



HAL
open science

Stratégie multirésolution pour l'optimisation multi-niveaux de modèles

Bruno Soulier, Pierre-Alain Boucard

► **To cite this version:**

Bruno Soulier, Pierre-Alain Boucard. Stratégie multirésolution pour l'optimisation multi-niveaux de modèles. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01413207

HAL Id: hal-01413207

<https://hal.science/hal-01413207>

Submitted on 9 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Stratégie multirésolution pour l'optimisation multi-niveaux de modèles

B. Soulier¹, P-A. Boucard¹

¹ LMT-Cachan

(ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris)

61, av. du President Wilson F-94230 Cachan

{soulier,boucard}@lmt.ens-cachan.fr

Résumé — Dans le cadre de l'optimisation multi-niveaux de modèles, les coûts de calculs sont liés d'une part à la construction d'approximations globales et, d'autre part à l'optimisation sur le modèle complet. Ainsi un nombre important de simulations numériques est nécessaire pour mener à bien une optimisation multi-niveaux. Dans ce contexte, un couplage entre une stratégie multirésolution basée sur la méthode non incrémentale LATIN et un métamodèle construit par interpolation diffuse a pour objectif de diminuer les coûts de calculs. La méthode est illustrée sur l'étude multiparamétrique du contact frottant dans les assemblages.

Mots clés — optimisation multi-niveaux, métamodèle, méthode LATIN, multirésolution.

1 Introduction

La conception optimale et robuste de produits fait appel de façon massive à la simulation numérique où les phénomènes simulés sont de plus en plus fins. Pour aider l'ingénieur concepteur dans ses démarches d'optimisation qui deviennent de plus en plus complexes par leur caractère multi-niveaux et multi-disciplinaires, des méthodes numériques d'exploration de l'espace des conceptions par approximation globale sont développées. Les méthodes d'optimisation multi-niveaux s'inscrivent dans ce contexte.

2 Stratégie d'optimisation multi-niveaux

A l'instar de l'optimisation multi-niveaux de paramètres qui consiste à remplacer un problème d'optimisation par plusieurs sous-problèmes sur un nombre réduit de paramètres, l'optimisation multi-niveaux de modèles fait apparaître plusieurs niveaux de modélisation. Ici, le métamodèle constitue le premier niveau et le modèle E.F. complet constitue le second niveau voire troisième dans un cadre multi-échelle. Les méthodes sont dites imbriquées [3] ou hiérarchiques [7] en fonction du type de communication entre les niveaux.

2.1 Stratégie d'optimisation multi-niveaux de modèles

Le schéma d'optimisation retenu et représenté en figure 1 est basé sur l'optimisation successive d'un métamodèle et du modèle mécanique complet. Une première optimisation sur le métamodèle permet de rechercher des vallées et de réduire les intervalles des paramètres, puis à partir de ces

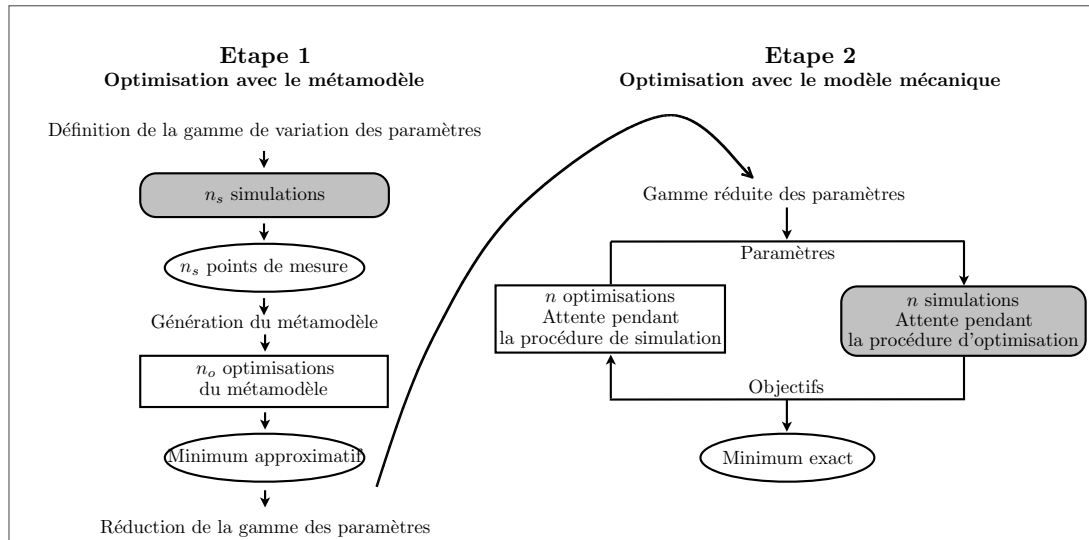


Figure 1 – Schéma complet d'optimisation

intervalles réduits une seconde étape d'optimisation sur le modèle mécanique complet est réalisée. Cette stratégie d'optimisation nécessite la réalisation de n_s simulations numériques destinées à la construction du métamodèle auxquelles s'ajoutent n simulations supplémentaires lors de la seconde phase. Ces phases de simulation sont généralement très coûteuses en terme de temps CPU et constituent un des principaux verrous de la méthode. Ici, nous utilisons un métamodèle d'interpolation cumulative que nous allons présenter sommairement.

2.2 Construction du métamodèle par approximation cumulative

Le métamodèle utilisé [8], est inspirée des techniques SPH (Smooth Particle Hydrodynamics) [5] [6], initiées dans les années 80 dans le domaine de l'astrophysique. Ce modèle d'interpolation cumulatif que l'on peut qualifier d'interpolation diffuse est défini par :

$$\tilde{y}(x) = \frac{\sum_i \phi_i(x) a_i}{\sum_i \phi_i(x)} \quad \text{avec} \quad \phi_i(x) = e^{-k||x-x_i||^2} \quad (1)$$

avec ϕ_i des fonctions de forme de type gaussiennes. Les coefficients a_i sont obtenus par une méthode de collocation.

Le métamodèle proposé engendre des surfaces de réponses continues et dérivables sur le domaine d'étude ce qui permet d'en calculer explicitement les gradients. De plus, la flexibilité de ce métamodèle facilite la remise à jour des surfaces d'interpolation au cours du processus d'optimisation, ce qui permet d'améliorer localement la qualité des approximations.

3 Stratégie multirésolution avec la méthode *LATIN*

L'optimisation engendrant un nombre important de calculs, il est crucial d'introduire une stratégie de résolution adaptée permettant de réduire les temps de calcul lorsque les paramètres évoluent. Pour cela nous utilisons l'algorithme itératif *LATIN* développé par Ladevèze [4] associé à une stratégie multirésolution.

3.1 Rappel de la méthode *LATIN* pour les problèmes de contact avec frottement

Le principe de base de la méthode *LATIN* est de séparer les difficultés en résolvant tour à tour deux groupes d'équations : les équations locales et éventuellement non-linéaires et les équations linéaires éventuellement globales.

Un assemblage est composé d'un ensemble de sous-structures (typiquement les pièces de l'assemblage) qui communiquent au travers d'interfaces (voir figure 2). Chaque interface est une entité mécanique à part entière qui possède ses propres inconnues et relations de comportement. Pour simplifier la présentation, nous ne considérons que deux sous-structures Ω_E et $\Omega_{E'}$ reliées par une interface $\Gamma^{EE'}$. Les variables d'interface sont deux champs de forces \underline{F}^E et $\underline{F}^{E'}$ et deux champs de vitesses duaux $\underline{\dot{W}}^E$ et $\underline{\dot{W}}^{E'}$ (figure 2). Par convention, \underline{F}^E et $\underline{F}^{E'}$ sont les actions des interfaces sur les sous-structures et $\underline{\dot{W}}^E$ et $\underline{\dot{W}}^{E'}$ sont les vitesses des sous structures vues par l'interface.

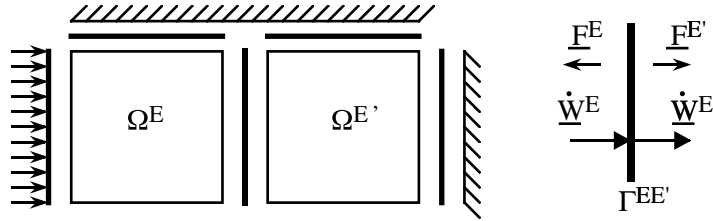


Figure 2 – Décomposition d'un assemblage et variables d'interface

Le champ de déplacement en tout point M de Ω_E et à tout instant t de $[0, T]$ est $\underline{U}^E(M, t)$. Le problème à résoudre sur chaque sous-structure est alors de trouver l'histoire du champ de déplacement $\underline{U}^E(M, t)$ et du champ de contrainte $\sigma^E(M, t)$ vérifiant :

- l'admissibilité cinématique,
- l'admissibilité statique,
- le comportement élastique.

Le problème à résoudre sur chaque interface est de trouver l'histoire des champs de force ($\underline{F}^E(M, t)$ et $\underline{F}^{E'}(M, t)$) et de vitesse ($\underline{\dot{W}}^E(M, t)$ et $\underline{\dot{W}}^{E'}(M, t)$) vérifiant :

- l'équilibre,
- le comportement décrit sous la forme d'une loi d'évolution non-linéaire \mathcal{R} entre les forces et le taux de saut de déplacement $\underline{\dot{W}}^{EE'}$ au travers de l'interface (typiquement : contact, frottement, etc).

La solution s est écrite comme un ensemble de champs dépendants du temps, relatifs à la fois aux interfaces et aux sous-structures :

$$s = \sum_E s^E \quad ; \quad s^E = \{ \underline{U}^E(M, t), \sigma^E(M, t), \underline{\dot{W}}^E(M, t), \underline{F}^E(M, t) \} \quad t \in [0, T]$$

On partage les équations en deux groupes où les sous-structures sont considérées comme élastiques, et où toutes les non-linéarités sont concentrées sur les interfaces.

- L'ensemble \mathcal{A}_l des solutions s^E qui vérifient les équations **linéaires** relatives aux sous-structures ;
- L'ensemble Γ des solutions s^E qui vérifient les équations **locales** (éventuellement non-linéaires) relatives aux interfaces.

La détermination de la solution du problème se fait alors itérativement par la recherche d'approximations successives s qui vérifient alternativement les deux groupes d'équations en utilisant des directions de recherche.

3.2 Stratégie multirésolution

La méthode multirésolution [1] [2] est basée sur le fait que l'algorithme *LATIN* peut être initialisé à partir de n'importe quelle solution vérifiant les conditions d'admissibilité. Dans le cas d'une étude paramétrique, pour un jeu de paramètres donné, on réinitialise la boucle *LATIN* avec la solution convergée correspondant à un autre jeu de paramètres. Lorsqu'un paramètre évolue légèrement, la solution globale du problème change peu, ainsi par la stratégie multirésolution, la convergence est atteinte plus rapidement en un nombre réduit d'itérations. Les paramètres pris en compte ici seront typiquement des efforts/déplacements imposés, les paramètres de frottement, les jeux, les pré-charges/serrages, soit tous les paramètres qui décrivent le comportement non-linéaire de l'interface. Le point essentiel qui permet d'obtenir une stratégie efficace est que dans le cas particulier de sous-structures élastiques, les interfaces jouent un rôle fondamental. Elles permettent en effet d'initialiser le calcul sur le problème associé à un nouveau jeu de paramètres sans avoir à sauvegarder toutes les informations sur les sous-structures. De plus, les informations sur les interfaces issues du calcul de référence, permettent d'initialiser la méthode avec une première approximation à fort contenu mécanique bien adaptée au problème à résoudre. Ainsi, si la solution du problème de référence n'est pas trop éloignée de la solution du nouveau problème cible, on peut espérer trouver cette dernière à moindre coût.

4 Couplage multirésolution / métamodèle

L'aspect multirésolution, est un point fondamental pour la réduction des coûts de calcul. On utilise la stratégie multirésolution pour :

- la génération du métamodèle,
- l'optimisation sur le modèle complet, et en particulier pour le calcul des gradients numériques.

Nous présentons une stratégie d'amélioration de la multirésolution par une recherche du meilleur point de réinitialisation de l'algorithme *LATIN*. En effet, on peut à un instant donné dans la phase de génération du métamodèle ou dans la phase d'optimisation du modèle mécanique complet, disposer de plusieurs solutions déjà calculées. On peut alors lors d'un nouveau calcul légitimement supposer qu'il existe, parmi les solutions calculées, une solution qui permettra de maximiser la réduction du coût de ce nouveau calcul. Plusieurs idées sont explorées dont une qui couple cette recherche intelligente avec l'exploitation d'un métamodèle enrichi et construit au fur et à mesure de l'optimisation. Les stratégies suivantes sont comparées sur un exemple académique et sur un cas industriel :

- *point initial* : le calcul i est ré-initialisé à partir des données résultant du premier calcul,
- *point précédent* : le calcul i est ré-initialisé à partir des données résultant du calcul $i - 1$,
- *distance paramètre* : le calcul i est ré-initialisé à partir des données résultant du calcul le plus proche au sens d'une distance dans l'espace des paramètres,
- *distance réponse* : le calcul i est ré-initialisé à partir des données résultant du calcul le plus proche (vis-à-vis d'une réponse) au sens d'une distance dans l'espace de cette réponse.

Le gain en temps de calculs obtenu par rapport à une méthode de résolution classique est défini par le ratio temps sans multirésolution/temps avec multirésolution :

$$Gain = \frac{\text{Nombre de calculs} \times \text{Temps CPU du premier calcul}}{\text{Temps CPU avec stratégie multirésolution}} \quad (2)$$

Le temps correspondant au premier calcul est pris comme référence, et on considère que le temps nécessaire pour chaque variation de paramètre est identique au temps du premier calcul.

5 Etude paramétrique du contact frottant dans un assemblage

5.1 Exemple académique

Soit trois structures carrées identiques en contact avec frottement. L'étude paramétrique porte sur les coefficients de frottement μ_1 et μ_2 des deux interfaces de contact. On effectue le calcul incrémental pour un tirage de 9×9 couples de paramètres différents – organisés suivant un plan d'expérience factoriel complet – et on relève la réaction horizontale F appliquée à la butée lorsque la totalité du chargement latéral est imposé. Un second tirage aléatoire de 100 points est réalisé. La figure 3(c) montre que le couplage de la méthode multirésolution à une stratégie de recherche intelligente du point de réinitialisation permet de faire varier le gain en temps de calcul de 1,5 à un ratio de l'ordre de 6. Pour un maillage fin du domaine d'étude et un faible nombre de paramètres (ici 2), la distance dans l'espace des paramètres semble être le critère le plus pertinent.

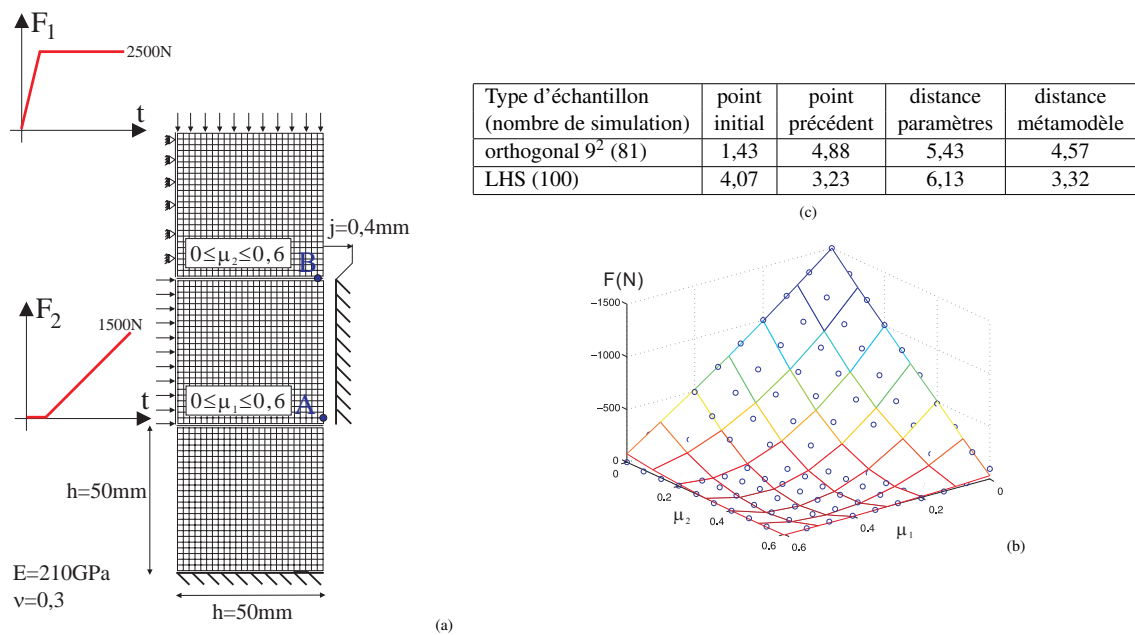


Figure 3 – (a) Modèle - (b) Métamodèle de F en fonction de μ_1 et μ_2 obtenu - (c) Gain

5.2 Analyse des liaisons arbre-pignon par frettes

Le second exemple est relatif à l'étude de la liaison complète par adhérence pignon/arbre via une frette 4(a). L'évolution du couple et de l'effort axial transmissibles par la liaison sont étudiés en fonction de quatre paramètres (chargement et coefficients de frottements entre les différentes pièces en contact). La modélisation est axisymétrique 4(b). La figure 4(c) fait apparaître un gain en temps de calcul plus élevé : de l'ordre de 16. De plus, le critère basé sur le métamodèle fournit un gain comparable à celui de la distance dans l'espace des paramètres.

6 Conclusion

La stratégie multirésolution qui a déjà montré son intérêt pour la réduction des coûts de calculs relatifs aux stratégies d'optimisation peut être significativement améliorée par une recherche intelligente du meilleur point de réinitialisation. La comparaison de différents critères montre que l'on peut accroître le gain et qu'il est pertinent de coupler cette recherche intelligente avec le métamodèle construit au cours de la procédure d'optimisation. Un critère mixte couplant la distance dans

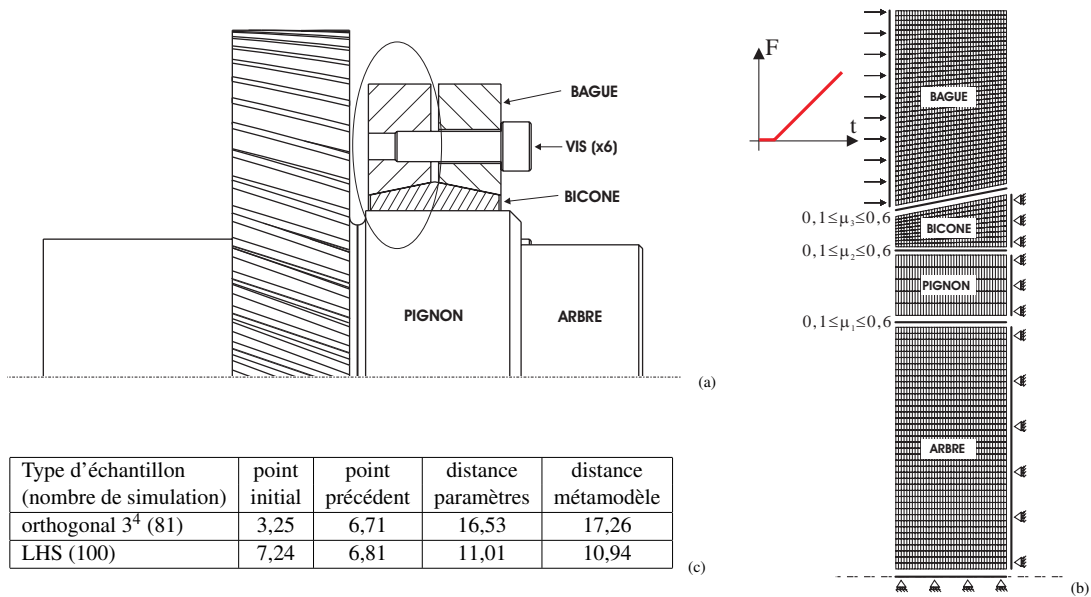


Figure 4 – (a) Structure - (b) Modèle E.F. - (c) Gain en fonction de la stratégie

l'espace des paramètres à la distance dans l'espace des réponses doit permettre d'améliorer encore ce gain. Le choix de la taille et du type de l'échantillon constitue également un axe d'amélioration de la méthode. L'évolution du gain pour des problèmes de plus grande taille est à réaliser tant du point de vue du nombre de paramètres que du point de vue du nombre de simulations.

Remerciements : Ces travaux ont reçus le soutien de l'Agence Nationale pour la Recherche dans dans le cadre du programme RNTL 2005 : projet Optimisation Multidisciplinaire (OMD).

Références

- [1] P.A. Boucard, L. Champany. A suitable computational strategy for the parametric analysis of problems with multiple contact. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 57,1259–1282, 2003.
- [2] P.A. Boucard, S. Buytet, P.A. Guidault. A multiscale strategy for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* DOI :10.1002/nme.2484, 2008.
- [3] H. Engels, W. Becker, A. Morris. Implementation of a multi-level optimisation methodology within the e-design of a blended wing body. *Aerospace Science and technology* 8, 145–153, 2004.
- [4] P. Ladevèze. *Nonlinear Computational Structural Mechanics - New Approaches and non-Incremental Methods of Calculation*, Springer Verlag, 1999.
- [5] R.A. Gingold, J.J. Monaghan. Smooth particle hydrodynamics : theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices Roy. Astronm. Soc.* 181, 375–189, 1977.
- [6] B. Nayrolles, G. Touzot, P. Villon. Generalizing the Finite Element Method : Diffuse approximation and diffuse elements. *Computational Mechanics* 10, 307–318, 1992.
- [7] G.M. Robinson, A.J. Keane. A case for multi-level optimisation in aeronautical design. *Aeronautical Journal* 103, 481–485, 1999.
- [8] B. Soulier, L. Richard, B. Hazet, V. Braibant. Crashworthiness optimization using a surrogate approach by stochastic response surface *Recent Advances in Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering*, Kluwer, 159–168, 2003.