



**HAL**  
open science

## Modélisation par la Méthode des éléments finis de la propagation des ondes

Viet Tran, Sabine Bensamoun, Kevin Galazer, Mohamed Rachik,  
Marie-Christine Ho Ba Tho

► **To cite this version:**

Viet Tran, Sabine Bensamoun, Kevin Galazer, Mohamed Rachik, Marie-Christine Ho Ba Tho. Modélisation par la Méthode des éléments finis de la propagation des ondes. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01413216

**HAL Id: hal-01413216**

**<https://hal.science/hal-01413216>**

Submitted on 9 Dec 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Modélisation par la MEF de la propagation des ondes. Application à l'élastographie par IRM

V. Tran<sup>1</sup>, S. Bensamoun<sup>1</sup>, K. Galazer<sup>2</sup>, M. Rachik<sup>3</sup>, M-C. Ho Ba Tho<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Biomécanique et Bioingénierie  
CNRS UMR 6600, Université de Technologie de Compiègne, Compiègne  
{viet.tran, sabine.bensamoun, marie-christine.hobatho}@utc.fr

<sup>2</sup>Department of Radiology  
Mayo Clinic, Rochester, MN

<sup>3</sup>Laboratoire Roberval  
CNRS UMR 6253, Université de Technologie de Compiègne, Compiègne

---

**Résumé** – L'Elastographie par Résonance Magnétique (ERM) est récemment une technique prometteuse non-invasive d'imager l'élasticité des tissus biologiques. Cette technique utilise l'onde mécanique pour exciter les tissus. La modélisation par EF suivie par une méthode d'identification des paramètres d'une loi de comportement d'un matériau à partir des champs de déplacement obtenus par la technique ERM, a été développée. L'identification a donné des valeurs du module de cisaillement similaires à celles de la technique ERM. Elle a aussi montré la nécessité d'ajouter un coefficient d'amortissement dans le matériau pour éviter la résonance.

**Mots clés** – onde de cisaillement, ERM, MEF.

---

## 1 Introduction

Les ondes mécaniques sont largement utilisées pour caractériser le comportement mécanique et dynamique des matériaux viscoélastiques. En biomécanique, les tests dynamiques sont avantageux pour la caractérisation des propriétés mécaniques des tissus biologiques *in vivo*. Pourtant, les mesures standard étaient limitées à la surface des matériaux. Récemment, la technique d'Elastographie par Résonance Magnétique (ERM), mise au point par Muthupillai R. et Ehman R.[1], permet d'*imager* de façon non-invasive les *modules d'élasticité* des tissus biologiques. Ainsi, cette technique donne une image d'un champ de déplacements des volumes de particules du milieu (*image phase*), avant de le transformer en une image de modules d'élasticité (*élastogramme*).

L'objectif de cette étude de modélisation de la propagation des ondes de cisaillement dans un milieu mou incompressible (*tissus biologiques*) est double. Le premier est de mieux appréhender sa propagation dans des matériaux biologiques complexes grâce à la simulation, en rentrant les propriétés mécaniques identifiées avec la technique ERM. Le second est l'identification des comportements *non linéaire* et de l'*anisotropie* des tissus biologiques en confrontant le champ de déplacement mesuré avec la technique ERM avec celui de la simulation.

Dans un premier temps, l'étude sera effectuée sur un matériau reflétant un tissu biologique mou, homogène et isotrope.

## 2 Matériels et Méthodes

### 2.1 Technique ERM

La technique ERM emprunte le principe d'imagerie à la technique d'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) afin de capturer les *mouvements harmoniques* des volumes de particules dans un tissu biologique, générés par un vibreur mécanique de surface. Une série d'images de champ de déplacement (images phase) est enregistrée sous forme des images IRM. L'hypothèse principale est que le mode de vibration soit stationnaire et que le mouvement des particules soit petit et harmonique.

En ajoutant ensuite les hypothèses simplificatrices sur le milieu de propagation (tissus biologiques) comme isotropie, *homogénéité locale*, incompressibilité, comportement linéaire et petite déformation, les images phase sont converties en une image de modules de cisaillement (élastogramme), grâce à l'algorithme AIDE (Algebraic Inversion of the Differential Equation [2]) qui permet de calculer l'équation réduite suivante :

$$\mu(\mathbf{x}) \approx -(2\pi f)^2 \rho(\mathbf{x}) \frac{u_i(\mathbf{x})}{\nabla^2 u_i(\mathbf{x})}$$

vector  $\mathbf{x}$  est vecteur de position d'un voxel de particules  
 $\mu$  est module de cisaillement  
 $u_i$  est composante  $i$  d'un vecteur de déplacement d'un voxel  
 $\rho$  est le masse volumique  
 $f$  est la fréquence de vibration

Un test ERM effectué sur un matériau a été choisi afin de simplifier la modélisation. Un matériau en silicone de forme circulaire (diamètre sup. = 250mm, diamètre inf. = 300mm, épaisseur = 23mm) a été réalisé avec un mélange de Wiroxil. Celui-ci est ensuite disposé à l'intérieur d'une IRM 1,5T (GE) et une pointe de 3mm de diamètre est placée au centre du matériau. La pointe va ensuite vibrer à 4 différentes fréquences (300Hz, 350Hz, 400Hz, 450Hz) sous l'action d'un courant alternatif à potentiel variable. L'oscillation de la pointe va induire des ondes de cisaillement qui vont se propager du centre vers l'extérieur du matériau. Afin de visualiser la propagation des ondes, les données ERM sont enregistrées sous forme d'une image avec un champ de vue de 35cm et une matrice de 256x256 (Figure 1.a). Un profil blanc est tracé au centre du matériau afin de visualiser le comportement de l'onde de cisaillement le long de ce profil (Figure 1.b).

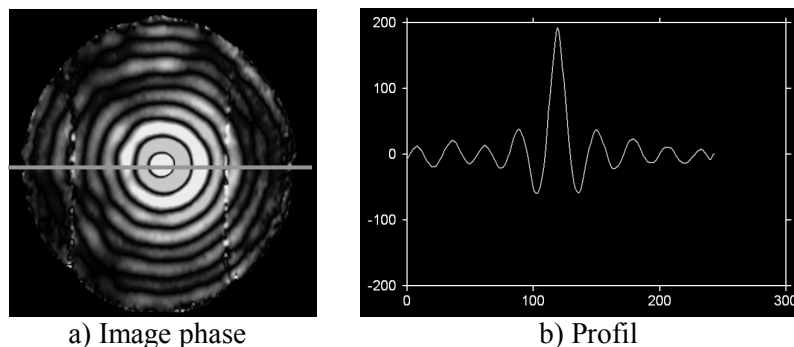


Figure 1 – a) Onde de cisaillement à l'intérieur du matériau à la fréquence 450Hz.  
b) Onde de cisaillement le long du profil gris

Avec l'aide de l'algorithme AIDE, des élastogrammes sont générés à partir des images de phase (Figure 2). La figure montre bien que le matériau est quasi-homogène.

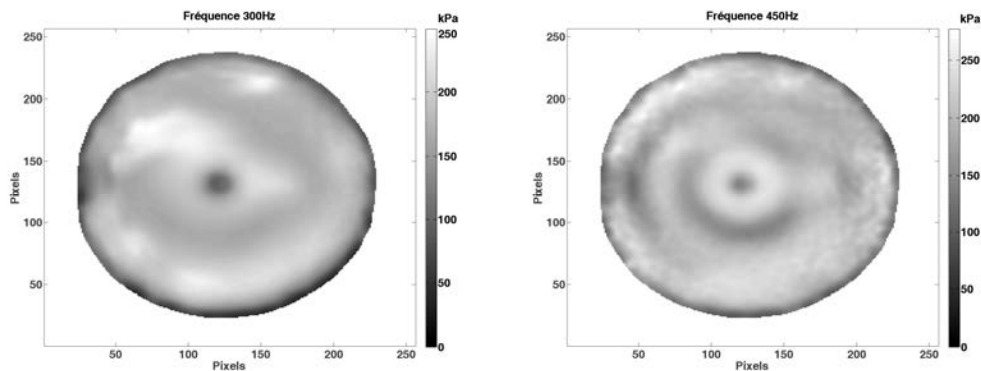


Figure 2 – Elastogramme du matériau pour la fréquence 300Hz et 450Hz

Les valeurs moyennes des modules de cisaillement de chaque élastogramme sont résumées dans le Tableau 1. Une petite variation des valeurs du module de cisaillement selon les fréquences montre que le matériau est un peu visqueux.

Fréquences	300Hz	350Hz	400Hz	450Hz
$\mu_{ERM}$ [kPa]	$173,8 \pm 32,6$	$185,7 \pm 34,6$	$194,6 \pm 35,5$	$199,3 \pm 36,3$

Tableau 1 – Module de cisaillement du matériau aux différentes fréquences

## 2.2 Modélisation par MEF

Le matériau (Figure 3) est modélisé comme un modèle axisymétrique via le pré-post processeur MSC.Patran (MSC.Software). L'axe de symétrie est l'axe x. Les éléments axisymétriques sont de type QUAD8, de taille  $1 \times 1$ mm (Figure 4).

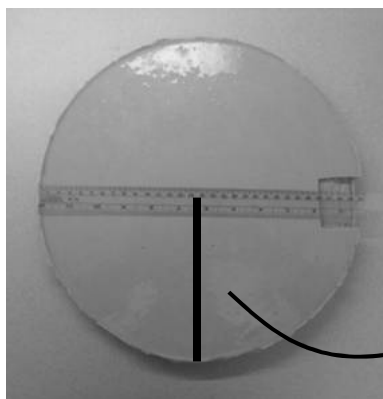


Figure 3 – Matériau Wirostil

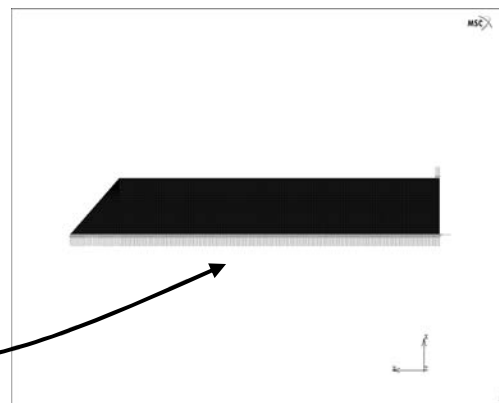


Figure 4 – Maillage

Les calculs dynamiques aux réponses harmoniques (solveur MSC.Marc) permettent de simuler le comportement vibratoire. Une pression harmonique à l'amplitude unitaire (0,01MPa) a été imposée au centre du matériau. Le matériau a un comportement linéaire avec une mass volumique  $\rho = 1000\text{kg/m}^3$ , le coefficient de Poisson  $\nu = 0,495$  et le module d'Young  $E \approx 3\mu$ , module de cisaillement. Le coefficient d'amortissement,  $\gamma$  est ajouté dans le modèle pour éviter la résonance du matériau.

Une méthode d'identification paramétrique est développée pour déterminer le coefficient d'amortissement,  $\gamma$ , et le module de cisaillement  $\mu$  à partir de la comparaison des champs de déplacement obtenus par la technique ERM et par la simulation par la MEF.

### 2.3 Méthode d'identification paramétrique

L'identification paramétrique consiste en minimisation d'une *fonction objectif* ( $f$ ) qui mesure l'écart entre le champ de déplacement obtenu avec la technique ERM et celui de la simulation lorsque les paramètres  $\mu$  et  $\gamma$  varient. Les déplacements des particules sont supposés harmoniques dont l'équation de mouvement est à la forme suivante :

$$\vec{u} = \vec{U}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - (2\pi f)t + \alpha)}$$

- $\vec{u}$  est vecteur de déplacement d'un voxel
- $\vec{U}_0$  est vecteur d'amplitude du déplacement
- $\vec{k}$  est vecteur normal du front d'onde
- $\vec{r}$  est vecteur position d'un voxel
- $\alpha$  est phase initiale
- $f$  est la fréquence de vibration

La transformation de Fourier du champ de déplacement a été utilisée afin d'augmenter la sensibilité des paramètres à identifier pour la fonction objectif. Cette dernière est la suivante :

$$f = F^T \cdot F$$

$$F = \left[ \frac{FFT(u_z^{sim}).magnitude}{\max(FFT(u_z^{sim}).magnitude)} - \frac{FFT(u_z^{exp}).magnitude}{\max(FFT(u_z^{exp}).magnitude)} \right]$$

- $u_z$  est déplacement d'un voxel dans la direction z,  
perpendiculaire à la direction de propagation d'onde
- $FFT()$  est transformation rapide de Fourier

Les deux transformations de Fourier du champ de déplacement obtenu avec la technique ERM et de la simulation ont été normalisées. La Figure 5 illustre la transformation de Fourier de deux profils de déplacement différents.

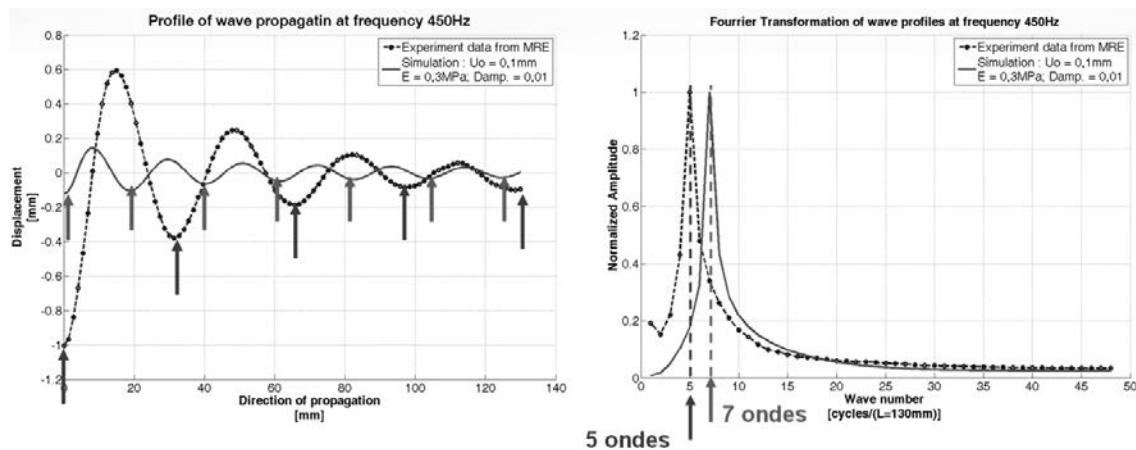


Figure 5 – La transformation de Fourier des profils d'onde

L'algorithme d'optimisation de type Levenberg-Marquardt a été utilisé et implémenté dans MatLab 7.0. Ce dernier a été connecté à solveur MSC.Marc pour la lecture du champ de déplacement.

### 3 Résultats & Discussions

L'identification des paramètres du matériau ( $\mu$  et  $\gamma$ ) a donné les valeurs du module de cisaillement présentées dans Tableau 2.

Fréquences	300Hz	350Hz	400Hz	450Hz
$\mu_{Sim.}$ [kPa]	143,7	164,7	187,7	191,7
$\gamma_{Sim.}$ [%]	2,8	3,4	3,8	4,0
$\mu_{ERM}$ [kPa]	173,8 ± 32,6	185,7 ± 34,6	194,6 ± 35,5	199,3 ± 36,3
Erreur [%]	17,4	11,5	3,8	3,7

Tableau 2 – Modules de cisaillement ( $\mu$ ) et coefficients d'amortissement ( $\gamma$ ) identifiés aux différentes fréquences

Les erreurs relatives entre  $\mu_{Sim}$  et  $\mu_{ERM}$  diminuent lors que la fréquence augmente. L'erreur est grande pour la fréquence 300Hz. Elle diminue lors de la fréquence 350Hz. Pour les fréquences 400Hz et 450Hz, les erreurs sont acceptables et inférieures à 4%.

La Figure 6 démontre la dépendance du module de cisaillement et du coefficient d'amortissement sur la fréquence. Les valeurs du module de cisaillement obtenues par l'identification se trouvent bien dans la gamme des valeurs mesurées avec ERM. Elles augmentent en fonction de la fréquence (Figure 6.a). L'augmentation du coefficient d'amortissement en fonction de la fréquence montre que les fréquences qu'on a utilisées, pour ce matériau, sont dans la gamme de fréquence intermédiaire [3].

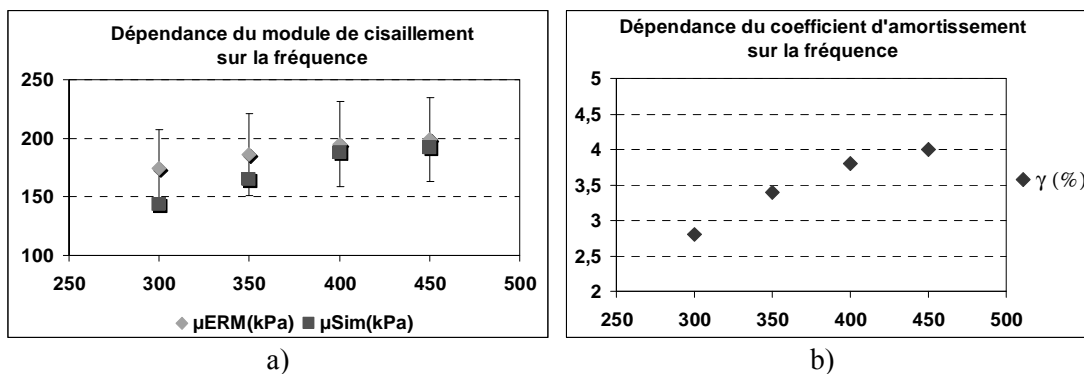
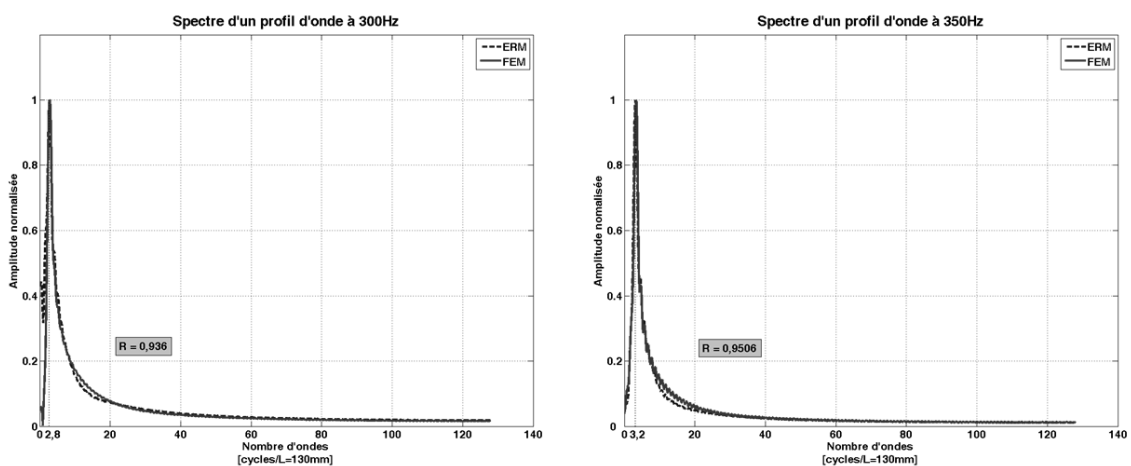


Figure 6 – Dépendance des constantes de matériaux sur la fréquence

Les paramètres obtenus par l'identification sont utilisés pour la simulation avec MEF. La Figure 7 présente la confrontation des profils de déplacements (ERM et simulation) dans l'espace de nombre d'ondes.



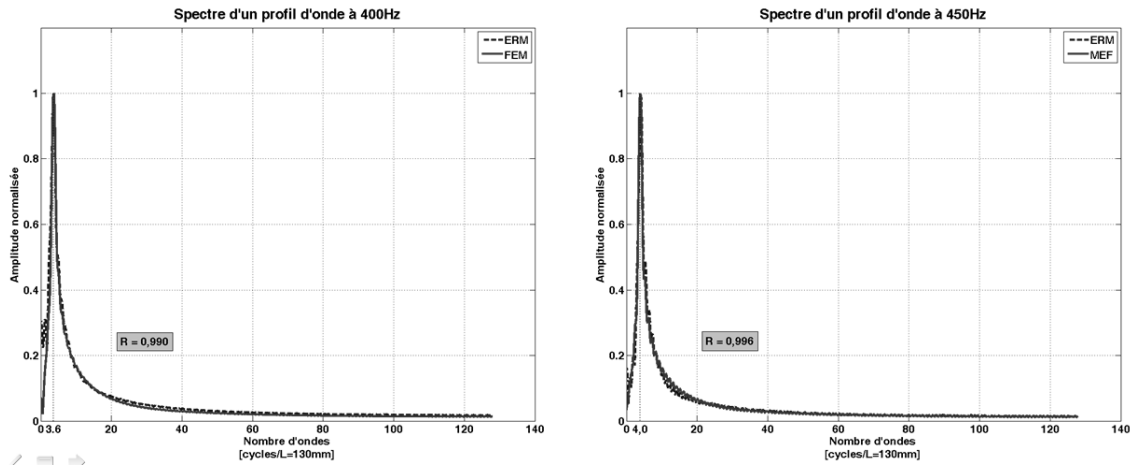


Figure 7 – Confrontation les résultats de la simulation et ceux de la technique ERM

Pour les deux plus hautes fréquences 400Hz et 450Hz, une bonne corrélation (ERM vs Simulation) est observée. Les erreurs au niveau de la courbure des courbes à la fréquence 300Hz et 350Hz sont liées aux coefficients d'amortissement identifiés. Par contre les nombres d'ondes sont cohérents pour toutes les fréquences. Cette bonne corrélation (ERM vs Simulation) valide la modélisation de la propagation d'onde de cisaillement dans un milieu mou. Ce résultat montre la nécessité d'ajouter un coefficient d'amortissement.

## 4 Conclusions & Perspectives

La modélisation de la propagation d'onde de cisaillement dans un milieu mou, incompressible est proposée. En perspectives, un modèle anatomique (qui représente géométriquement l'anatomie des tissus biologiques) par EF sera construit. La simulation de la propagation de l'onde de cisaillement dans ce modèle permettra d'analyser l'influence des différents paramètres tels que la fréquence d'excitation, l'amplitude d'excitation, l'hétérogénéité et l'anisotropie du milieu et le comportement non linéaire des tissus mous.

## Références

- [1] Muthupillai R. et al. Magnetic Resonance Imaging of Transverse Acoustic Strain Waves. *Magnetic Resonance in Medicine*, Wiley InterScience, 36, 266-274, 1996.
- [2] Oliphant T.E. et al. Complex-Valued Stiffness Reconstruction for Magnetic Resonance Elastography by Algebraic Inversion of the Differential Equation. *Magnetic Resonance in Medicine*, Wiley InterScience, 45, 299-310, 2001.
- [3] W.F. Hosford. *Mechanical Behavior of Materials*, Cambridge University Press, 2005.