



HAL
open science

Application de la méthode Arlequin au dimensionnement à la fatigue des structures soudées

Thi Thuy Trang Lê, Habibou Maitournam, Pierre Burry, Louis Augustins

► To cite this version:

Thi Thuy Trang Lê, Habibou Maitournam, Pierre Burry, Louis Augustins. Application de la méthode Arlequin au dimensionnement à la fatigue des structures soudées. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01413607

HAL Id: hal-01413607

<https://hal.science/hal-01413607v1>

Submitted on 10 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Application de la méthode Arlequin au dimensionnement à la fatigue des structures soudées

T.T.T. Lê¹, H. Maitournam¹, P. Burry³, L. Augustins²

1: Laboratoire de Mécanique des Solides (LMS), Ecole Polytechnique, 91128 Palaiseau Cedex, France

letrang@lms.polytechnique.fr

2: PSA Peugeot Citroën, Route de Gisy, 78943 Vélizy-Villacoublay Cedex, France

3: Quiterevolution, 1.12 Clerkenwell Workshops, 31 Clerkenwell Chose, London, EC1R 0AU, UK

Résumé : La méthode Arlequin est une méthode de calcul multi-échelle qui permet de réaliser des analyses locales de modèles globaux, c'est-à-dire qu'elle permet de raffiner les modèles globaux en des endroits intéressants (fissure, excavation, etc.). Dans cet article, nous présentons une autre application de la méthode Arlequin pour la modélisation des assemblages, plus précisément, des structures soudées.

Mots clés : Méthode Arlequin, fatigue, structure soudée.

1 Introduction

Parmi les méthodes de dimensionnement à la fatigue des structures soudées, PSA adopte celle proposée par Fayard, Bignonnet et Dang Van [2]. Cette méthode consiste à définir une *contrainte de dimensionnement* S qui, couplée au nombre des cycles à la rupture N , conduit à une courbe de Wöhler généralisée, valable quels que soient la structure soudée et son chargement. En se basant sur le critère de fatigue polycyclique de Dang Van, la contrainte S est définie comme le maximum temporel de la combinaison entre l'amplitude du cisaillement τ_a et de la pression hydrostatique P mésoscopiques : $S = \max_t \{ \tau_a(t) + aP(t) \}$. a est un paramètre de matériau. τ_a et P sont déterminés par des calculs par éléments finis en élastique linéaire associés à la théorie de coque et à partir des contraintes moyennées sur un volume élémentaire représentatif (VER). Cette méthode a été mise en pratique en utilisant une règle de maillage précise (fig. (1)) où les tôles sont modélisées par des éléments coques positionnés sur leurs surfaces moyennes; la liaison entre elles est assurée par des éléments de barres rigides. Ces éléments rigides d'une part, apportent une rigidité locale à la structure, d'autre part, assurent le transfert des efforts et la compatibilité des déplacements au voisinage de la ligne de soudure entre les tôles. Dans la zone au pied du cordon, les éléments coques sont de forme carrée ou rectangulaire, et ont la taille du VER. L'endommagement par fatigue de la structure est ensuite défini par le coefficient de danger $C_d = (S - b)/b$, b est la limite d'endurance.

Cette méthode est simple à utiliser car la contrainte de dimensionnement est déterminée directement à partir de la contrainte moyennée sur l'élément (dont la taille est celle du VER). En plus, les éléments utilisés permettent de réaliser des calculs rapides et peu coûteux. Pourtant, la modélisation exige de nœuds compatibles (en vis-à-vis) sur les tôles pour créer les barres rigides et des éléments rectangulaires de taille du VER dans les zones soudées.

Or, dans la première étape de modélisation des pièces d'automobile, les positions exactes des cordons sont inconnues, ce qui rend difficile l'utilisation de cette règle. En plus, la taille du VER est

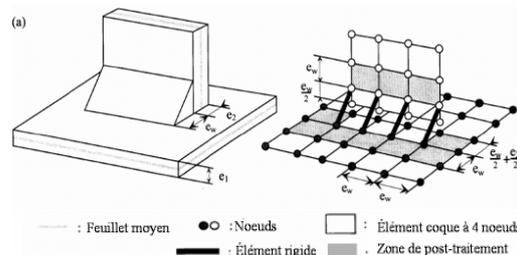


Fig.1 : Règle de maillage pour modéliser les structures soudées

souvent différente de celle des éléments utilisés dans les calculs de vibration-acoustique. Il faut donc avoir plusieurs maillages pour des dimensionnements différents d'une même pièce. Notre proposition est d'utiliser la méthode de modélisation multi-échelle Arlequin pour résoudre ces difficultés. Cette méthode permet de calculer une structure modélisée par deux maillages différents superposés. Dans cet article, après un court rappel de la formulation de la méthode Arlequin, nous nous concentrerons sur la présentation d'une façon de l'implémenter dans un code de calcul commercial et l'analyse de ses conditions d'application aux calculs des structures soudées.

2 Formulation

La méthode Arlequin est initialement proposée par Ben Dhia [1]. Elle se base sur les principes suivants :

- Dans la zone de superposition, les deux modèles sont raccordés par des "efforts fictifs" contrôlant les écarts de déplacement, déformation et contrainte entre eux. Ces efforts fictifs sont représentés par des multiplicateurs de Lagrange.
- Pour ne pas compter deux fois l'énergie du système global dans la zone de superposition, les énergies élémentaires des sous-modèles sont pondérées par des fonctions dites fonctions de pondération.

L'énergie potentielle du système de deux modèles Ω_1 et Ω_2 superposés sur Ω_c , $\Omega_c \neq \emptyset$ (fig. 2) est alors calculée par :

$$E = \beta_1 E_{x1}(u_1) + \alpha_1 E_{i1}(u_1) + \beta_2 E_{x2}(u_2) + \alpha_2 E_{i2}(u_2) + C(\lambda, u_1 - u_2) \quad (1)$$

où E_x , E_i sont les énergies des efforts externes et internes des modèles élémentaires respectivement associées aux indices 1 et 2 ; C est le terme de couplage, qui a pour rôle d'assurer les mêmes déplacements et déformations des deux modèles. L'expression de C est donnée par :

$$C(\lambda, v) = \int_{\Omega_c} \{v^T \lambda + l^2 \varepsilon(v)^T : \varepsilon(\lambda)\} d\Omega_c \quad (2)$$

u_n , $n = 1, 2$ est le vecteur déplacement appartenant à l'ensemble des champs de déplacement admissibles W_n . l est un paramètre strictement positif d'homogénéisation des dimensions. λ est le multiplicateur de Lagrange dans l'espace du médiateur M . α_n et β_n sont les fonctions de pondération. Leurs distributions peuvent être écrites de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \alpha_2 = \beta_1 + \beta_2 = 1 & \quad \text{dans } \Omega_c \\ \alpha_n = \beta_n = 1 & \quad \text{dans } \Omega_n \setminus \Omega_c \end{aligned} \quad (3)$$

Les solutions qui assurent les conditions d'équilibre du système global doivent satisfaire à la condition stationnaire suivante :

Trouver $(u_1, u_2, \lambda) \in W_1 \times W_2 \times M$;

$$\min_{(u_1, u_2)} \max_{\lambda} E(u_1, u_2, \lambda) \quad (4)$$

Cette condition se ramène à un problème écrit sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & 0 & \mathbf{C}_1^T \\ 0 & \mathbf{K}_2 & -\mathbf{C}_2^T \\ \mathbf{C}_1 & -\mathbf{C}_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \\ \boldsymbol{\Lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

3 Implémentation

Dans cette partie, nous présentons une façon de l'implémenter dans des codes de calculs commerciaux à travers l'utilisation d'éléments créés par l'utilisateur : le User Element (UEL). La plate-forme choisie est le code Abaqus. Cette implémentation se concentre sur le cas de deux éléments coques

quadrilatéraux. La méthode d'implémentation peut néanmoins être appliquée à tous les autres codes de calculs ainsi qu'à tous les autres types d'éléments.

3.1 Principe

Etudions un élément E superposé à n éléments E_i , $i = 1, n$ dans la zone S_c comme présenté dans la figure (3). Le calcul des termes de rigidité et de collage élémentaires exigent de connaître la zone de superposition S_c . Pour simplifier, nous discrétisons S_c comme la somme des zones de superposition $(S_c)_i$ entre l'élément E et les éléments i qui se superposent à lui. Les termes de rigidité et de collage peuvent être écrits donc comme suit :

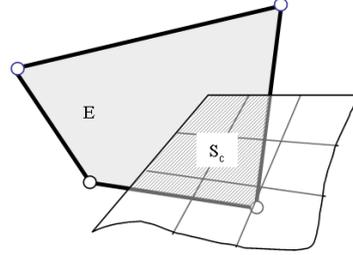


Fig.3 : Élément E superposé à n autres éléments

$$\mathbf{K}_E = \int_E \mathbf{B}_E^T : \mathbf{D} : \mathbf{B}_E dE + (1 - \alpha) \sum_{i=1}^n \int_{(S_c)_i} \mathbf{B}_E^T : \mathbf{D} : \mathbf{B}_E d(S_c)_i \quad (6)$$

$$\mathbf{C}_E = \sum_{i=1}^n \int_{(S_c)_i} (l^2 \mathbf{B}_E^T : \mathbf{B}_{E_i} + \varphi_E^T : \varphi_{E_i}) dS_c \quad (7)$$

φ est la fonction de forme, et \mathbf{B} est sa matrice de dérivée.

Le premier terme de la formule (6) se compose des matrices de rigidité classiques des éléments. Tandis que son deuxième terme et aussi le terme de collage sont calculés en se basant sur la connaissance de la zone de superposition de chaque couple d'éléments superposés $(S_c)_i$. Notre idée est de créer des User Elements (UEL) qui se composent de ces deux éléments, c'est-à-dire un élément à 8 noeuds qui servira à calculer la matrice "différentielle" de rigidité et celle de collage pour leur zone de superposition. De cette manière, d'une part, nous pouvons conserver les modèles initiaux; d'autre part, comme les outils visuels d'Abaqus et de quelques codes actuels ne permettent pas de voir les résultats des éléments créés par les utilisateurs, nous pouvons récupérer les résultats sur des éléments pré-existants.

3.2 Calculs

La méthode Arlequin utilise les mêmes fonctions de forme ainsi que leurs dérivées que la méthode des éléments finis classique. Les différences ne résident que dans l'existence du multiplicateur de Lagrange, de la fonction de pondération et de la zone de calcul de l'intégrale. Ces différences impliquent la modification des données d'entrées et du calcul de l'intégrale.

Données d'entrées

Les premières données d'entrées demandées sont les propriétés du matériau et celles physiques des éléments coques. Les fonctions de pondération α_n sont ensuite nécessaires pour la distribution de l'énergie. Pour simplifier la mise en œuvre, la distribution α_n constante par morceaux dans chaque domaine comme présenté dans la figure (4) est adoptée. Pourtant, la variation brutale de α_n cause parfois des effets de bord. En pratique, la fonction de pondération α_n est insérée dans les fichiers comme une propriété de l'élément Arlequin.

Le dernier paramètre nécessaire est le choix du maillage de couplage, c'est-à-dire le choix de l'espace des multiplicateurs de Lagrange. La méthode la plus simple pour choisir cet espace est de le faire coïncider avec un des deux modèles.

Les choix des fonctions de pondération et de l'espace de multiplicateur de Lagrange ont certainement des influences sur le résultat. Ces influences seront analysées dans la partie 4.

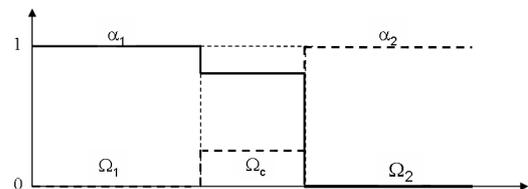


Fig.4 : Distribution de α_n constante

Calcul de l'intégrale

La méthode usuelle pour calculer par intégration les matrices de rigidité dans les calculs d'éléments finis consiste à ramener le calcul de l'intégrale sur un élément E à un calcul sur un élément de référence \hat{E} [4]. Le même principe est utilisé pour la méthode Arlequin. La seule différence est que l'intégrale est calculée sur la zone d'intersection S_c , mais pas sur tout l'élément E , c'est-à-dire que les positions des points d'intégration et leurs poids sont changés. Cette intégrale est calculée par :

$$\int_{S_c \in E} f(x) dx = \int_{\hat{S}_c \in \hat{E}} f(\Phi(\xi)) \det J(\xi) d\xi = \sum f(\Phi(\xi'_i)) w'_i \det J(\xi) \quad (8)$$

x est la coordonnée globale d'un point à l'intérieur de l'élément et ξ est sa coordonnée locale dans l'élément de référence, x_i sont les coordonnées des nœuds dans le repère global, $\Phi(\xi)$ est la fonction de transformation géométrique et i est le nombre de points d'intégration. ξ'_i et w'_i sont les nouvelles coordonnées des points d'intégration et les nouveaux poids à redéterminer. Cette détermination est simple dans le cas où la zone de superposition est quadrilatère. Pour les cas où elle ne l'est pas, nous pouvons diviser ce polygone en des sous-quadrilatères convexes (fig. (5)). Cette méthode permet, avec un nombre de partition peu important, d'obtenir un calcul précis de l'intégrale.

En connaissant les points d'intégration et les nouveaux poids, nous calculons les matrices de rigidité et de collage d'un élément Arlequin de façon classique.

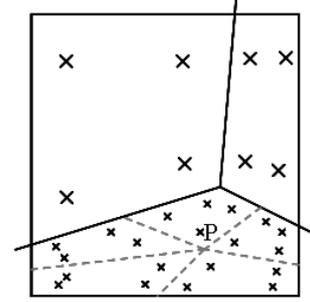


Fig.5 : Division de la zone de superposition en des éléments quadrilatéraux

4 Application au calcul des structures assemblées

4.1 Principe

Comme la méthode Arlequin permet de calculer une structure modélisée par deux maillages superposés, notre idée est donc de créer les modèles locaux des soudures qui respectent les règles de maillage pour le calcul de fatigue et de les coller par la méthode Arlequin [3] (en utilisant des UELs) sur des maillages existants qui sont modélisés sans prendre en compte les soudures (fig. (6)). De cette façon, d'une part, des maillages locaux seront placés pour assurer la condition de compatibilité entre deux tôles, d'autre part, le problème de différence de modèle entre les calculs différents se trouve résolu.

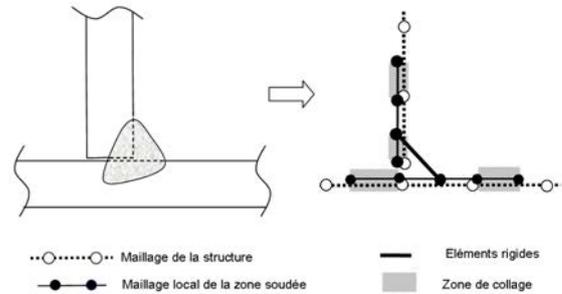


Fig.6 : Principe de modélisation des cordons soudés en utilisant la méthode Arlequin

4.2 Influence des paramètres

Dans cette partie, l'influence des paramètres importants de la méthode Arlequin sur les calculs des structures soudées sera étudiée. Elle permet de définir des conditions d'application de la méthode Arlequin à ces calculs.

4.2.1 Choix de l'espace des multiplicateurs de Lagrange

Comme nous l'avons présenté dans la partie 3.2, la façon la plus simple pour créer l'espace des multiplicateurs de Lagrange est de le prendre coïncidant avec un de deux modèles dans la zone de collage. Plus cet espace est fin, plus les deux champs de déplacement u_1 et u_2 sont proches. Le cas extrême est celui où ces deux champs sont rigoureusement confondus, nous parlons alors de *verrouillage*. Le verrouillage limite les possibilités de déformation des modèles. Ben Dhia et al. [1] ont montré que choisir le maillage ayant la taille de maille la plus grande comme espace des multiplicateurs permet d'éviter ce problème. Pourtant, ce choix assure moins bien la liaison de deux modèles. Un

bon compromis pour résoudre ce problème est de choisir le maillage le plus fin comme le maillage de collage (pour assurer la liaison cinématique des deux modèles), mais la condition de collage n'est pas appliquée sur la zone de post-traitement (pour que chaque maillage puisse exprimer sa richesse de déformation dans cette zone).

4.2.2 Influence des fonctions de pondération

Les fonctions de pondération définies sur la zone de collage et sur la zone non collée présentent des influences différentes sur les résultats. Dans la zone de collage, elles font changer les conditions aux limites du maillage local, tandis que dans la zone non collée, elles changent la rigidité des modèles élémentaires.

Influence de la fonction de pondération sur la zone non collée

Les fonctions de pondération permettent de distribuer l'énergie (ou bien la rigidité) sur les deux modèles. Une façon simple de comprendre l'influence de cette fonction est de l'imaginer comme le pourcentage de matière qui forme la structure totale : c'est-à-dire, si une tôle d'épaisseur T est modélisée par deux maillages superposés Ω_1 et Ω_2 dont la fonction de pondération pour le maillage Ω_1 est α et pour Ω_2 est $(1 - \alpha)$, c'est comme si cette tôle était composée de deux plaques différentes dont la première plaque d'épaisseur αT était modélisée par le maillage Ω_1 et la deuxième plaque d'épaisseur $(1 - \alpha)T$ par le maillage Ω_2 . Ces deux plaques sont collées sur la zone de collage Ω_C . Donc évidemment, plus la fonction de distribution d'un modèle est proche de 1, plus l'épaisseur de cette tôle ressemble à l'épaisseur réelle de la tôle, plus le résultat pris sur ce maillage est exact. Dans le cas du calcul en fatigue des structures soudées, la contrainte du point chaud déterminée sur les éléments du maillage local est la plus intéressante. Donc une valeur de fonction de pondération pour ce modèle proche de 1 donne de meilleurs résultats.

Influence de la fonction de pondération sur la zone de collage

L'influence de la fonction de pondération sur la zone de collage est étudiée sur un exemple d'une structure soudée par le procédé MAG (Metal Active Gas) (fig. (7)). La structure est soumise à des efforts alternés soit verticaux (traction), soit horizontaux (flexion) uniformément répartis sur le bord supérieur du tube avec un rapport de charge de $R = 0.1$. Cette éprouvette a été modélisée en utilisant la méthode Arlequin : la plaque est maillée librement sans prendre en compte la présence de la soudure, puis collée avec un maillage local qui modélise le cordon en respectant la règle de maillage de fatigue. Les deux modèles sont collés ensemble par une bande circulaire d'éléments extérieurs du maillage local. Nous utilisons le coefficient de danger C_d comme l'indicateur de la qualité des résultats.

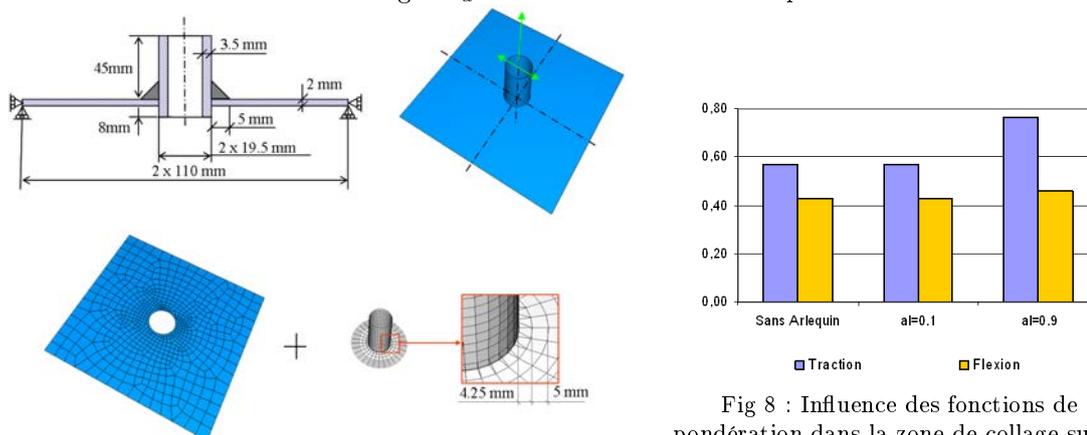


Fig. 7 : Une structure modélisée par la méthode Arlequin

Les résultats obtenus, présentés sur la figure (8), montrent que le calcul avec une petite valeur α_l du maillage local donne les résultats plus précis comparés à ceux du calcul de référence. Ce phénomène peut être expliqué par la distribution réelle des fonctions de pondération sur l'élément : En réalité, la matrice de rigidité est générée sur tout l'élément, ce qui implique que la distribution de fonction de pondération α_g du maillage grossier (qui ne coïncide pas avec celui de collage) est générée sur tout élément, et porte une valeur différente de celle imposée. Elle cause une hétérogénéité de rigidité.

C'est la cause principale de l'effet de bord. Plus la valeur α_l est proche de 1, plus l'hétérogénéité est importante. *C'est pour cette raison que dans la zone de collage, il est préférable de donner une valeur faible pour la fonction de pondération du maillage local.*

4.2.3 Influence du maillage

L'objectif de cette partie est de déterminer le nombre minimal d'éléments pouvant donner un bon résultat.

Nous définissons n_c comme le nombre des bandes d'élément dans la zone de collage, et n_{nc} le nombre d'éléments dans la zone non collée et hors de la zone de post-traitement (la bande d'éléments au pied du cordon). Les résultats présentés dans la figure (9) montre une convergence pour les calculs où n_c et $n_{nc} \geq 2$, tandis que le calcul avec n_c ou $n_{nc} = 1$ donne de mauvais coefficients de danger.

Ce phénomène peut être expliqué par une faible liaison entre le maillage local et le maillage de la structure dans le cas où n_c est 1. Cette liaison cinématique est plus forte quand $n_c \geq 2$, ce qui permet d'avoir de bons coefficients de danger. Dans le cas où n_{nc} vaut 1, le mauvais résultat est causé par l'hétérogénéité de rigidité (cf. 4.2.2) dans la zone de collage car elle engendre des effets de bord sur le maillage local. Plus le nombre d'éléments dans la zone non collée est important, plus la zone de post-traitement est "loin", en terme de nombre d'éléments, de la frontière. Par conséquent, ces effets influencent moins les contraintes de la zone de post-traitement, et le résultat est meilleur.

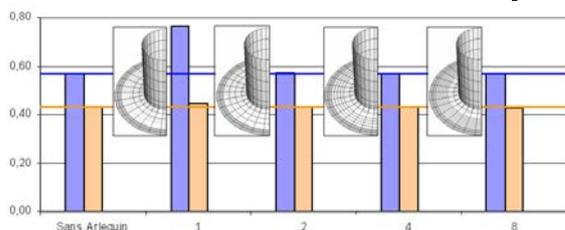


Fig. 9 : Influence du nombre de bandes d'élément dans la zone non collée

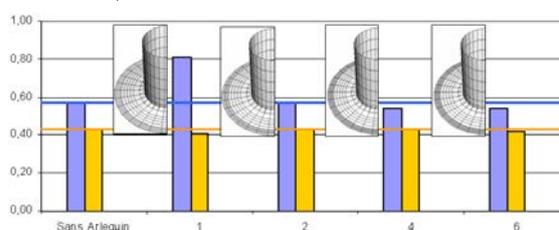


Fig. 10 : Influence du nombre de bandes d'élément dans la zone de collage

Etant donné que, pour les calculs où n_c et n_{nc} est plus grand que 2, les coefficients de danger sont stables et exacts en les comparant avec le résultat de référence, deux éléments dans la zone de collage et entre la zone de collage et celle de post-traitement suffisent pour avoir des résultats concluants.

5 Conclusion

Dans cet article, la méthode Arlequin a été utilisée pour coller un "patch" de maillage local correspondant à la règle adoptée pour les calculs de tenue en fatigue, sur un maillage libre de la structure, sans besoin d'opérations de remaillage fastidieuses. Cette méthode permet, dans la phase de pré-traitement, de modéliser la structure sans connaître la position exacte des cordons, elle offre donc une liberté et une simplicité d'utilisation ainsi qu'une possibilité d'automatisation dans la modélisation des structures soudées. Nous pouvons ainsi créer une bibliothèque de maillages des motifs de soudures (MIG, MAG, laser, PSE), puis pour chaque modélisation, il suffit de récupérer le motif nécessaire et le coller à la position désirée. Si les maillages de la structure ou des soudures changent, il suffit de remplacer les parties ayant évolué par leurs nouveaux maillages et de les coller aux maillages des parties conservées.

Références

- [1] H. Ben Dhia and G. Rateau. The arlequin method as a flexible engineering design tool. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, (62) :1442–1462, 2005.
- [2] J.L Fayard, K. Dang Van, and A. Bignonnet. Fatigue design criterion for welded structures. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 19(6) :723–729, 6 1996.
- [3] T.T.T LÊ. *Dimensionnement à la fatigue des structures soudées par laser*. PhD thesis, Ecole Polytechnique de Paris, 2009.
- [4] O.C Zienkiewicz and R.L Taylor. *The finite element method*, volume 2 : Solid Mechanics. Butterworth-Heinemann, 2000.