



HAL
open science

Dynamique linéaire et non linéaire d'un contact frottant

Anissa Meziane, Laurent Baillet, Bernard Laulagnet

► **To cite this version:**

Anissa Meziane, Laurent Baillet, Bernard Laulagnet. Dynamique linéaire et non linéaire d'un contact frottant. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01413702

HAL Id: hal-01413702

<https://hal.science/hal-01413702>

Submitted on 10 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Dynamique linéaire et non linéaire d'un contact frottant

A. Meziane¹, L. Baillet², B. Laulagnet³

¹ Laboratoire de Mécanique Physique, CNRS UMR 5469, Université Bordeaux 1,
351 Cours de la Libération 33405 TALENCE cedex France
a.meziane@lmp-u-bordeaux1.fr

² Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique, CNRS, Université Joseph Fourier
BP 53 38041 Grenoble CEDEX 9
lbaillet@ujf-grenoble.fr

³ Laboratoire Vibrations Acoustique, INSA-LYON,
Bâtiment St. Exupéry, 25 bis avenue Jean Capelle F-69621 Villeurbanne cedex, France
bernard.laulagnet@insa-lyon.fr

Résumé – L'objectif de ce papier est d'étudier sur deux exemples les vibrations macroscopiques et microscopiques générées au niveau d'un contact frottant. Le premier exemple traite des vibrations auto-entretenues. Dans cette application, l'utilisation complémentaire d'une analyse non linéaire temporelle et d'une analyse linéaire de stabilité permet de comprendre les phénomènes physiques mis en jeu. Dans le second exemple, nous étudions les vitesses de front de rupture dans les interfaces comprimées.

Mots clés – Contact frottant, Dynamique, Eléments finis.

1 Introduction

Nous nous intéressons dans ce papier aux problèmes dynamiques incluant deux solides déformables en contact unilatéral avec frottement de Coulomb constant. Cette loi de contact s'exprime sur l'interface entre deux solides :

$$\sigma_n \leq 0 \quad (\text{contact } \sigma_n < 0 \text{ et décollement si } \sigma_n = 0) \quad (1)$$

$$\|\sigma_t\| \leq \mu |\sigma_n|$$

- si $\|\sigma_t\| < \mu |\sigma_n|$, $v_t = 0$ (*adhérence*)
- si $\|\sigma_t\| = \mu |\sigma_n|$, $\sigma_n \cdot v_t \leq 0$ (*glissement*)

σ_n, σ_t sont les contraintes respectivement normale et tangentielle de contact, μ le coefficient de frottement constant, et v_t la vitesse relative locale tangentielle. Pour les simulations par Eléments Finis présentées dans ce papier, la gestion du contact avec frottement est effectuée à partir de la méthode des multiplicateurs de Lagrange. En utilisant, des procédures de discrétisation pour le principe des travaux virtuels et en discrétisant les conditions de contact[3][4], l'équation de mouvement est la suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}\mathbf{U} + \mathbf{G}^T \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{F} \\ \mathbf{G}\mathbf{U} \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

où \mathbf{M} , \mathbf{C} and \mathbf{K} sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement proportionnel de Rayleigh et de raideur du système. $\mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}, \ddot{\mathbf{U}}$ sont respectivement les vecteurs de déplacements, vitesses accélérations nodaux. \mathbf{F} est le vecteur des forces extérieures nodales. $\boldsymbol{\lambda}$ est le vecteur

des forces normales et tangentielles au contact. \mathbf{G} est la matrice de contrainte permettant d'appliquer les conditions de non pénétration et de frottement au niveau du contact [4].

Les vibrations générées au niveau du contact frottant et transmises aux corps sont présentées dans ce papier. Les analyses linéaire de stabilité et non linéaire sont menées conjointement permettent ainsi la compréhension au niveau macroscopique et microscopique des vibrations générées dans un contact frottant.

2 Etude de vibrations induites par le frottement

Lorsque deux corps sont en contact frottant, des vibrations peuvent apparaître à l'interface. Ces vibrations induites par frottement (ou instabilités de contact) sont responsables de divers bruits et de concentration de contraintes. Dans l'application du freinage automobile, ces vibrations peuvent donner lieu à du broutement, du crissement, du bourdonnement... La complexité du phénomène de vibrations induites par le frottement nous a conduit à l'étudier numériquement et expérimentalement à travers un système modèle.

2.1 Etude expérimentale

Le système expérimental d'étude est présenté sur la figure 1(a). Il est composé d'une partie fixe (I) composée du bâti (9) et d'un moteur DC (8), d'une partie libre en translation (II) composée de la poutre $P^{(2)}$ (2) et de son support, qui peut se déplacer en translation suivant l'axe x grâce à un système vis-écrou (4) piloté par le moteur (8), et d'une partie libre en rotation (au point D) (III) composée de la poutre $P^{(1)}$ (1), de son support (3), d'une masse (5) permettant d'appliquer la force de 9N, et d'un contre-poids (10). La poutre $P^{(1)}$ est bloquée en translation selon x et en rotation selon z mais la partie (III) peut tourner autour du point D. La poutre $P^{(2)}$ est encastree-libre. La vitesse macroscopique V est appliquée par l'ensemble (4)+(8) (figure 1(b)).

Dans cette partie expérimentale, l'objectif est d'étudier les vibrations induites par le frottement des deux poutres en contact. Les dimensions des deux poutres sont données dans le tableau 1. L'angle θ vaut 5° , la force F est fixée à 9N et la vitesse à -2mm/s . Le coefficient de frottement mesuré est égal à 0.2. Un phénomène vibratoire « discontinu » dont la fréquence principale est de 2700Hz (figure 3) est observé expérimentalement. Afin d'expliquer ce phénomène vibratoire, une étude numérique est mise en place.

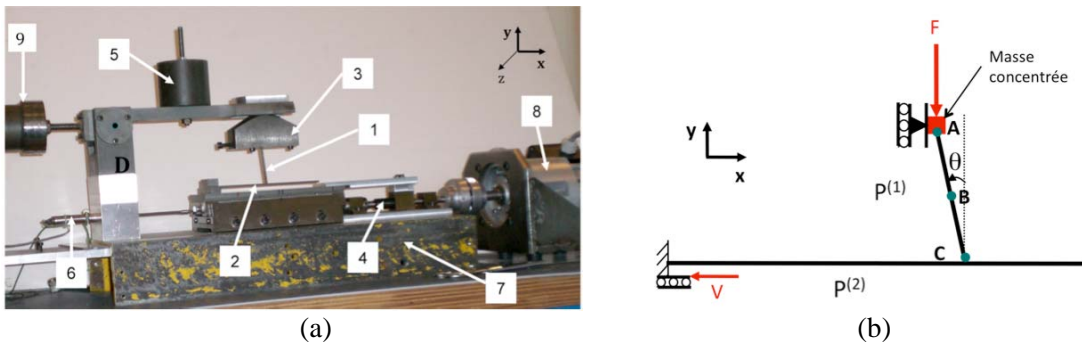


Figure 1 - (a) Photographie du banc expérimental : (1) Poutre $P^{(1)}$, (2) Poutre $P^{(2)}$, (3) support de la poutre $P^{(1)}$, (4) système vis-écrou, (5) poids, (6) capteur de déplacement, (7) bâti, (8) moteur, (9) contre-poids. (b) Modèle numérique correspondant. (b) Modélisation du système pour l'étude numérique.

2.2 Etude numérique

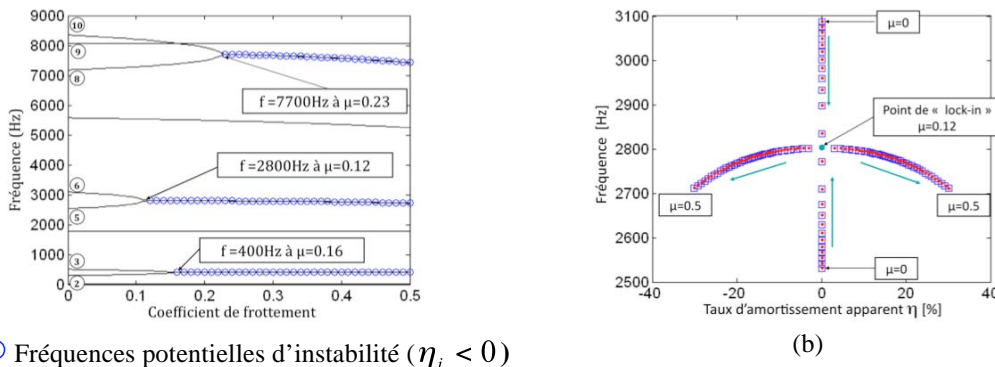
L'objectif de cette étude numérique est de comprendre physiquement les phénomènes mis en jeu lors de ces vibrations induites par le frottement. Le modèle numérique est représenté dans la figure 1(b). L'ensemble (5)+(8) est modélisé par une masse concentrée estimée à 3kg à partir d'une analyse dynamique du système ($V=0\text{m/s}$).

	P ⁽¹⁾	P ⁽²⁾
Dimensions		
Longueur	0.05m	0.15m
Largeur	0.01m	0.015m
Epaisseur	0.0015m	0.003m
Matériau		
Masse volumique (ρ)	7900 kg/m ³	7900 kg/m ³
Module d'Young (E)	185 GPa	185 GPa
Amortissement α_1	50 s ⁻¹	50 s ⁻¹
Amortissement α_2	1 · 10 ⁻⁸ s	1 · 10 ⁻⁸ s
Nombre d'éléments	30	90

Tableau 1- Caractéristiques de P⁽¹⁾ et P⁽²⁾.

2.2.1 Analyse linéaire de stabilité:

Il s'agit de calculer les valeurs et vecteurs propres du système autour de sa position d'équilibre glissant. Le contact est géré par des multiplicateurs de Lagrange [6]. Ainsi les valeurs propres α_i du système perturbé peuvent s'écrire sous la forme : $\alpha_i = -\eta_i \omega_i + j \omega_i$, où ω_i est la $i^{\text{ème}}$ pulsation du système. La présence d'une ou plusieurs valeurs propres ayant une partie réelle strictement positive ($\eta_i < 0$) implique que la position d'équilibre glissant est instable : une instabilité de type divergence si $\omega_i = 0$ (non-oscillante) et une instabilité de type flottement si $\omega_i \neq 0$ (oscillante) [10].



(a) ○ Fréquences potentielles d'instabilité ($\eta_i < 0$)

Figure 2 - Analyse de stabilité linéaire du système (F=9N, $\theta=5^\circ$). (a) Evolution des 10 premières fréquences du système en fonction du coefficient de frottement ($\theta = 5^\circ$). (b) Evolution des valeurs propres 5 et 6 en fonction du coefficient de frottement μ .

L'analyse de stabilité du système est présentée dans la figure 2. L'instabilité du système est obtenue à partir du coefficient de frottement critique de 0.12 à partir duquel des coalescences de modes en fréquence sont observées. Parmi elle, la coalescence des modes 5 et 6 (fréquence de 2800Hz) correspond à la fréquence expérimentale obtenue (2700Hz). L'évolution de ces valeurs propres 5 et 6 en fonction du coefficient de frottement dans le plan complexe (figure 2(b)) montre qu'elles sont initialement distinctes lorsque le coefficient de frottement est nul. Elles se confondent pour un coefficient de frottement de 0.12 (point de *lock-in* [2]) et, en augmentant encore le coefficient de frottement, les deux valeurs propres se séparent : l'une franchit l'axe des imaginaires vers les η négatifs (valeur propre instable), et l'autre vers les η positifs (valeur propre stable). Cette analyse montre que les vibrations expérimentales sont dues à une instabilité de type flottement.

2.2.2 Analyse non linéaire temporelle:

Afin de compléter l'analyse précédente, une étude non linéaire temporelle des déplacements, vitesses et accélérations aux différents nœuds, ainsi que les forces et surfaces de

contact au cours du temps est mise en place. Les équations de mouvement (2) sont discrétisées en temps, grâce à un schéma de Newmark explicite de type β_2 .

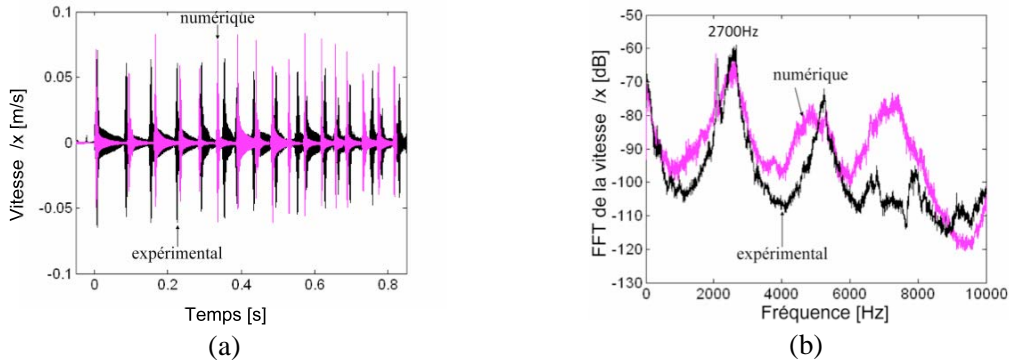


Figure 3 - (a) Vitesses numérique et expérimentale suivant x du point B (figure 1b) en fonction du temps (b) FFT des vitesses numérique et expérimentale suivant x du point B ($\mu = 0.2$, $F=9\text{N}$, $V=-2\text{ mm/s}$ et $\theta = 5^\circ$).

La figure 3 présente les résultats numériques et expérimentaux pour une vitesse de -2mm/s en temps et en fréquence. On retrouve numériquement le phénomène vibratoire expérimental discontinu, en terme d'évolution temporelle et en terme de spectre fréquentiel. S'assurant que le modèle numérique temporel permet de bien décrire le phénomène, une étude locale au contact de ce phénomène vibratoire est possible et permet d'expliquer physiquement ce type de vibrations. Les déplacements enregistrés sont caractéristiques du phénomène de *stick-slip* [7], séparant deux phases. La première phase concerne celle où le système vibre peu ou pas du tout. Il s'agit d'une phase d'adhérence prolongée, pendant laquelle $P^{(2)}$ entraîne $P^{(1)}$ par adhérence (phase de *stick* [7] pendant un temps T_{St}). La seconde phase est une phase de vibrations importantes plus ou moins brève (phase de *slip* [7] pendant un temps T_{Vib}). Localement, il ne s'agit pas de glissement pur mais d'une succession de phases d'adhérence, de glissement et de décollement [8]. Les résultats obtenus (non présentés) montrent également que localement, pendant la phase de vibrations T_{Vib} , les conditions locales de contact (force et vitesse relative) sont plus sévères que les conditions globalement imposées, ce qui peut entraîner une usure anormale des surfaces de contact.

3 Vitesse du front de rupture d'une interface comprimée (ModeII)

Les ruptures dynamiques de deux blocs en contact et les ondes générées par cette rupture [5] sont étudiées à partir d'une simulation en dynamique non linéaire. Les ruptures obtenues peuvent être classées selon leur vitesse [9] :

- les ruptures de type subrayleigh: la vitesse de rupture est inférieure à la vitesse de l'onde de Rayleigh,
- les ruptures de type super-shear : la vitesse de rupture est supérieure à la vitesse de l'onde de cisaillement.

Les ruptures peuvent également être classées en fonction des caractéristiques de la zone rompue au niveau de l'interface [9] :

- les ruptures de type « crack » : le glissement est continu sur la partie rompue de l'interface (derrière le front de rupture)
- les ruptures de type « pulse » : le glissement est localisé au niveau du front de rupture et une « re-cicatrisation » de l'interface a lieu après le passage du front de rupture.

3.1 Modèle d'étude

Le modèle étudié est composé de deux solides déformables de matériaux différents en contact. A l'interface entre les deux corps, une loi de Coulomb classique (coefficient de frottement constant égal à 1) est considérée. Les deux solides sont soumis à des conditions

limites qui permettront d'amorcer la rupture de l'interface entre les corps 1 et 2. La rupture est définie comme étant le passage des zones de contact d'un état adhérent ($\|\sigma_t\| < \mu|\sigma_n|$) à un état glissant ($\|\sigma_t\| = \mu|\sigma_n|$). On appelle « re-cicatrisation » le fait que des zones rompues (donc en état glissant) repasse rapidement à un état adhérent après une certaine distance de glissement. Les simulations présentées sont en deux dimensions et sont effectuées par le logiciel PLAST2D, code temporel semi-implicite qui permet de gérer le contact par l'utilisation de multiplicateurs de Lagrange à incrément avant [4]. La valeur du contraste des caractéristiques élastiques des corps en contact est une donnée importante pour le comportement dynamique de l'interface [1]. Elle est fixée par le rapport des vitesses des ondes de cisaillement dans les deux matériaux (0.9 dans l'exemple présenté). Les données du modèle sont présentées dans le tableau 6. Les simulations se déroulent en deux phases (figure 5): une phase statique où l'interface est mise en compression, puis en cisaillement et une phase dynamique où, sur une zone de longueur a, on applique instantanément un coefficient de frottement nul.

	Solide 1	Solide 2
Dimensions		
Longueur	20mm	20mm
Largeur	5mm	5mm
Matériau		
Module d'Young	5.3 GPa	3.392 GPa
Masse volumique	1246 kg/m ³	1246kg/m ³
Coefficient de Poisson	0.25	0.25
Vitesse des ondes :		
Longitudinale	2430m/s	1940m/s
Transversale	1270m/s	1120m/s
De Rayleigh	1190m/s	950m/s

Tableau 1 : Caractéristiques des corps 1 et 2 en contact. Le contraste sur les vitesses des ondes de cisaillement entre les deux matériaux est de 0.9.

3.2 Résultats

La figure 4 présente les profils de glissement pour une nucléation centrale. L'énergie élastique libérée lors de l'annulation de la contrainte de cisaillement sur une longueur a, donne naissance à deux fronts de rupture opposés (figure 5).

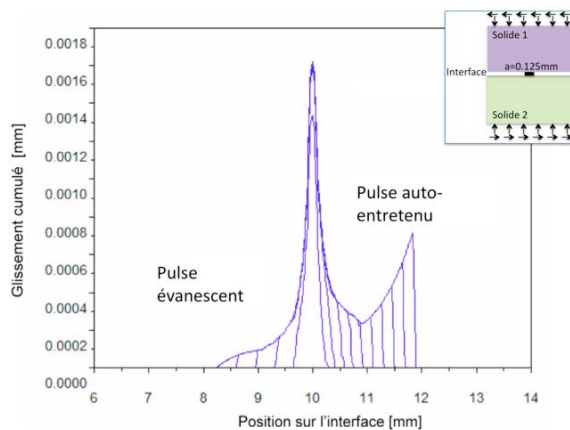


Figure 4: Profils de glissement cumulé le long de l'interface tous les 0.2μs, nucléation sur une zone de 0.125mm centrés autour de 10mm.

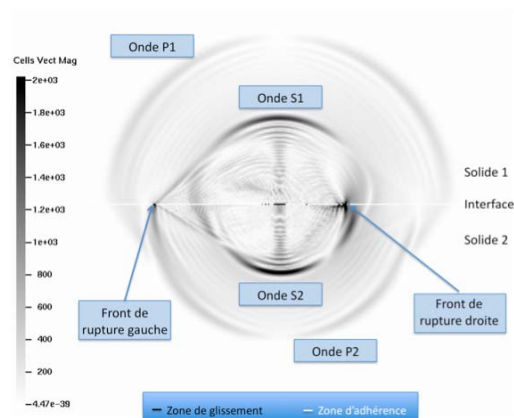


Figure 5 : Représentation des iso-vitesses dans les corps 1 et 2 (au niveau de l'interface, le code couleur est : blanc = adhérent $\|\sigma_t\| < \mu|\sigma_n|$ et noir = glissant $\|\sigma_t\| = \mu|\sigma_n|$).

Un front de rupture se propage vers la gauche, de type « pulse évanescent ». En effet, seule la zone au niveau du front (0.03mm) est en état glissant. Il existe un front de « re-cicatrisation »

qui suit le front de rupture. Ce front est plus rapide que le front de rupture ce qui cause son arrêt. La vitesse de ce front de rupture (1900m/s) correspond à une vitesse super-shear proche de la vitesse de l'onde longitudinale du matériau 2 (onde longitudinale la moins rapide des deux matériaux). L'apparition du cône de Mach est caractéristique d'une rupture de type super-shear. Un front de rupture se propage vers la droite, de type « pulse auto-entretenu ». Le front de « recatrisation » de la fissure est cette fois plus lent que le front de rupture. Le front de rupture suit le front de l'onde de Rayleigh généralisée (vitesse du front de rupture de 980m/s). Les vitesses du front de rupture obtenues de chaque côté de la zone de nucléation sont conformes à ce qui a été montré analytiquement dans la littérature [1].

4 Conclusion

Dans le premier exemple, l'étude numérique des instabilités de contact incluant une analyse linéaire de stabilité et une analyse temporelle permet d'expliquer le phénomène vibratoire observé expérimentalement. Les deux analyses linéaire et non linéaire sont complémentaires dans cette étude, l'une expliquant l'origine de ces vibrations et l'autre permettant d'accéder à tous les phénomènes micro- et macroscopiques du phénomène. Les résultats obtenus grâce à l'analyse temporelle de deux solides dont on étudie la rupture (passage des zones de contact du statut d'adhérence au glissement) montrent qu'il est possible d'obtenir les différents types de ruptures avec une loi de Coulomb classique à l'interface alors que la plupart des études numériques proposées implémentent des lois plus complexes (de type « slip-weakening » [9]). Les simulations temporelles mises en place fournissent toutes les données nécessaires à l'étude des ondes générées par ces ruptures.

Références

- [1] G.G.Adams, An intersonic slip pulse at a frictional interface between dissimilar materials, *Journal of Applied mechanics* **68** 81-86, 2001.
- [2] A. Akay, J. Wickert, Z. Xu, Investigation of mode lock-in and friction interface, *Final Report, Department of mechanical engineering*, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, 2000.
- [3] L. Baillet, T. Sassi, Mixed finite element formulation in large deformation frictional contact problem, *Revue Européenne des Eléments Finis* 14 (2-3) 287-304, 2005.
- [4] N. J. Carpenter, R. L. Taylor, M. G. Kanton, Lagrange constraints for transient finite element surface contact, *Int. J. Numerical Methods Engineering* 32 103-128, 1991.
- [5] A. Cochard, J.R. Rice, Fault rupture between dissimilar materials: Illposedness, regularization and slip-pulse response, *Journal of Geophysical Research* **105** 25 891, 2000.
- [6] X. Lorang, F. Foy-Margiocchi, Q.S. Nguyen, P.E. Gautier, TGV disc brake squeal, *Journal of Sound and Vibration* 293 735-746, 2006.
- [7] H.R. Mills, Brake Squeak, *Institution of Automobile Engineers*, 1938.
- [8] Q.S. Nguyen, Instability and friction, *Compte rendus de Mécanique* 331(1) 99-112, 2003.
- [9] Z. Shi, Y. Ben-Zion, A. Needleman, Properties of dynamic rupture and energy partition in a solid with a frictional interface, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, **56** 5-24, 2007.
- [10] D. Vola, M. Raous, J.A.C. Martins, Friction and instability of steady sliding: squeal of a rubber / glass contact, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 46(10) 1699-1720, 1999.