



HAL
open science

Applications industrielles de la méthode des éléments finis étendue pour la simulation de propagation de fissure

Hans Minnebo, Marc Duflot, Eric Wyart, Danielle Coulon, Frédéric Lani

► **To cite this version:**

Hans Minnebo, Marc Duflot, Eric Wyart, Danielle Coulon, Frédéric Lani. Applications industrielles de la méthode des éléments finis étendue pour la simulation de propagation de fissure. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01413199

HAL Id: hal-01413199

<https://hal.science/hal-01413199>

Submitted on 9 Dec 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

Applications industrielles de la méthode des éléments finis étendue pour la simulation de propagation de fissure

H. Minnebo¹, M. Dufлот¹, E. Wyart¹, D. Coulon¹, F. Lani¹

¹ CENAERO, Rue des Frères Wright 29, 6041 Gosselies, Belgium

{hans.minnebo, marc.dufлот, eric.wyart, danielle.coulon, frederic.lani}@cenaero.be

Résumé – Dans cet article, les auteurs présentent l’outil développé à Cenaero pour la propagation de fissures tridimensionnelles. Basé sur les développements les plus pertinents de la méthode X-FEM, cet outil a été intégré dans le code *Morfeo* (développé à Cenaero) et couplé au code *Samcef* via une approche de sous-structuration duale. Après validation exhaustive, l’outil a été utilisé dans des cas de crise de différents secteurs industriels. Plusieurs exemples de calculs de facteurs d’intensité de contrainte et de propagation de fissures sont présentés.

Mots clés – X-FEM, propagation de fissure, plug-in, applications industrielles.

1 Introduction

La méthode des éléments finis étendue (XFEM) est particulièrement adaptée à la résolution de problèmes complexes de mécanique de la rupture parce qu'elle permet l'introduction d'une solution connue *a priori* dans l'espace d'approximation éléments finis. En mécanique linéaire de la rupture, l'introduction de la discontinuité en déplacement (ouverture de fissure et glissements) et des fonctions de base du développement asymptotique de la solution en pointe de fissure permet de contourner le besoin d'un maillage conforme.

Depuis près de dix ans [1-7,13-15], la méthode XFEM a fait l'objet d'importants efforts de recherche. Elle a ainsi atteint une maturité suffisante lui permettant d'être transférée dans des approches industrielles de tolérance au dommage, dépassant alors les approches standard basées sur l'utilisation de solutions simplifiées rassemblées dans des logiciels tels qu'Esacrack, Nasgro ou Afgrow. Elle permet aussi de généraliser l'utilisation des éléments finis en 3D pour la fissuration, grâce à une réduction conséquente de l'effort de maillage et de manipulation de CAO.

Ce document résume les principes de base de la méthode, puis présente les axes principaux de l'implémentation pour des cas industriels. Finalement, il montre certaines applications réalisées à CENAERO [7] sur des structures aéronautiques dans le cadre de projets européens et de consultations industrielles. Ces travaux ont pu être réalisés en combinant les fonctionnalités du code *Morfeo* [8], développé à CENAERO, pour la propagation de fissures, avec le logiciel éléments finis *Samcef* [9].

2 Présentation de l'outil

2.1 Représentation de fissures par des fonctions « level set »

La méthode des fonctions « level set », introduite par Sethian [10] permet la représentation d'interfaces mobiles. Une surface est décrite par l'iso-zéro d'une fonction spatiale. Deux fonctions « level set » sont utilisées pour représenter une fissure. La fonction « level set » normale ($l_{sn}(x)$), pour définir la surface, et tangentielle ($l_{st}(x)$), pour situer le front (voir fig. 1).

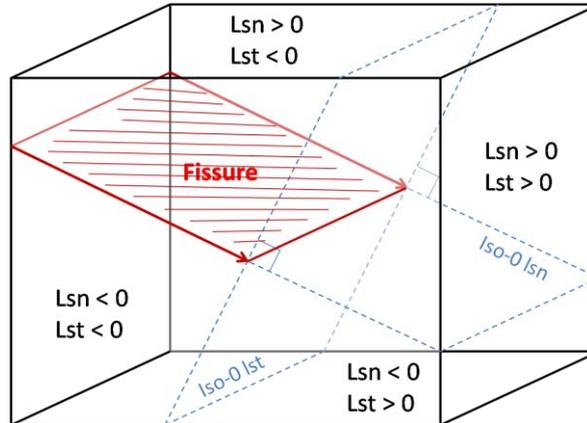


Figure 1 : représentation par deux fonctions « level set », où l_{sn} et l_{st} sont les fonctions « level set » normale et tangentielle.

Ces fonctions peuvent être définies de plusieurs manières : analytiques, nodales (par exemple issues d'une propagation) ou calculées par rapport à une représentation explicite de la fissure.

2.2 La méthode X-FEM

La méthode X-FEM est basée sur la méthode de partition de l'unité [11], la connaissance *a priori* de la solution dans une région du domaine étudié permet de définir des fonctions d'enrichissement. Pour la mécanique linéaire élastique de la rupture, deux types de fonctions sont communément utilisées.

Une fonction de type Heaviside permet de modéliser la discontinuité en déplacement :

$$H(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } l_{sn} < 0 \\ +1 & \text{si } l_{sn} > 0 \end{cases}$$

Un ensemble de quatre fonctions permet de décrire la singularité en pointe de fissure :

$$\{F^l\} \equiv \left\{ \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2}, \sqrt{r} \sin \frac{\theta}{2} \sin, \sqrt{r} \cos \frac{\theta}{2} \sin \right\}$$

où (r, θ) sont les coordonnées polaires liées à la pointe de fissure.

Ainsi, le champ de déplacement peut s'écrire :

$$u(x) = \sum_{i \in I} u_i \Phi_i(x) + \sum_{j \in J} b_j H(x) \Phi_j(x) \quad \Phi_k(x) \quad c_k^l F^l(x)$$

où I est l'ensemble des nœuds du maillage, J (resp. K) est l'ensemble des nœuds dont le support est entièrement (resp. partiellement) découpé par la fissure.

2.3 Plug-in Morfeo / Samcef

Le plug-in Morfeo/Samcef utilise la méthode Substructured Finite Element/eXtended Finite Element (S-FE/XFE) [5] qui est basée sur la décomposition en sous-domaines et la résolution d'un problème d'interface.

Le domaine étudié est décomposé en plusieurs sous-domaines (voir fig. 2) : les uns sont qualifiés de sains (pas de fissure, géré par le logiciel *pluggé*), les autres contiennent la zone fissurée entièrement (géré par le plug-in Morfeo). Chacun fournit une matrice raideur « élémentaire », ainsi que des vecteurs force à un solveur linéaire parallèle employant la méthode FETI (Finite Element Tearing and Interconnecting, [12]) pour la résolution d'un système matriciel linéarisé.

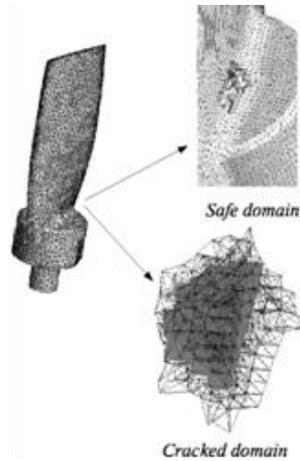


Figure 2 : décomposition de domaine en deux sous-domaines, sain (*safe*) et fissuré (*cracked*).

2.4 Calcul de facteurs d'intensité de contrainte

Les facteurs d'intensité de contrainte (FICs) sont calculés à l'aide d'une intégrale de domaine. La méthode implémentée dans *Morfeo* permet la prise en compte de forces de volume, de contraintes résiduelles et de chargements thermiques. Du fait de l'utilisation de la représentation à l'aide de fonctions « level set », les fissures non-planes peuvent être étudiées sans difficulté particulière. La méthode choisie pour le calcul de cette intégrale de domaine est basée sur un ensemble d'éléments entourant le point du front considéré, la fonction d'avance virtuelle utilisée est orientée selon le gradient de la fonction « level set » tangentielle, la norme de celle-ci est imposée à 0 pour les nœuds extérieurs et à 1 pour les nœuds intérieurs.

2.5 Algorithme de propagation de fissure

A partir des FICs calculés avec la méthode d'intégrale de domaine, la fissure est propagée en résolvant les équations de propagation au voisinage du front. Ensuite, la méthode « Fast Marching » est employée pour remettre à jour les valeurs nodales des deux fonctions « level set », cette étape permet d'éviter certains artefacts pouvant apparaître dans des cas complexes [13]. Afin d'accélérer le calcul de propagation, les fonctions « level set » ne sont pas nécessairement définies sur tout le domaine étudié. Diverses lois de propagation peuvent être utilisées.

3 Applications industrielles

3.1 Propagation de fissure dans un cylindre hydraulique

Cette application est issue du projet européen FP6 ProHipp. Il s'agit d'un cylindre hydraulique soumis à une pression interne (voir fig. 3). La fissure s'initie dans une zone de concentration de contraintes près du trou de passage de l'huile (*oil port*). Comme la fissure débute et se propage dans un plan de symétrie, les fonctions d'enrichissement ont été adaptées.

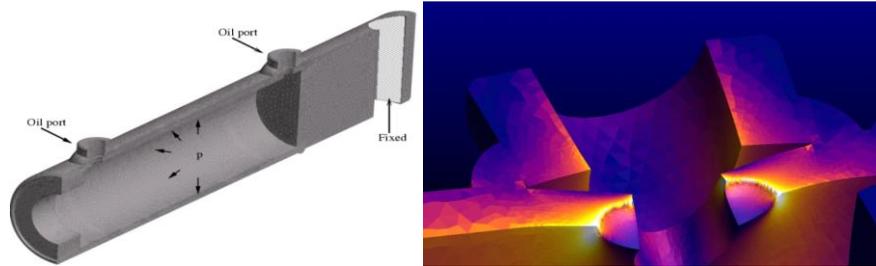


Figure 3 : description du cylindre hydraulique et contraintes de Von Mises.

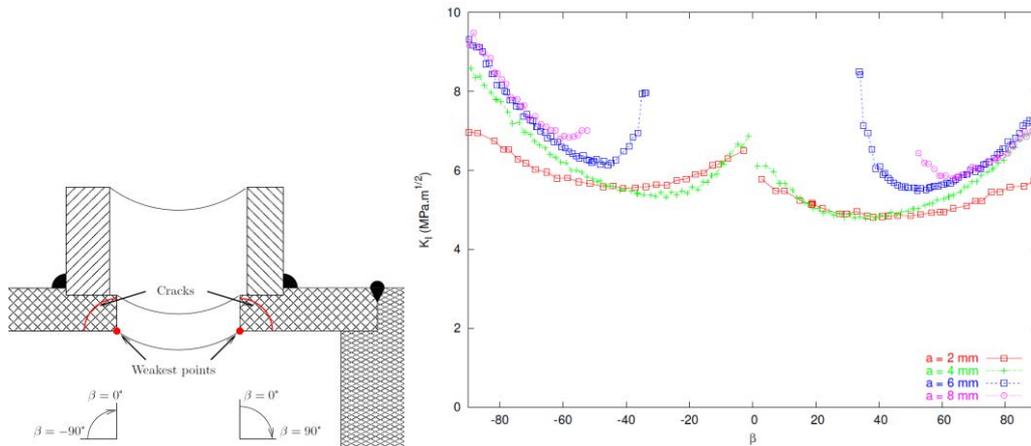


Figure 4 : deux fissures semi-circulaires initiales et FICs pour plusieurs tailles initiales.

Cette étude a permis au partenaire industriel de mieux appréhender les phénomènes de fatigue en service et de prédire une durée de vie restante après détection de fissures lors d'une inspection. Le calcul des FICs pour la fissure se propageant est illustré en Figure 4.

3.2 Propagation de fissures dans une aube de stator [7]

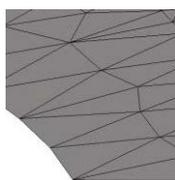
Le problème consiste en une propagation de plusieurs fissures dans une aube de stator soumise à un chargement thermique et une pression alternée. Des conditions limites périodiques sont aussi appliquées. Une fissure est située au niveau du bord d'attaque, l'autre au niveau du bord de fuite (voir fig. 5). Les fissures sont initialement placées afin de maximiser le mode I et de minimiser le mode II. Les deux fissures se propagent de manière découplée. Pour la propagation, une loi de Paris a été employée. La figure 6 illustre le chemin de la fissure après plusieurs pas de propagation.



Figure 5 : aube de stator et contraintes de Von Mises avec trace de la surface de fissure.



a) Vue de dessus



b) Zoom sur le bord de fuite



c) Zoom sur le bord d'attaque

Figure 6 : surface de fissure à la dernière étape de propagation, les lignes blanches représentent la position initiale de la fissure.

Cette application a permis de mettre en avant les bénéfices du couplage de la méthode XFEM avec un code général dans des cas industriels aéronautiques avec des fissures courtes, la sous-structuration permet de paralléliser la résolution et X-FEM permet de garder le même maillage pour plusieurs étapes de propagation.

4 Conclusions

Les exemples présentés ici sont extraits d'études industrielles réalisées à Cenaero. D'autres fonctionnalités ont été développées dans l'outil, par exemple un chaînage avec des procédés d'assemblage et de fabrication ([14]), une méthode de calcul d'erreur ([15]).

Ce document montre que la méthode X-FEM pour la propagation de fissure a atteint un niveau de maturité suffisant pour être employée dans un contexte industriel. Trois grands avantages peuvent être mis en avant : la possibilité de réaliser un maillage non-conforme (plus rapide et pas de remaillage nécessaire à chaque pas de propagation), la robustesse des algorithmes de propagation sur base des fonctions « level set » et de la méthode « Fast Marching » et finalement, la possibilité de prendre, en entrée, les jeux de données de calculs sains existants. L'outil couplant *Morfeo*, apportant les procédures d'enrichissement, avec un code commercial permet de répondre aux besoins des industriels de manière pertinente.

5 Références

- [1] N. Moës, J. Dolbow, and T. Belytschko. A finite element method for crack growth without remeshing. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 46:131-150, 1999.
- [2] N. Sukumar, D. L. Chopp, and B. Moran. Extended finite element method and fast marching method for three-dimensional fatigue crack propagation. *Engineering Fracture Mechanics*, 70:29-48, 2003.
- [3] E. Béchet, H. Minnebo, N. Moës, B. Burgardt, Improved implementation and robustness study of the x-fem for stress analysis around cracks, *Int. J. Numer. Methods Engrg.* 64(8), 1033-1056 (2005).
- [4] S. Bordas and B. Moran. Enriched finite elements and level sets for damage tolerance assessment of complex structures. *Engineering Fracture Mechanics*, 73:1176-1201, 2006.
- [5] E. Wyart, D. Coulon, M. Duflot, T. Pardoën, J.-F. Remacle, and F. Lani. A substructured FE-shell/XFE-3D method for crack analysis in thin walled structures. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 72:757-779, 2007.
- [6] N. Sukumar, D. L. Chopp, É. Béchet, and N. Moës. Three-dimensional non-planar crack growth by a coupled extended finite element and fast marching method. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, in press, 2008.
- [7] Marc Duflot, Éric Wyart, Frédéric Lani, Philippe Martiny and Sébastien Sagnier. Application to Multi-Site Crack Propagation in an Aeroengine Component, *Engineering Fracture Mechanics*, in press, 2008
- [8] Morfeo. *Cenaero*. URL <http://www.cenaero.be/>
- [9] Samcef. *Samtech, S.A.* URL <http://www.samcef.com/>
- [10] J.A. Sethian. *Level Set Methods and Fast Marching Methods: Evolving Interface in Computational Geometry, Fluid Mechanics, Computer Vision and Material Science.* Cambridge University Press. Cambridge, 1996.
- [11] J.M. Melenk, I. Babuška. The Partition of Unity Finite Element Method. *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering.* 139, 289 – 314. 1996.
- [12] C. Farhat, F.X. Roux. A Method of Finite Element Tearing and Interconnecting and Its Parallel Solution Algorithm. *Int. J. Num. Meth. Eng.* 32, 1205 – 1227. 1991.
- [13] M. Duflot. A study of the representation of cracks with level sets. *Int. J. Num. Meth. Eng.* 70:1261-1302. 2007.
- [14] E. Wyart, M. Duflot, H. Minnebo, D. Coulon, F. Lani. Simulation of three-dimensional crack propagation in aircraft and spacecraft structures with the extended finite element method (XFEM), Workshop on Fracture Control of Spacecraft, Launchers and their Payloads and Experiments, 9-10 February 2009, ESA/ESTEC, Noordwijk, The Netherlands.
- [15] M. Duflot and S. Bordas. A posteriori error estimation for extended finite elements by an extended global recovery. *Int. J. Num. Meth. Eng.* 76:1123-1138. 2008.