



**HAL**  
open science

# Une méthode multi-grilles localisée X-FEM dédiée à la propagation tridimensionnelle de fissures de fatigue

Johann Rannou, Anthony Gravouil, Marie-Christine Baietto

## ► To cite this version:

Johann Rannou, Anthony Gravouil, Marie-Christine Baietto. Une méthode multi-grilles localisée X-FEM dédiée à la propagation tridimensionnelle de fissures de fatigue. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01413711

**HAL Id: hal-01413711**

**<https://hal.science/hal-01413711>**

Submitted on 10 Dec 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Une méthode multi-grilles localisée X-FEM dédiée à la propagation tridimensionnelle de fissures de fatigue

J. Rannou<sup>1</sup>, A. Gravouil<sup>2</sup>, M.C. Baietto-Dubourg<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ONERA DMSM / CMEN,  
22, Avenue de la Division Leclerc,  
BP 72, F-92322 Chatillon Cedex, France  
johann.rannou@onera.fr

<sup>2</sup> Université de Lyon, INSA-Lyon, LaMCoS, CNRS UMR5259,  
18-20 rue des sciences, F-69621 Villeurbanne, France  
{anthony.gravouil, marie-christine.baietto}@insa-lyon.fr

---

**Résumé** — L’objectif de ce travail est de développer des outils numériques dédiés à la simulation de la propagation tridimensionnelle des fissures avec une prise en compte d’effets d’échelles d’ordre de grandeurs éventuellement très différents. Ainsi, dans le cadre de la simulation tridimensionnelle des fissures microstructurellement longues sollicitées en fatigue, nous souhaitons pouvoir coupler dans une même méthode numérique à la fois l’échelle de la structure, l’échelle de la fissure, et l’échelle des phénomènes non-linéaires proches de la fissure. Par exemple, la plasticité confinée, l’effet de refermeture doivent être pris en compte dans les modèles numériques afin de pouvoir identifier le comportement tridimensionnel des fissures, ou estimer la durée de vie en fatigue des structures. Dans ce contexte, une méthode multi-grille localisée, couplée à X-FEM avec représentation intrinsèque des fissures par fonctions de niveaux est proposée. Des simulations de propagation tridimensionnelle de fissure en fatigue en mode mixte sont présentées, ainsi que des comparaisons avec des techniques expérimentales d’imagerie tridimensionnelle.

**Mots clés** — X-FEM, multi-grilles, non-linéarités localisées, fonctions de niveaux, imagerie 3D.

---

## 1 Introduction

La méthode des éléments finis étendus a été appliquée avec succès à un grand nombre d’applications et en particulier dans la simulation de la propagation des fissures [9, 7]. Néanmoins, pour les applications d’ingénierie en mécanique des structures, il est nécessaire de développer des méthodes numériques permettant d’appréhender globalement l’échelle de la structure et celle de la fissure. En ce sens, on dispose généralement d’un maillage initial de la structure dont la taille locale des éléments finis ne permet pas d’introduire un défaut de type fissure. Pour ce faire, il est nécessaire d’adapter localement le maillage à l’échelle de la fissure. Bien entendu, cela ne remet pas en cause les propriétés de non-remailage d’X-FEM lors de la possible propagation de la fissure dans la zone d’intérêt. Nous proposons ici une stratégie multi-grilles localisée permettant de coupler la discrétisation globale de la structure avec une discrétisation locale dans la zone d’intérêt [1, 2, 10, 4, 6]. On entend par zone d’intérêt le domaine contenant la (ou les) fissure(s) ainsi que leur possible propagation. Dans un cadre multi-grilles, plusieurs échelles intermédiaires peuvent être considérées. D’autre part, des opérateurs de changement d’échelles spécifiques sont proposés en présence d’enrichissement [12, 5]. Il est ainsi montré qu’il existe une échelle d’enrichissement

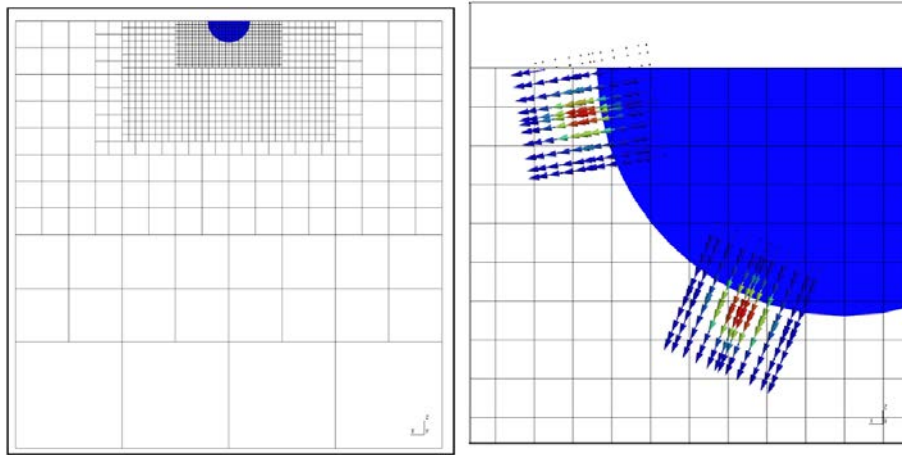


Figure 1 – (a) grilles localisées avec fissure (b) champ d’extension virtuelle pour le calcul des facteurs d’intensité des contraintes

à partir de laquelle la vitesse de convergence de l’algorithme multi-grilles est optimal [11]. Enfin, nous proposons de représenter la fissure sur une grille externe unique et indépendante qui permet l’utilisation d’algorithmes en espace et en temps robustes et précis au second ordre lors de la simulation de la propagation tridimensionnelle des fissures. D’autre-part, cette stratégie s’avère très pertinente lors du couplage avec des techniques expérimentales d’imagerie tridimensionnelle [3, 13]. En effet, il est possible d’adapter la discrétisation de la représentation géométrique des fonctions de niveaux à la forme complexe des fissures, sans pour autant utiliser une discrétisation équivalente pour le problème mécanique. Enfin, des comparaisons entre simulation et données expérimentales sont effectuées en vue de développer des outils aptes à identifier les lois de propagation tridimensionnelle de fissures en fatigue en mode mixte.

## 2 Une stratégie X-FEM multi-grilles avec localisation

Il est dorénavant bien établi que la méthode des éléments finis étendus est bien adaptée pour la simulation de la propagation tridimensionnelle des fissures. Ces intérêts les plus significatifs sont les suivants : aucun remaillage n’est nécessaire lors de la propagation de la fissure ; seules les fonctions d’enrichissement sont réactualisées ; les enrichissements singuliers au voisinage du front de la fissure permettent de capturer précisément le comportement asymptotique ; introduction de fonctions d’enrichissement à fort contenu mécanique dans le champ recherché. Cependant, on peut aussi évoquer les limites suivantes : intégration numérique délicate ; nécessité d’un préconditionneur efficace (pour les solveurs linéaires itératifs) ; à maillage initial fixé, la méthode X-FEM ne permet pas de prendre en compte des fissures trop petites par rapport à la taille des éléments. Pour toutes ces raisons, nous avons proposé dans des travaux précédents de coupler la méthode X-FEM avec une stratégie multi-grilles localisée. Dans ce cadre, les multi-grilles ne sont pas seulement utilisées en tant que solveurs performants, mais constituent également une véritable stratégie multi-échelles (couplage entre les échelles grossières liées à la structure et les échelles fines liées à la fissure et à d’éventuelles non-linéarités localisées) (voir Figure 1). Ainsi, de nouveaux opérateurs de changement d’échelles sont développés (approches nodales ou variationnelles : mortar) [11]. De plus, une nouvelle stratégie d’enrichissement multi-échelles est proposée. En effet, l’échelle initiale n’est pas nécessairement adaptée à la modélisation d’une fissure tant d’un point de vue numérique que physique : la zone enrichie singulièrement ne correspond pas nécessairement à la zone de K-dominance. Enfin, on ne sait pas forcément enrichir l’approximation éléments finis correspondante. Dans ce contexte, une stratégie d’enrichissement est mise en évidence. Elle est

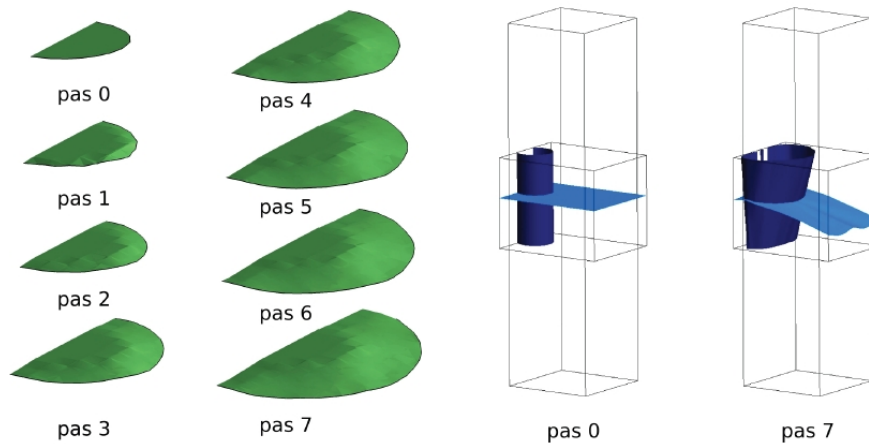


Figure 2 – fonctions de niveaux pendant la propagation d’une fissure en mode mixte. Efforts extérieurs normaux et tangentiels sur les faces à l’extrémité de l’éprouvette. Critère de bifurcation en contrainte circonférentielle maximale. Propagation de la fissure proportionnelle au taux de restitution d’énergie local.

associée à un critère très simple lié au rapport entre la taille de maille et la taille caractéristique de la fissure [11].

D’autre-part, cette stratégie d’enrichissement s’avère optimale par rapport à la vitesse de convergence de la méthode X-FEM multi-grilles localisée. Il est montré que le temps CPU est nettement plus faible qu’un gradient conjugué préconditionné avec une complexité d’ordre inférieur. Enfin, une extension de la méthode multi-grilles au cas de non-linéarités localisées est proposée (plasticité confinée en pointe de fissure).

Finalement, une stratégie X-FEM multi-grilles localisée a été développée pour simuler efficacement la propagation tridimensionnelle des fissures (voir Figure 2). Pour améliorer encore la précision de l’outil numérique, nous proposons ici une représentation externe des fonctions de niveaux. Ce maillage indépendant et unique possède les avantages suivants : il est bien adapté au contexte multi-échelles car il est défini dans la zone d’intérêt (fissure et son éventuelle propagation) (voir Figure 3) ; un maillage structuré est utilisé et permet l’utilisation d’algorithmes différences finies robustes et du second ordre (Godunov, Runge-Kutta) ; ce maillage indépendant permet un couplage simple avec d’autres logiciels (logiciels d’imagerie tridimensionnelle, mesures de champ par corrélation d’image : CORRELI).

### 3 Couplage avec les techniques d’imagerie et de mesure de champ

L’outil numérique proposé précédemment a été développé dans le cadre du projet PROPAVAN-FIS (fondation CETIM) qui regroupe les laboratoires LaMCoS (INSA de LYON), MATEIS (INSA de LYON) et LMT (ENS de CACHAN). Il s’agit de développer une stratégie globale de couplage entre les méthodes de simulation numérique X-FEM multi-échelles, les techniques d’imagerie tridimensionnelles de microtomographie par rayonnement synchrotron X (ESRF-Grenoble) et les méthodes de mesure de champ tridimensionnelle par corrélation d’image, afin d’appréhender les lois de propagation des fissures tridimensionnelles [13]. Dans cette étude, on considère une éprouvette en fonte à graphite sphéroïdale adaptée à la mesure de champ tridimensionnelle en présence de fissure. En effet, la taille des nodules de graphite est suffisamment petite par rapport à la fissure pour que celle dernière soit considérée micro-structurellement longue. La Figure 4 illustre les fonctions de niveaux de la fissure obtenues à partir des résidus de la mesure du champ de

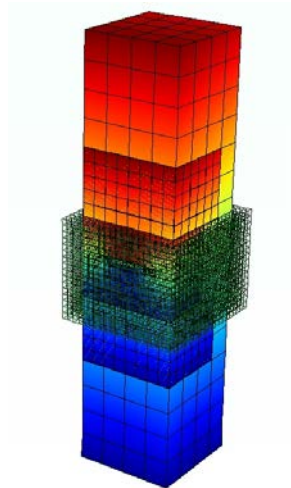


Figure 3 – Déformée de la structure avec maillage externe des fonctions de niveaux

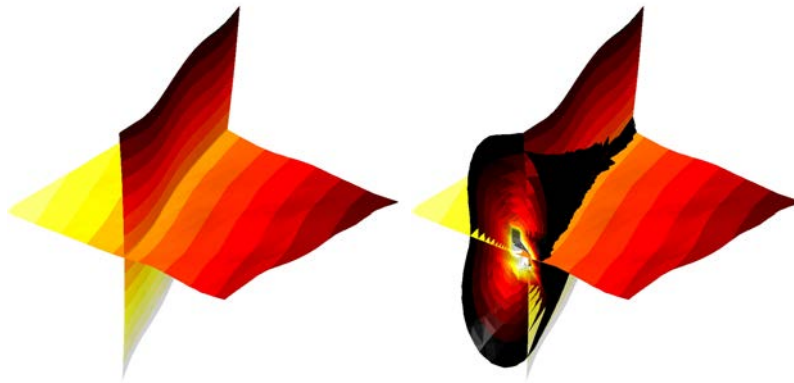


Figure 4 – (a) fonctions de niveaux (b) plasticité localisée

déplacement par corrélation d'image (3D-DIC).

Ces fonctions de niveaux peuvent ensuite être utilisées soit pour la mesure de champ par corrélation d'image étendue (3D X-DIC) [13], soit pour la simulation numérique X-FEM. Ainsi, dans le cas de la simulation numérique X-FEM, nous introduisons la forme "réelle" de la fissure, ainsi que les conditions aux limites en déplacement issues de la mesure de champ (voir Figure 5). Toutes les étapes de transfert de données entre les logiciels d'imagerie, de mesure de champ ou de simulation numériques ont été partiellement automatisées. Finalement, il est alors possible de comparer en volume les facteurs d'intensité des contraintes expérimentaux ou issus de la simulation X-FEM (voir Figure 6). Dans l'exemple proposé, un excellent accord est observé entre les résultats expérimentaux et les résultats issus de la simulation X-FEM avec plasticité confinée. Ceci permet d'envisager à moyen terme l'identification tridimensionnelle de lois de propagations de fissures directement en volume.

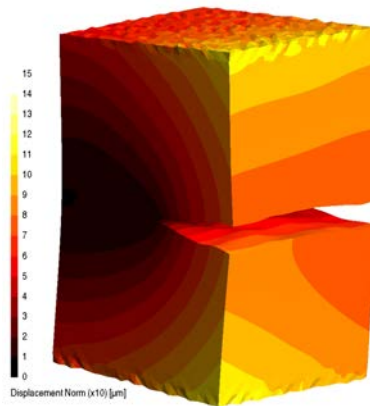


Figure 5 – Simulation X-FEM non-linéaire élasto-plastique avec fissure et conditions aux limites expérimentales. Module de Young  $E=210\text{GPa}$ , limite élastique  $315\text{MPa}$ . Ecrouissage isotrope égal à  $E/10$ .

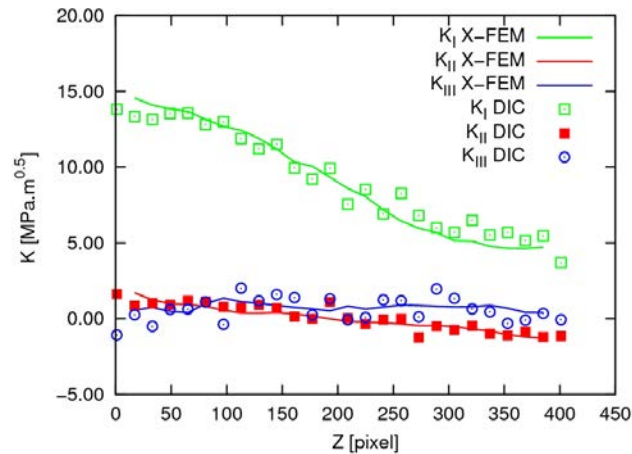


Figure 6 – Comparaison FICs numériques et expérimentaux

## 4 Conclusion

L'algorithme X-FEM multi-grilles localisé est utilisé ici comme un outil multi-échelles permettant de faire communiquer les différentes échelles mises en jeu (structure, fissure, non-linéarités localisées). Les bonnes propriétés de convergence des techniques multi-grilles sont conservées. Des opérateurs de changement d'échelles spécifiques sont proposés et une stratégie d'enrichissement multi-échelle optimale est mise en évidence.

Enfin, il est proposé l'utilisation d'une discrétisation auxiliaire pour les fonctions de niveaux adaptée à un contexte multi-échelle, tout en assurant robustesse et précision. Il est montré que cet outil est parfaitement adapté à un couplage avec les méthodes d'imagerie 3D et de mesure de champ 3D en vue de l'identification de lois 3D de propagation des fissures. Les perspectives à moyen terme sur le plan numérique concernent l'extension à des techniques de raffinement automatique, à l'extension de non-linéarités de contact entre les lèvres de la fissure et l'efficacité de l'algorithme multi-grilles non linéaire.

## 5 remerciements

Nous remercions la fondation CETIM pour avoir soutenu ce travail ainsi que tous les autres membres du projet PROPAVANFIS : Jean-Yves Buffière, Alain Combescure, Francois Hild, Nathalie Limodin, Wolfgang Ludwig, Julien Réthoré, Stéphane Roux.

## Références

- [1] Brandt, A. (1977). Multi-level adaptative technique (mlat) for fast numerical solution to boundary value problems. *Lecture Notes in Physics*.
- [2] Brandt, A. (1984). *Multigrids techniques*.
- [3] Ferrié, E., Buffière, J., Ludwig, W., Gravouil, A., and Edwards, L. (2006). Fatigue crack propagation : In situ visualization using X-ray microtomography and 3 D simulation using the extended finite element method. *Acta Materialia*, 54(4) :1111–1122.
- [4] Fish, J., Pandheeradi, M., and Belsky, V. (1995). An efficient multilevel solution scheme for large scale non-linear systems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38 :1597 – 1610.
- [5] Fish, J. and Yuan, Z. (2004). Multiscale enrichment based on partition of unity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 70 :1341 – 1359.
- [6] Lubrecht, A. and Venner, C. (2000). *Multilevel methods in lubrication*. Elsevier.
- [7] Moës, N., Gravouil, A., and Belytschko, T. (2002). Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets. Part I : Mechanical model. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, 53 :2549–2568.
- [8] Moës, N., échet, E., and Tourbier, M. Imposing essential boundary conditions in the extended finite element method. *Computational Plasticity / COMPLAS VIII Barcelone 2005*.
- [9] Moës, N., Dolbow, J., and Belytchko, T. (1999). A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46 :131 – 150.
- [10] Parsons, I. D. and Hall, J. F. (1990a). The multigrid method in solid mechanics : Part I – algorithm description and behaviour. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*.
- [11] Rannou, J., Gravouil, A., and Baïetto-Dubourg, M.-C. (2009). A local multigrid X-FEM strategy for 3-D crack propagation. *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 77 :581 – 600.
- [12] Rannou, J., Gravouil, A., and Combescure, A. (2007). A multi-grid extended finite element method for elastic crack growth simulation. *Revue européenne de mécanique numérique*, 16 :161–182.
- [13] Rannou, J., Limodin, N., Réthoré, J., Gravouil, A., Ludwig, W., Baïetto-Dubourg, M., Buffière, J., Combescure, C., Hild, F., and Roux, S. (2009). Three dimensional experimental and numerical multiscale analysis of a fatigue crack. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, submitted.