



HAL
open science

Simulation du comportement mécanique d'une plaque en interaction avec un fluide environnant

Benoît Tang

► **To cite this version:**

Benoît Tang. Simulation du comportement mécanique d'une plaque en interaction avec un fluide environnant. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01413837

HAL Id: hal-01413837

<https://hal.science/hal-01413837>

Submitted on 11 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Simulation du comportement mécanique d'une plaque en interaction avec un fluide environnant

B. Tang

CNES – Direction des Lanceurs
Rond-Point de l'Espace
91023 Evry Cedex
benoit.tang@cnes.fr

Résumé – Le couplage “fluide/structure” est souvent à l’origine de nombreux problèmes d’instabilité. On présente ici une méthodologie de couplage fluide/structure. Et on l’applique à la simulation du comportement d’une plaque en interaction avec un fluide environnant grâce au code de calcul MSC/Nastran. L’étude consiste à évaluer la réponse « couplée » de la structure et du fluide soumis à une excitation de pression. Ce papier présente le modèle Eléments Finis, la méthodologie de couplage fluide/structure utilisée et les résultats obtenus dans les cas « avec couplage » et « sans couplage ». Numériquement, MSC/Nastran permet de mettre en place facilement ce type d’analyse et de donner des tendances rapidement. Toutefois, il reste à confronter ces résultats à ceux issus d’autres méthodologies validées expérimentalement.

Mots clés – Simulation, Couplage, MSC/Nastran.

1 Introduction

Généralement, la présence d’un fluide autour d’une structure influence le comportement dynamique de la structure et vice versa i.e. les niveaux vibratoires de la structure sont influencés par les variations de pression du fluide et inversement, les niveaux de pression dans le fluide sont sensibles aux variations de déplacements de la structure. Dans ce papier, on étudie le comportement dynamique de la structure et du fluide, en prenant en compte leurs interactions mutuelles.

Après avoir écrit les équations d’équilibre en terme d’Eléments Finis, qui régissent le comportement dynamique d’un système fluide/structure soumis à une excitation extérieure, on appliquera au modèle Eléments Finis composé de la plaque et du fluide environnant. L’étude consistera à évaluer la réponse « couplée » de la structure et du fluide soumis à une excitation de pression appliquée sur la plaque. Enfin, on comparera les résultats obtenus dans les cas « avec couplage » et « sans couplage » afin d’évaluer l’impact du couplage sur les niveaux de réponse.

2 Méthodologie

Dans ce chapitre, on établit les équations matricielles en terme d’Eléments Finis qui régissent le comportement dynamique d’un système fluide/structure permettant de traiter notre problème. Pour cela, on écrit d’abord les équations matricielles de mouvement relatives à une structure seule et à un fluide seul.

2.1 Équation matricielle de mouvement d’une structure

La discrétisation via la méthode des Eléments Finis décrite dans [2], des équations différentielles régissant le comportement dynamique d’une structure soumise à une force extérieure F_s^{ext} , montre que l’équation matricielle de mouvement de cette structure (sans

amortissement) a la forme générale suivante :

$$M_{ss} \ddot{U}_s + K_{ss} U_s = F_s^{\text{ext}} \quad (1)$$

Où,

⇒ M_{ss} et K_{ss} sont respectivement les matrices de masse et de raideur de la structure. Elles sont symétriques, réelles et de dimensions $s \times s$.

⇒ U_s est la matrice colonne de déplacements des s degrés de liberté (ddl) de la structure. Elle est fonction du temps t .

⇒ \ddot{U}_s est la dérivée seconde de U_s par rapport au temps t .

⇒ F_s^{ext} est la matrice colonne des forces extérieures appliquées sur les s ddl de la structure. Elle est fonction du temps t .

2.2 Équation matricielle de mouvement d'un fluide

En écrivant les équations générales relatives à un fluide linéaire, non visqueux et compressible (acoustique cf [1]), on montre, en employant la méthode standard de Galerkin (cf [1]) et en utilisant la discrétisation sur la variable pression p (voir *nota 1* ci-dessous), que l'équation matricielle de mouvement de ce fluide, soumis à une force extérieure F_f^{ext} , peut être écrite de la manière suivante :

$$M_{ff} \ddot{P}_f + K_{ff} P_f = F_f^{\text{ext}} \quad (2)$$

Où,

⇒ M_{ff} et K_{ff} sont respectivement les matrices de masse et de raideur du fluide. Elles sont symétriques, réelles et de dimensions $f \times f$.

⇒ P_f est la matrice colonne de pression de taille f . Elle est fonction du temps t .

⇒ \ddot{P}_f est la dérivée seconde de P_f par rapport au temps t .

⇒ F_f^{ext} est la matrice colonne des forces extérieures appliquées sur le fluide. Elle est de taille f et est fonction du temps t .

Nota 1 :

La discrétisation employée pour obtenir (2) est basée sur l'utilisation « séparation en espace et temps » des codes de calcul Eléments Finis et sur les fonctions d'interpolation permettant d'identifier la partie spatiale de la variable p .

Si $N_f(x)$ matrice colonne est cette fonction d'interpolation, alors la pression p peut être approximée par :

$$p(x, t) = N_f^T(x) P_f(t) \quad (3)$$

Où $P_f(t)$ est une matrice colonne de pression dépendant uniquement du temps t et est de taille f .

Les matrices de masse et de raideur du fluide se calculent alors (cf [1]) de la manière suivante :

$$M_{ff} = \frac{1}{c^2} \int_V N_f(x) N_f^T(x) dV \quad (4)$$

$$K_{ff} = \int_V \nabla N_f(x) (\nabla N_f(x))^T dV \quad (5)$$

2.3 Équation matricielle de mouvement d'un système fluide/structure

A l'interface fluide/structure, les déplacements liés aux vibrations de la structure agissent sur le fluide. Inversement, les variations de pression dans le fluide agissent comme une force externe sur la structure. Par ailleurs, les forces internes mutuelles F_f sur le fluide et F_s sur la structure dues au couplage sont perpendiculaires à la surface frontière Ω , ce qui est une conséquence du fluide modélisé comme un milieu non visqueux (cf [1]).

En tenant compte de ces forces de couplage à l'interface fluide/structure et en appliquant (1) et (2) aux sous-systèmes respectivement « structure » et « fluide », les équations matricielles de mouvement relatives au système fluide/structure soumis à une force extérieure F_s^{ext} , appliquée uniquement sur la structure, peuvent être décrites par :

$$\begin{aligned} M_{ss} \ddot{U}_s + K_{ss} U_s &= F_s + F_s^{\text{ext}} \\ M_{ff} \ddot{P}_f + K_{ff} P_f &= F_f \end{aligned} \quad (6)$$

En calculant les termes de couplage F_f et F_s sur la surface Ω d'interface fluide/structure, [1] montre que (6) devient :

$$\begin{aligned} M_{ss} \ddot{U}_s + K_{ss} U_s &= A_{sf} P_f + F_s^{\text{ext}} \\ M_{ff} \ddot{P}_f + K_{ff} P_f &= -\rho^0 A_{sf}^T \ddot{U}_s \end{aligned} \quad (7)$$

Avec,

$$A_{sf} = \int_{\Omega} N_s(x) n N_f^T(x) dS \quad (8)$$

Où,

⇒ A_{sf} est la matrice de couplage entre la structure et le fluide (de dimension $s \times f$)

⇒ n est le vecteur normal à Ω (positif orienté vers le fluide)

⇒ $N_s(x)$ est le vecteur des fonctions d'interpolation pour les déplacements $u(x,t)$ de la structure tel que :

$$u(x, t) = N_s^T(x) U_s(t) \quad (9)$$

L'équation (7) peut également s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} M_{ss} & 0 \\ \rho^0 A_{sf}^T & M_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{U}_s \\ \ddot{P}_f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ss} & -A_{sf} \\ 0 & K_{ff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_s \\ P_f \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_s^{\text{ext}} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Nota 2 :

Le calcul de la matrice de couplage A_{sf} est possible avec le code de calcul MSC/NASTRAN ce qui n'est pas le cas des nombreux autres codes de calculs Eléments Finis.

3 Modèle de calcul

3.1 Description du modèle Eléments Finis

Le modèle Eléments Finis a été construit avec le code de calcul MSC/NASTRAN V70.5. La Plaque a été modélisée par des éléments volumiques CHEXA et des éléments surfaciques CQUAD4 utilisant la carte matériau MAT1 pour spécifier le module Young, la masse volumique et le coefficient de Poisson.

Le fluide environnant a été modélisé par des éléments volumiques CHEXA utilisant la carte matériau MAT10 pour spécifier sa masse volumique et la vitesse de propagation du son dans ce fluide.

Le modèle ainsi construit est présenté ci-dessous :

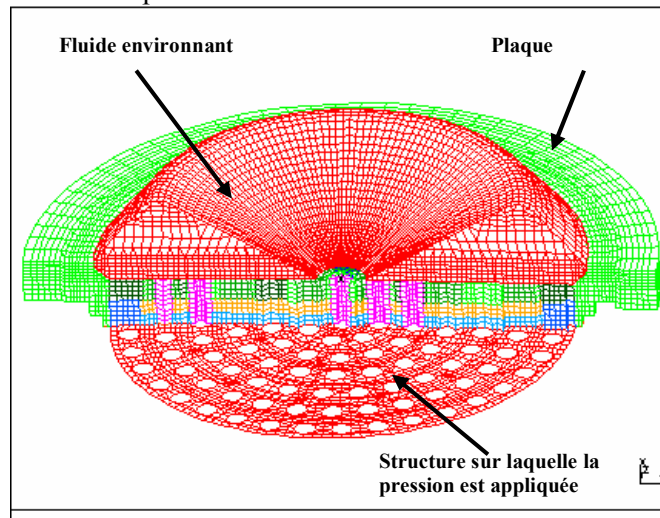


Figure 1 – Coupe du modèle EF de la Plaque et du fluide environnant

3.2 Définition des surfaces d'interface fluide/structure

Les surfaces d'interface Ω entre fluide/Plaque sont définies par les éléments frontières fluide/structure au moyen de la commande ACMODL du code MSC/NASTRAN.

3.3 Définition des conditions aux limites

Aucune condition aux limites n'est appliquée sur le fluide environnant ce qui signifie que les faces « libres » du modèle sont supposées infiniment rigides.

La Plaque est encastree sur les bords. Le centre de la Plaque est relié à une raideur axiale K_{axiale} et est encastree dans les autres directions. Cette raideur est considérée variable dans notre problème.

3.4 Définition du chargement

Le chargement $P(f)$ est représenté par une courbe de pression en fonction de la fréquence. Il est appliqué sur les éléments de la structure indiquée sur la figure 1.

3.5 Application de la méthodologie à notre problème

On suppose que le fluide environnant vérifie les hypothèses de l'équation (10). Par ailleurs, la force extérieure est bien appliquée uniquement sur la structure. L'équation (10) peut donc être utilisée pour simuler le comportement mécanique de la Plaque et du fluide.

On cherche U_s (déplacements de la Plaque) et P_f (pression dans le fluide environnant) comme solution. Le code de calcul MSC/NASTRAN V70.5 permet de calculer les matrices de couplage et de trouver les solutions de cette équation en fonction de la fréquence.

On résout l'équation (10) grâce aux données suivantes :

⇒ Les matrices M_{ss} , K_{ss} , M_{ff} et K_{ff} sont renseignées via le modèle Eléments Finis décrit dans §3.1 avec la définition des propriétés physiques et matériaux.

⇒ Les surfaces d'interface Ω Fluide/Structure sont données dans §3.2 ce qui permet d'obtenir la matrice de couplage A_{sf}

⇒ La force extérieure F_s^{ext} appliquée à la structure est le chargement $P(f)$ défini dans §3.4

4 Résultats de calcul

4.1 Mise en évidence des cas de couplage

La raideur axiale K_{axiale} peut varier dans notre problème. Une analyse modale montre qu'elle influe sur la première fréquence propre de la Plaque. La figure ci-dessous révèle alors que le couplage entre le 1^{er} mode propre du fluide et celui de la structure est possible :

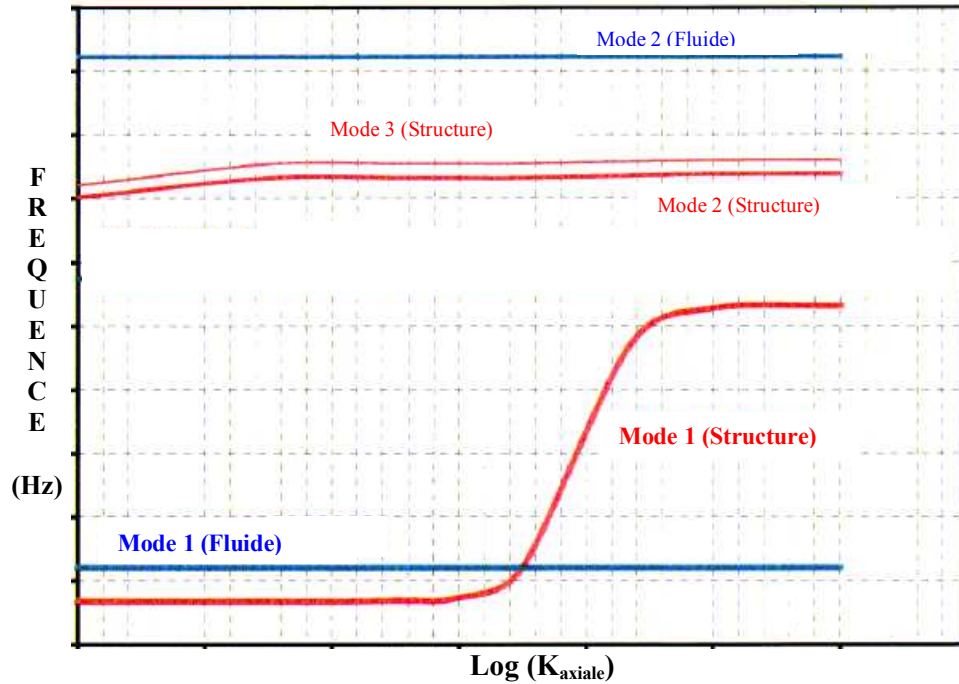


Figure 2 – Comparaison des fréquences propres de la structure et du fluide

Le couplage est susceptible de se produire entre les deux modes propres suivants :

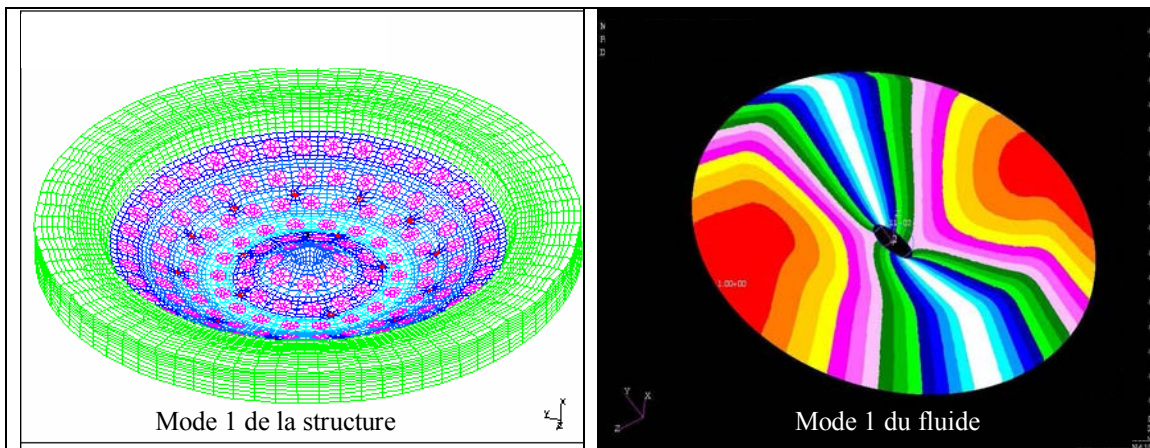
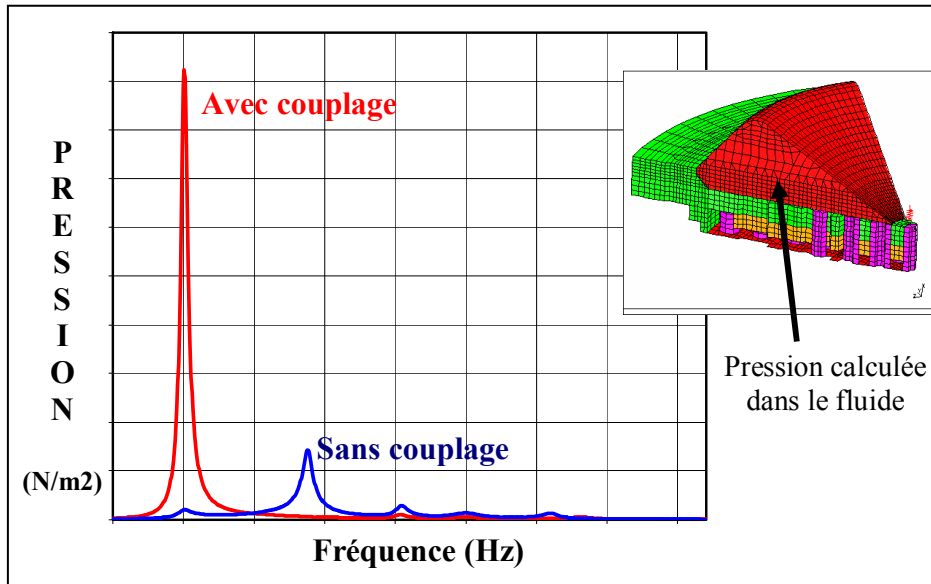


Figure 3 – Déformée modale du mode 1 de la structure et du fluide

4.2 Impact du couplage fluide/structure sur les niveaux de réponse

Quand il y a couplage, l'étude révèle que les déplacements liés aux vibrations du modèle de la structure influent fortement sur les variations de pression dans le fluide comme le montre la figure ci-dessous. Inversement, les déplacements verticaux de la structure sont ici peu impactés en présence du fluide.



5 Conclusions

Ce papier donne un cas d'étude utilisant la méthodologie présentée dans §2. pour évaluer l'impact du couplage fluide/structure. Le code de calcul Nastran permet de mettre en œuvre rapidement un tel calcul. L'étude montre qualitativement une interaction importante entre le comportement dynamique du 1^{er} mode propre de la structure et du fluide. Quantitativement, ne disposant pas de valeurs mesurées, ces résultats n'ont pas pu être validés.

Références

- [1] Dr.Ir.N.B. Roozen. *Numerical Acousto-elastic Analysis of Aircraft Structures using MSC/NASTRAN*. Fokker Aircraft BV, page71-page77, 1992.
- [2] Ph. Trompette. *Mécanique des structures par la méthode des éléments finis – Statique et dynamique*. Masson, page171-page202, 1992.