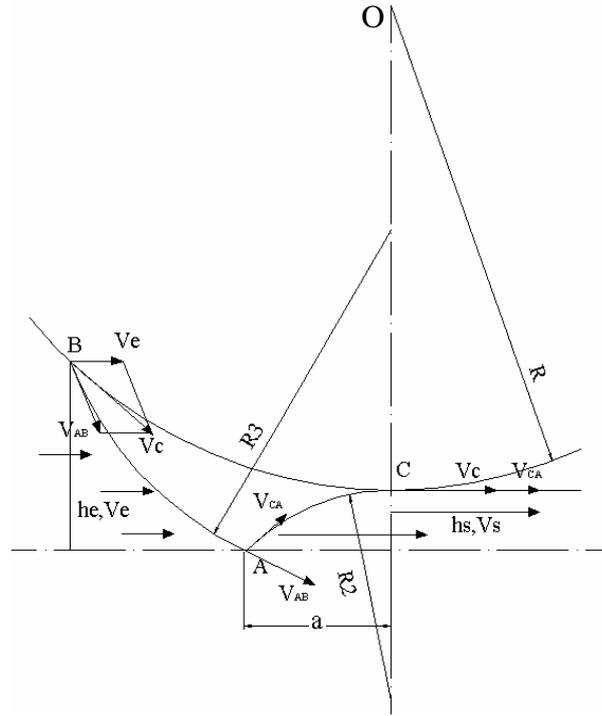


Figure 2 - Champs de vitesse par Blocs

3.2 Détermination de la fonctionnelle J^*

Dans ce cas, la fonctionnelle J^* (fonction du paramètre V_e) n'est la somme que de deux termes : $J^*(V_e) = P_{\Delta V}(V_e) - P_{trac}(V_e)$

$P_{\Delta V}$ est la puissance dissipée par la discontinuité de la vitesse : $P_{\Delta V} = \int_{S_{discontinuité}} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} [[V]] dS$

P_{trac} est la contribution à J^* due aux forces extérieures : $P_{trac} = (\sigma_s - \sigma_e) h_e b_e V_e$

Les détails des calculs sont dans [4]. L'application numérique est faite plus loin

4 Un modèle rigide plastique de « multi-fils », inspiré de la méthode des bornes supérieures en déformations planes.

4.1 Choix du champ vitesse

Dans la suite, pour simplifier la présentation et fixer les idées nous allons travailler sur le cas de deux couches (en réalité 4 couches compte tenu de la symétrie).

Nous allons nous intéresser au cas où l'interface entre les deux couches est une partie d'un cercle dont le centre est sur la ligne $x=L$ et de rayon r . En notant $e_i(x)$ l'épaisseur des fils et (L, m) les coordonnées du centre du cercle.

Le champ de vitesse pour la première couche est :

$$u_1(x) = \frac{h_{1,2}(0)}{h_{1,2}(x)} V_e \quad \text{et} \quad w_1(x) = \frac{h'_{1,2}(x)}{h_{1,2}(x)^2} h_{1,2}(0) V_e z$$

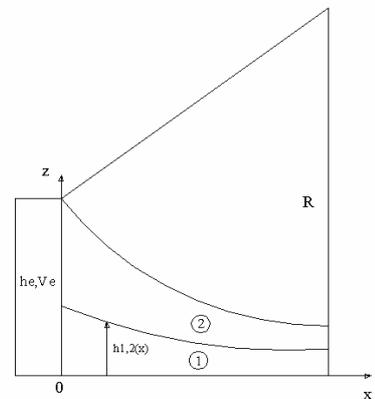


Figure 3 - Modèle multi-fils

Le champ de vitesse pour la seconde couche est :

$$u_2(x) = \frac{e_2(0)}{h(x) - h_{1,2}(x)} V_e$$

$$w_2(x) = \frac{h'(x) - h'_{1,2}(x)}{(h(x) - h_{1,2}(x))^2} e_2(0) V_e [z - h_{1,2}(x)] + \frac{e_2(0) V_e}{h(x) - h_{1,2}(x)} h'_{1,2}(x)$$

Ce champ dépend de 3 paramètres (V_e, m, r) . Nous commencerons à optimiser sur (m, r) à V_e fixée.

4.2 Détermination de la fonctionnelle J^*

Dans ce cas, la fonctionnelle J^* (fonction des paramètres V_e, m et r) est la somme de quatre termes : $J^*(V_e, m, r) = P_{def}(V_e, m, r) + P_{\Delta V}(V_e, m, r) + P_{frot}(V_e, m, r) - P_{trac}(V_e)$

$$P_{def} \text{ est la puissance dissipée par le taux de déformation : } P_{def} = \int_{\Omega} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \sqrt{2\dot{d} : \dot{d}} d\Omega$$

$$P_{\Delta V} \text{ est la puissance dissipée par la discontinuité de la vitesse : } P_{\Delta V} = \int_{S_{discontinuité}} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} [[V]] dS$$

$$P_{frot} \text{ est la puissance dissipée par le frottement (cylindre-bande) : } P_{frot} = \int_s \frac{k\sigma_0}{\sqrt{3}} [[V]] dS$$

$$P_{trac} \text{ est la contribution à } J^* \text{ due aux forces extérieures : } P_{trac} = (\sigma_s - \sigma_e) h_e b_e V_e$$

Les détails des calculs sont dans [4]. L'application numérique est faite plus loin.

5 Approches multi-blocs

5.1 Choix du champ vitesse

La demi-bande est discrétisée en 3 fils. Dans chaque fil on propose un champ de vitesse par blocs constitué de 3 parties. Dans le premier bloc (bloc amont ou bloc d'entrée) le champ de vitesse est un champ de translation uniforme horizontal à la vitesse V_e . Dans le dernier bloc (bloc aval ou bloc de sortie) le champ de vitesse est un champ de translation uniforme horizontal à la vitesse V_s . Dans le bloc central de chacun des fils le champ de vitesse est un champ de rotation de même axe que celui du cylindre de laminage et tournant à la même vitesse.

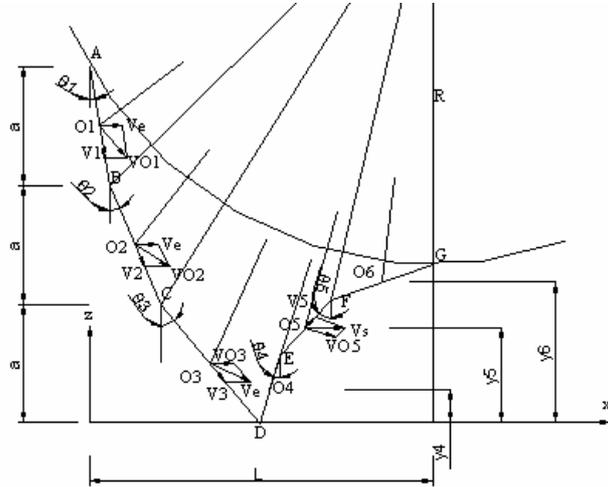


Figure 4 - Modèle multi-blocs

5.2 Détermination de la fonctionnelle J^*

Dans ce cas, la fonctionnelle J^* (fonction du paramètre V_e) n'est la somme que de deux termes : $J^*(V_e) = P_{\Delta V}(V_e) - P_{trac}(V_e)$

$$P_{\Delta V} \text{ est la puissance dissipée par la discontinuité de la vitesse : } P_{\Delta V} = \int_{S_{discontinuité}} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} [[V]] dS$$

P_{trac} est la contribution à J^* due aux forces extérieures : $P_{trac} = (\sigma_s - \sigma_e)h_e b_e V_e$
 Les détails des calculs sont dans [4]. L'application numérique est faite plus loin.

6 Application aux deux cas de laminage

6.1 Laminage à froid

Les données du cas de laminage à froid:

$$\begin{array}{llllll}
 h_e = 2.5\text{mm} & h_s = 1.75\text{mm} & b_e = 50.00\text{mm} & \sigma_0 = 600\text{MPa} & k = 0.4 \\
 R = 250\text{mm} & V_c = 1000\text{mm/s} & \sigma_e = 150\text{MPa} & \sigma_s = 150\text{MPa} & &
 \end{array}$$

Donnons les courbes de la fonctionnelle J^* (puissance de laminage) en fonction de la vitesse V_e :

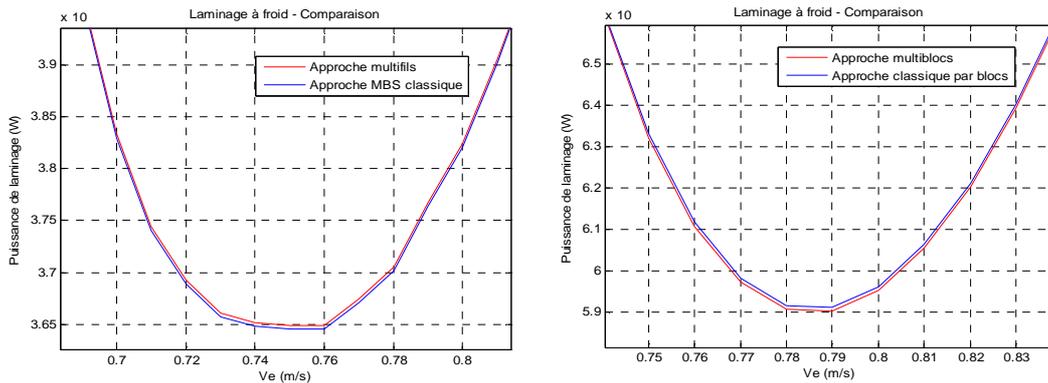


Figure 5 - Comparaison des modèles dans le cas laminage à froid

Le champ de vitesse « Uniforme » dans l'épaisseur avec le paramètre $V_e=0,73\text{m/s}$ donne les meilleurs résultats. Nous comparons ce champ de vitesse à celui obtenu par un calcul éléments finis (LAM3). Les champs multi-fils donnent des résultats comparables aux champs « uniformes » dans le cas laminage à froid.

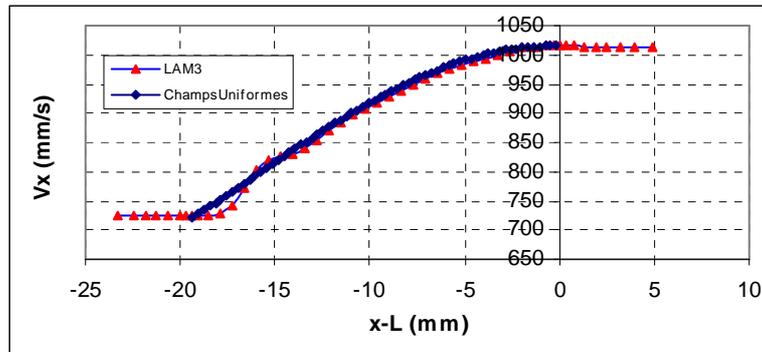


Figure 6 - Comparaison de V_x donnée par Champs Uniformes et par LAM3

6.2 Laminage à chaud

Les données d'entrée du cas de laminage à chaud:

$$\begin{array}{llllll}
 h_e = 18.415\text{mm} & h_s = 12.185\text{mm} & b_e = 250\text{mm} & \sigma_0 = 144\text{MPa} & k = 0.9 \\
 R = 341.6\text{mm} & V_c = 1420\text{mm/s} & \sigma_e = 0\text{MPa} & \sigma_s = 0\text{MPa} & &
 \end{array}$$

Donnons les courbes de la fonctionnelle J^* (puissance de laminage) en fonction de la vitesse d'entrée V_e

Dans le cas du laminage à chaud, ce sont les champs multi-blocs avec le paramètre $V_e = 1,06\text{m/s}$ qui donnent les meilleurs résultats.

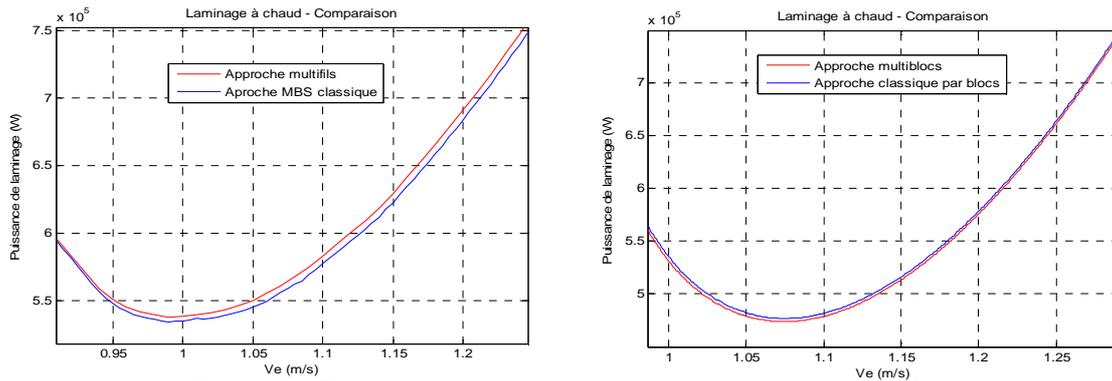


Figure 7 - Comparaison des modèles dans le cas laminage à chaud

Comparons ce champ de vitesse avec celui obtenu par un calcul LAM3. Pour cela dessinons les profils de vitesse V_x en fonction de z dans les sections d'abscisse $x_1=15,784$ mm et $x_2=50,063$ mm. Rappelons que la longueur de contact $L=64,942$ mm.

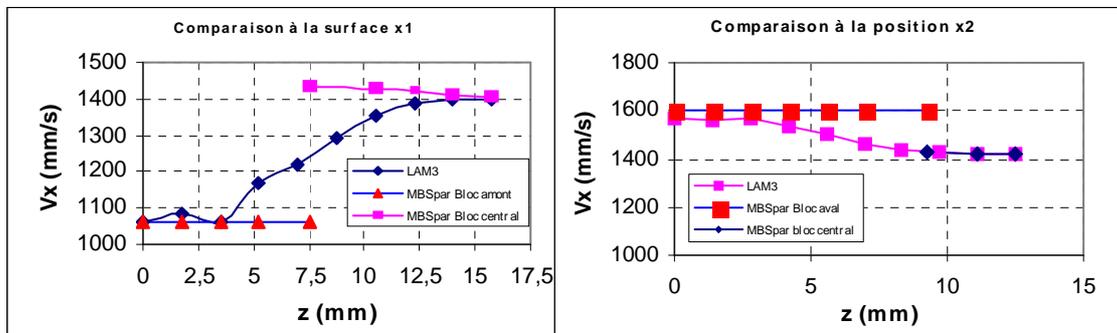


Figure 8 - Comparaison de champ de vitesse à la surface x_1 et x_2

A première vue, on constate une différence importante entre les champs de vitesses prévues par un calcul élastoplastique par éléments finis avec LAM3 et l'approche par la MBS avec des champs par Blocs. Cependant quelques points essentiels sont communs entre ces deux familles de calcul.

7 Conclusion

Cette étude tout d'abord nous aide à commencer la validation des modèles multi-fils et ensuite nous donne une vision générale sur la nécessité de la discrétisation de la bande de laminage selon les directions perpendiculaires à la direction horizontale. Enfin, elle nous aide à choisir des modèles convenables pour deux types de laminage (modèle multi-blocs pour laminage à chaud et modèle multi-fils avec champ de vitesse uniforme dans l'épaisseur de chaque fil pour laminage à froid).

Références

- [1] B. Avitzur. Journal of Engineering for Industry. *The Upper Bound Approach to Plane Strain Problems Using Linear and Rotational Velocity Field*, 1986, 108 pages.
- [2] T. Ngo Quang. *A new analytical model for lateral spread of an elastoplastic material in industrial cold rolling process*. Master de l'ENPC, 2007, 79 pages.
- [3] A. Ehrlacher. *Modèle multi-fils de plaque*. Arcelor Research 2005, 13 pages.
- [4] H. Le Dang. *Modélisation multi-fils des processus de laminage*. Master de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (ENPC), 2008, 46 pages.