



HAL
open science

Réponse non-linéaire de structures à paramètres imprécis

Karine Ruffin-Mourier, Franck Massa, Thierry Tison, Bertrand Lallemand

► **To cite this version:**

Karine Ruffin-Mourier, Franck Massa, Thierry Tison, Bertrand Lallemand. Réponse non-linéaire de structures à paramètres imprécis. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01416076

HAL Id: hal-01416076

<https://hal.science/hal-01416076>

Submitted on 14 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Réponse non-linéaire de structures à paramètres imprécis

K. Ruffin-Mourier, F. Massa, T. Tison, B. Lallemand

Laboratoire d'Automatique, de Mécanique et d'Informatique industrielles et Humaines
(LAMIH)

UMR 8530 CNRS / UVHC

Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis

Le Mont-Houy

59313 Valenciennes Cedex 9, France

Tél : 03.27.51.14.59

{Karine.Ruffin, Franck.Massa, Thierry.Tison, B.Lallemand}@univ-valenciennes.fr

Résumé – Cet article présente une méthode numérique de calcul de la réponse non-linéaire de structures mécaniques comportant des paramètres imprécis. Les imprécisions, modélisées par des nombres flous, portent sur les paramètres de la loi de contact et structuraux. Le problème est traité par une analyse mixte avec la recherche des configurations extrêmes et la réanalyse des solutions. Les résultats obtenus sont des enveloppes pondérées des réponses et sont comparées aux solutions de référence issues du Principe d'Extension de Zadeh.

Mots clés – Intervalle, Nombre flou, Réponse non-linéaire, Contact normal, Réanalyse.

1 Introduction

Les problèmes non-linéaires et plus particulièrement ceux traitant le contact, sont au cœur des préoccupations actuelles. En expérimental, la caractérisation des lois de contact et de frottement est en perpétuelle recherche et en simulation, de nouveaux algorithmes de résolution sont sans cesse développés pour mieux améliorer la représentativité des simulations numériques, tout en s'efforçant de réduire les coûts. Cependant, malgré ces avancées, de nombreuses sources d'imperfection subsistent et entachent les prédictions. Les lois de contact évoluent selon les conditions d'usure, de traitement de surface en contact... Ces paramètres sont difficilement quantifiables. De plus, dans le cadre d'une phase de conception, les paramètres endogènes sont également amenés à évoluer.

Dans cet article, la réponse temporelle de structures mécaniques comportant une non-linéarité due au contact est étudiée. Différents auteurs se sont intéressés au problème de la gestion des imprécisions dans des problèmes de contact. Une première catégorie met en œuvre des approches non intrusives [2,6] exploitant des logiciels éprouvés au détriment de coûts numériques rapidement prohibitifs. Une seconde catégorie exploite des schémas numériques intrusifs [1,7] nécessitant une maîtrise plus importante des algorithmes pour intégrer une gestion moins coûteuse des imprécisions durant la résolution du problème.

La technique de propagation, utilisant le formalisme flou [9], permet de propager les imprécisions associées aux paramètres de la loi de contact ainsi que celles associées aux propriétés matérielles des structures (linéaires) en contact.

Des travaux antérieurs réalisés en analyses statique, modale et en réponse harmonique [4,5, 8] ont conduit à définir une méthodologie couplant une analyse fonctionnelle et des techniques d'approximation pour évaluer l'enveloppe des réponses. La méthode présentée, et intitulée *Recherche des Combinaisons et Approximation pour le Contact (RCAC)*, reprend ce principe ainsi que le concept d' α -coupures pour le traitement numérique des nombres flous caractérisant les imprécisions. L'efficacité de la méthode est illustrée sur un cas test à partir d'une comparaison des résultats avec ceux issus du Principe d'Extension Discrétisé de Zadeh (PED), qui, dans ce contexte, constitue la référence.

2 Réponse non-linéaire non déterministe

2.1 Formulation du problème

L'imprécision sur les paramètres de la loi de contact ou les paramètres structuraux est traitée par la théorie des sous-ensembles flous qui permet d'introduire des gradations sur l'appartenance d'un élément à une classe. Ainsi, chaque paramètre est modélisé par un nombre flou caractérisé par une fonction d'appartenance, variant entre 0 et 1, pondérant l'appartenance des valeurs de ce paramètre sur un ensemble borné. La gestion numérique de ces nombres peut être réalisée de différentes manières. La solution retenue ici consiste à discrétiser les nombres flous en α -coupures (Figure 1). On peut alors se ramener à une succession de problèmes à intervalle.

Le problème non-linéaire est alors traité pour chaque α -coupure. La non-linéarité étudiée ici provient du contact entre les structures dont le comportement est considéré linéaire. La méthodologie proposée est intrusive et nécessite donc la disponibilité de l'ensemble des algorithmes de résolution. A ce stade de l'étude, un modèle de gestion de contact de type « normal nœud à nœud » a été implémenté de manière à évaluer le bien fondé de la méthodologie. La loi de contact exploitée est une loi linéaire (Figure 2) définie par deux paramètres traduisant le rapprochement des surfaces en fonction du chargement : le coefficient de pénalisation k_n et la hauteur des aspérités c_0 .

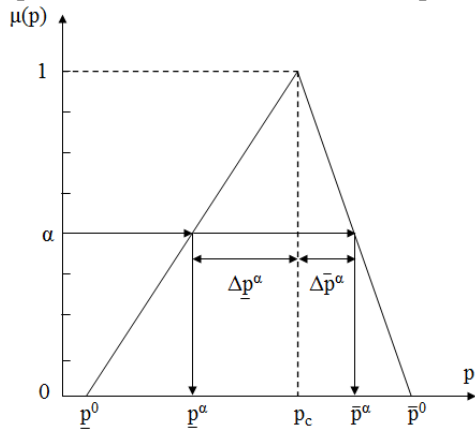


Figure 1 – Discretisation d'un nombre flou en α -coupures

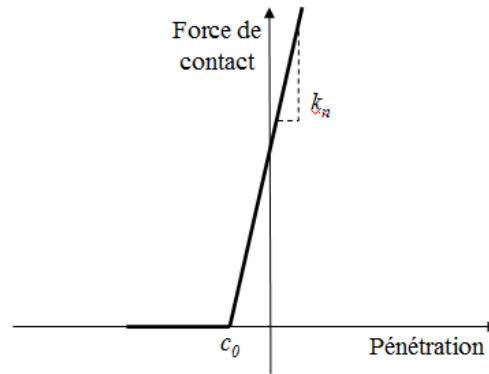


Figure 2 – Loi de contact normal

La réponse dynamique du problème est évaluée à partir d'un schéma de Newmark. Lorsque les conditions de contact sont réalisées, les solutions sont réajustées avec la méthode de Newton-Raphson. Pour une itération i et un incrément de temps t , la prise en compte des paramètres flous conduit à résoudre l'équation (1).

$${}^T K^i(\tilde{u}_t^{i-1}, \tilde{p}) \Delta \tilde{u}_t^i = -R(\tilde{u}_t^{i-1}, \tilde{p}) \quad (1)$$

$$\text{avec } \Delta \tilde{u}_t^i = \tilde{u}_t^i - \tilde{u}_t^{i-1}$$

où ${}^T K^i(\tilde{u}_t^{i-1}, \tilde{p})$ est la somme de la matrice tangente relative à la structure et de la matrice

tangente de contact, $\Delta \tilde{u}_t^i$ est l'incrément de déplacement flou et $R(\tilde{u}_t^{i-1}, \tilde{p})$ le résidu.

Toutes les quantités dépendent des paramètres \tilde{p} et des déplacements \tilde{u}_t flous.

La contribution \tilde{R}_c due au contact s'écrit en fonction des forces de contact définies par l'équation (2).

$$\tilde{F}_c = \tilde{k}_n (X_j - X_i) n_m - \tilde{c}_0 \quad (2)$$

X_i, X_j étant les positions des nœuds i et j en contact et n_m la normale de contact.

La contribution peut alors être donnée sous forme matricielle par l'équation (3) :

$$\tilde{R}_c = N_m \tilde{k}_n [N_c \tilde{u}_t + E - I \tilde{c}_0] \quad (3)$$

où N_m représente les normales de contact, N_c l'écart entre les nœuds en contact, E l'écart entre la position des nœuds et I est un vecteur unitaire.

La résolution itérative peut se révéler rapidement coûteuse selon le degré de non-linéarité du problème. Ainsi, le calcul de toutes les réponses avec toutes les combinaisons des valeurs des paramètres flous représenterait un coût prohibitif, qu'il est nécessaire de réduire.

2.2 Méthodologie

La méthode RCAC est séquencée en deux phases. La première phase correspond à une analyse de sensibilité des solutions vis-à-vis de chaque paramètre imprécis. Cette analyse est initiée avec les valeurs crêtes des paramètres définies pour $\alpha=0$ et poursuivie avec les solutions modifiées de manière à obtenir les combinaisons des valeurs des paramètres flous fournissant les solutions extrêmes. Cette phase est illustrée sur la Figure 3 dans le cas de deux paramètres flous. La deuxième phase consiste à réanalyser les solutions du problème correspondant aux combinaisons déterminées précédemment. La réduction du temps de calcul est donc obtenue en réduisant le nombre de combinaisons et le coût de calcul associé à une combinaison.

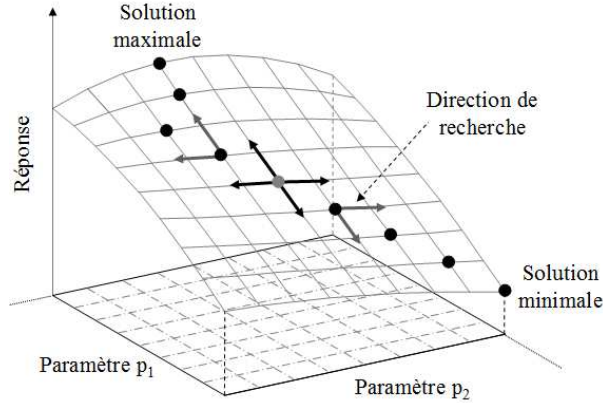


Figure 3 – Recherche des extrema pour deux paramètres flous

2.2.1 Analyse de sensibilité

Dans le cas des caractéristiques matérielles, une technique de sensibilité analytique classique est employée. Les sensibilités de la réponse par rapport aux paramètres de la loi de contact sont obtenues par dérivation de l'équation (4) à l'instant t :

$$M \ddot{u}_t + C \dot{u}_t + K u_t = F_t^{ext} + F_t^{contact} = F_t^{ext} + N_m k_n [N_c u_t + E - I c_a] \quad (4)$$

Le schéma d'intégration temporelle de Newmark est exploité pour évaluer les dérivées des vecteurs vitesses et accélérations. La sensibilité par rapport à la hauteur des aspérités par exemple, est donnée par l'équation (5). Le signe de ces dérivées permet ainsi de définir les directions de recherche.

$$\begin{aligned}
& \left(K_{eff} - N_m k_n N_c \right) \frac{\partial u_t}{\partial c_0} = \left(\frac{1}{\alpha \Delta t^2} M + \frac{\delta}{\alpha \Delta t} C \right) \frac{\partial u_{t-\Delta t}}{\partial c_0} - N_m k_n I \\
& \left(\frac{1}{\alpha \Delta t} M + \left(\frac{\delta}{\alpha} - 1 \right) C \right) \frac{\partial \dot{u}_{t-\Delta t}}{\partial c_0} + \left(\left(\frac{1}{2\alpha} - 1 \right) M + \Delta t \left(\frac{\delta}{2\alpha} - 1 \right) C \right) \frac{\partial \ddot{u}_{t-\Delta t}}{\partial c_0} \\
& \text{avec } K_{eff} = K + \frac{1}{\alpha \Delta t^2} M + \frac{\delta}{\alpha \Delta t} C
\end{aligned} \tag{5}$$

2.2.2 Réanalyse

Le but est de calculer les bornes des solutions associées aux configurations retenues lors de l'analyse des sensibilités. Afin de limiter le coût de calcul, ces solutions sont obtenues en projetant le système d'équations de la structure modifiée sur une base de dimension inférieure à la dimension initiale du problème. Pour cela, la matrice tangente ${}^T K$ utilisée dans le schéma itératif de Newton-Raphson peut être réécrite suivant l'équation (6), comme la somme de la matrice effective du modèle initial, augmentée de sa variation due à l'imprécision des paramètres.

$${}^T K r = \left(K_{eff}^i + \Delta {}^T K \right) r = R \tag{6}$$

La définition de la base est issue d'un développement en série de Neumann [3] dont la formulation est présentée par l'équation (7), r_0 étant la solution initiale.

$$\begin{aligned}
r_a &= \left(I - B + B^2 - \dots \right) r_0 \\
\text{avec } B &= K_{eff}^i{}^{-1} \Delta {}^T K
\end{aligned} \tag{7}$$

Ce développement est exploité pour la construction de la base de projection selon l'équation (8).

$$\begin{cases} r^{(1)} = r_0 \\ r^{(k+1)} = -B r^{(k)} \end{cases} \tag{8}$$

Le système d'équations est projeté dans cette base selon l'équation (9) pour obtenir les incréments de déplacements q dans la base réduite.

$$\begin{aligned}
r_b^T {}^T K r_b q &= r_b^T R \\
\text{avec } r_b &= \{ r^{(1)}, \dots, r^{(n)} \}
\end{aligned} \tag{9}$$

Les coûts de calcul et le conditionnement des matrices sont améliorés par la factorisation de la matrice effective initiale, invariante tout au long de l'étude, et par l'exploitation de l'orthonormalisation itérative de Gram-Schmidt.

3 Application

Afin de valider la méthodologie développée, une comparaison des réponses floues est effectuée sur un cas test adapté de Zahrouni [10]. Deux poutres élastiques en cuivre sont mises en contact. La force est appliquée progressivement, de 0 à 600 N en 1 seconde, au centre de la poutre supérieure puis maintenue. Pour toutes les simulations, chaque paramètre flou est discrétisé par 6 α -coupures, soit 11 valeurs discrètes.

Dans un premier temps, on s'attache à valider la méthode de réanalyse. Une comparaison est effectuée entre les résultats issus d'un PED utilisant des calculs standards (PED-S) et ceux issus d'un PED utilisant la technique de réanalyse (PED-R). L'imprécision porte sur les

paramètres de la loi de contact. Les variations de ces paramètres sont de l'ordre de $\pm 20\%$. La Figure 4 présente les déplacements flous du point B à différentes étapes des simulations réalisées avec le PED-S et le PED-R. L'erreur introduite par la réanalyse est inférieure à 0,1% pour un temps de simulation diminué de 80%. Néanmoins, la variation des déplacements est très faible, de l'ordre de 1%.

La technique de réanalyse étant validée, on s'intéresse dans un second temps à vérifier l'efficacité de la méthode RCAC sur un cas de propagation plus important de l'imprécision. Les modules d'Young de chaque poutre, considérés comme indépendants et variant de $\pm 20\%$, sont ajoutés à l'étude. La Figure 5 présente l'enveloppe extrême ($\alpha=0$) et la réponse crête ($\alpha=1$) du point A avec les méthodes PED-S et RCAC. On peut noter une bonne précision de la propagation des imprécisions prises en compte sur l'amplitude de la réponse étudiée. Pour l'ensemble des déplacements, l'erreur relative moyenne est de 0.5%. L'utilisation directe du PED-S correspond à 121 calculs standards. Pour la méthode RCAC, 1 calcul standard, 10 analyses de sensibilité et réanalyses ont été réalisées pour obtenir les bornes des déplacements flous. Sur ce cas, le gain en temps de calcul obtenu avec la méthode RCAC est de l'ordre de 40.

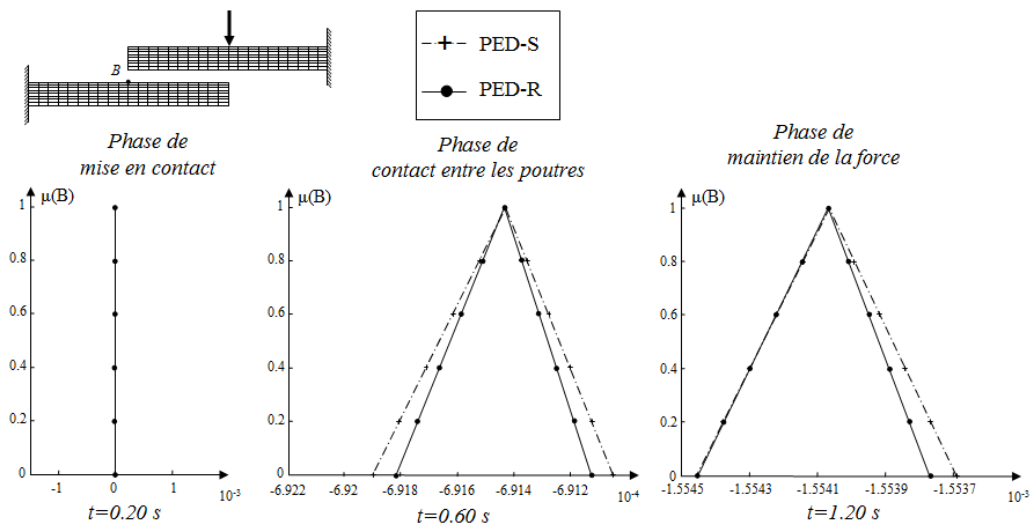


Figure 4 – Résultats de simulation avec paramètres de contact imprécis

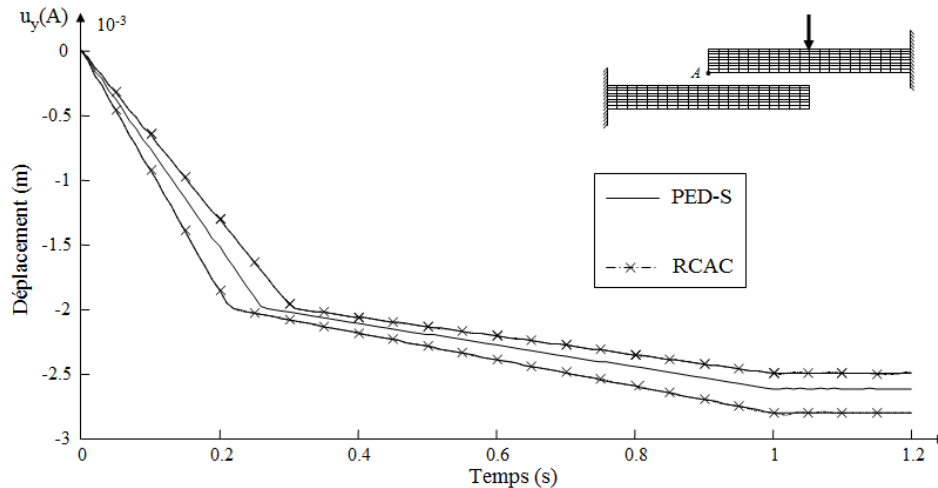


Figure 5 – Enveloppe d'une réponse avec paramètres structuraux imprécis

4 Conclusion

Cet article a présenté une méthode permettant de prendre en compte les imprécisions

associées aux paramètres structuraux et aux paramètres d'une loi de contact normal. La recherche des combinaisons des paramètres à chaque α -coupure est réalisée par une analyse de sensibilité puis la réanalyse des solutions extrêmes permet d'approximer les réponses. L'application de la méthode RCAC sur un cas test en quasi-statique a permis une réduction significative des temps de calcul pour une très bonne précision montrant ainsi son efficacité. Les perspectives sont d'étendre la méthodologie à des cas de charges dynamiques et pour des modèles de contact plus représentatifs.

Remerciements

The present research work has been supported by International Campus on Safety and Intermodality in Transportation, the Nord-Pas-de-Calais Region, the European Community, the Regional Delegation for Research and Technology, the Ministry of Higher Education and Research, and the National Center for Scientific Research.

The authors gratefully acknowledge the support of these institutions.

Références

- [1] C. Blanzé, L. Champaney. A computational strategy for the random response of assemblies of structures. *International Journal of Solids and Structures*, 41, page6383-page6405, 2004.
- [2] F.M. Hemez, Y. Ben-Haim. Info-gap robustness for the correlation of tests and simulations of a non-linear transient. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18, page1443-page1467, 2004.
- [3] B. Lallemand. Sensibilité des structures à l'imprécision des paramètres endogènes par l'utilisation du formalisme flou. *Mémoire de doctorat*, Université de Valenciennes, 1998.
- [4] F. Massa, B. Lallemand, T. Tison. A fuzzy procedure for the static design of imprecise structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195, page925-page941, 2006.
- [5] F. Massa, K. Ruffin-Mourier, T. Tison, B. Lallemand. A complete method for efficient fuzzy modal analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 309, page63-page85, 2008.
- [6] H. Mrad, M. Rachik, D. Marceau, M. Fafard. Utilisation de l'algorithme de Monte Carlo pour l'analyse probabiliste du problème de contact mécanique. *Actes du 8ème colloque national en calcul des structures*, Giens, France, Mai, 2007.
- [7] P. Ragot. Contribution à la conception robuste en dynamique des systèmes – Application à un système frottant présentant des instabilités de type Sprag-Slip. *Mémoire de doctorat*, Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs Sud-Alsace, 2007.
- [8] K. Ruffin-Mourier, F. Massa, T. Tison, B. Lallemand. Réponse harmonique de structures comportant des paramètres imprécis. *Actes du 8ème colloque national en calcul des structures*, Giens, France, Mai, 2007.
- [9] L. A. Zadeh. Fuzzy set. *Information and control*, 8, page338-page353, 1965.
- [10] H. Zahrouni. Méthode Asymptotique Numérique pour le flambage et pour les problèmes fortement non-linéaires. *Habilitation à Diriger des Recherches*, Université Paul Verlaine, Metz, 2005.