



**HAL**  
open science

# Modélisation mécanique et numérique de l'endommagement en fatigue d'un élastomère chargé

Julie Grandcoin, Adnane Boukamel, Stéphane Lejeunes

► **To cite this version:**

Julie Grandcoin, Adnane Boukamel, Stéphane Lejeunes. Modélisation mécanique et numérique de l'endommagement en fatigue d'un élastomère chargé. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01413155

**HAL Id: hal-01413155**

**<https://hal.science/hal-01413155>**

Submitted on 9 Dec 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Modélisation mécanique et numérique de l'endommagement en fatigue d'un élastomère chargé

J. Grandcoin<sup>1</sup>, A. Boukamel<sup>1,2</sup>, S. Lejeunes<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique-CNRS Marseille

<sup>2</sup> Ecole Centrale Marseille

Technopôle de Château-Gombert, 38 rue F. Joliot-Curie 13451 Marseille cedex 13

adnane.boukamel@ec-marseille.fr

---

**Résumé** — Ce papier présente un modèle hyper-visco-plastique endommageable basé sur la généralisation aux grandes déformations des modèles rhéologiques et sur une approche statistique, microphysiquement motivée. Une campagne d'essais permet de suivre le comportement du matériau à différents niveaux de fatigue. Un modèle d'endommagement de fatigue, basé sur un critère d'évolution énergétique, est donc proposé. Enfin, une implémentation E.F. a permis la confrontation de la simulation numérique avec les résultats d'essais sur éprouvettes structurales.

**Mots clés** — Élastomère, Hyper-visco-plasticité, Fatigue, Endommagement, Éléments finis.

---

## 1 Introduction

Le présent travail est consacré à la modélisation du comportement dissipatif et en fatigue d'un élastomère en silicone fortement chargé en silice. Il propose, dans le cadre de la thermodynamique, en grandes transformations, des processus irréversibles et des matériaux standards généralisés, un modèle statistique hyper-visco-plastique basé d'une part, sur la généralisation aux grandes déformations des modèles rhéologiques et d'autre part, sur une approche statistique microphysiquement motivée [1], intégrant les mécanismes d'interaction entre les agglomérats de charges et la matrice élastomérique.

La caractérisation et la modélisation de l'endommagement en fatigue sont abordées, via la présentation d'une campagne expérimentale [2] et ensuite via la proposition d'un modèle original à deux mécanismes et basé sur un critère énergétique à l'instar de [3] ou [4].

Le modèle hyper-visco-plastique endommageable est enfin implémenté dans un code E.F. selon une démarche présentée en détail dans [5].

## 2 Le modèle statistique hyper-visco-plastique

Les élastomères appartiennent à la famille des hauts polymères. Ils sont donc constitués de chaînes macromoléculaires plus ou moins longues, avec ou sans ramifications, ce qui leur confèrent une grande déformabilité et un comportement dynamique souvent très dissipatif. En outre, ce comportement dissipatif dépend non seulement de sa vulcanisation et de sa composition, mais aussi en grande partie, de la nature des adjonctions, appelés charges (cf figures 1), qui y sont incorporées et qui augmentent son caractère dissipatif.

Compte-tenu de cette hétérogénéité à l'échelle microscopique, une schématisation du comportement du Volume Élémentaire Représentatif, constitué d'un agglomérat de charges noyé dans une matrice en élastomère avec une zone intermédiaire *interface*, peut être supposée comme suit :

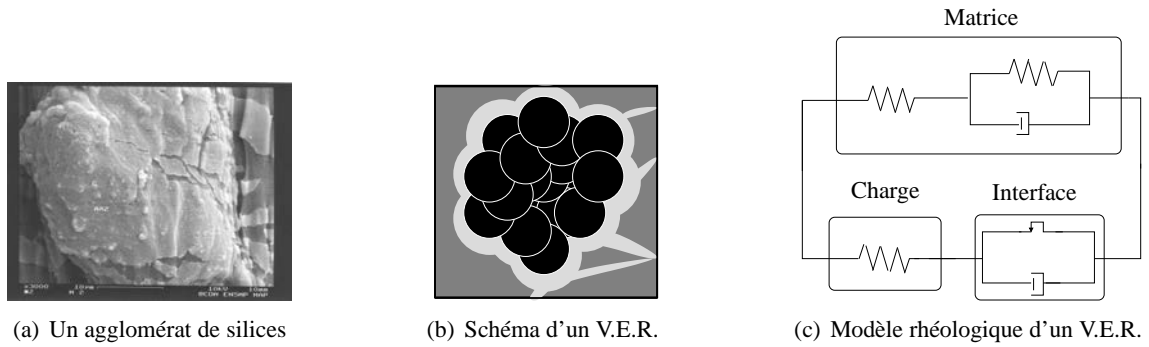


Figure 1 – Modélisation "macro-micro" d'un élastomère chargé.

- un comportement visco-hyperélastique, de type POYNTING-THOMSON pour la matrice ;
- un comportement hyperélastique pour les inclusions ;
- un comportement visco-plastique pour l'interface inclusion/matrice.

On supposera par ailleurs, que la cinématique du milieu respecte l'hypothèse d'affinité (Hypothèse de VOIGT). L'idée centrale de cette approche statistique est de modéliser le comportement de l'élastomère chargé via l'association des schémas rhéologiques des différentes populations de V.E.R. constituant le matériau. Elle permet donc de généraliser les assemblages parallèles d'un nombre fini de branches à un assemblage statistique à une infinité de branches. L'intérêt de cette démarche réside en une couverture du comportement de plusieurs populations d'agglomérats de charges avec différents temps de relaxation et différents seuils de glissement au niveau de l'interface. Elle présente ainsi les avantages des modèles rhéologiques multi-branches, sans pour autant augmenter le nombre de paramètres du modèle [6] et s'inscrit dans le cadre des modélisations micro-mécaniquement motivées des élastomères chargés que l'on trouve dans la littérature [7]. Sur la base de cette logique, on peut donc construire un modèle statistique en partant du schéma rhéologique du V.E.R. (Figure 2(c)). Ainsi chaque branche schématise une population d'agglomérats associée à une variable aléatoire  $\omega$ , que l'on peut relier au seuil de glissement à l'interface matrice/inclusion, et une probabilité de présence d'une telle population dans la phase des inclusions  $\mathcal{P}(\omega)d\omega$ .

Au niveau de la formulation thermodynamique, on peut contraindre le modèle de comportement en considérant les décompositions multiplicatives [8] du gradient de la transformation  $\mathbf{F}$ , et en

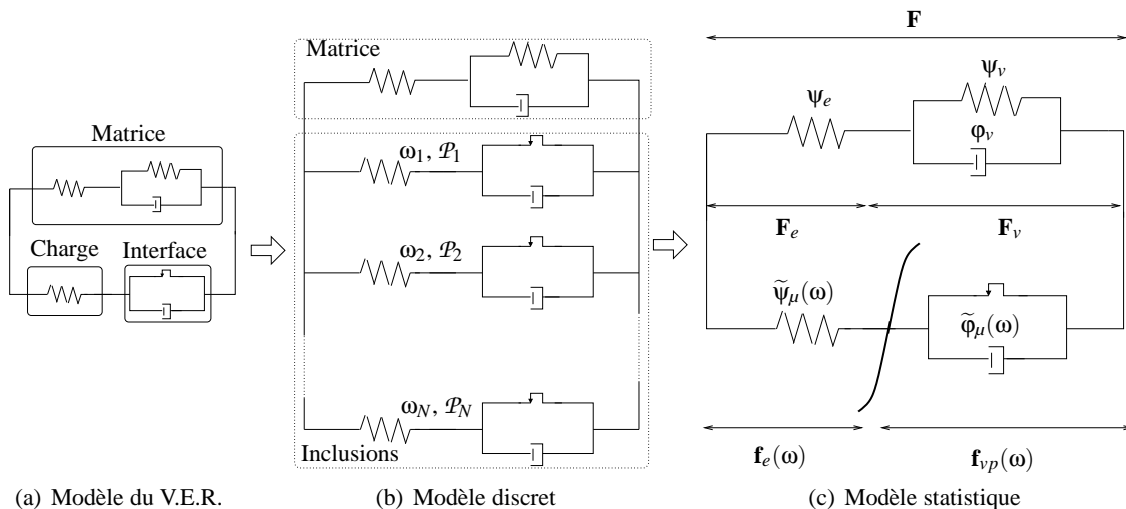


Figure 2 – Modèle statistique hyperélasto-viscoplastique

désignant respectivement par  $\mathbf{B}_e$  et  $\mathbf{B}_v$  les tenseurs de CAUCHY-GREEN gauche de déformation élastique et visqueuse dans la matrice, puis par  $\mathbf{b}_e(\omega)$  le tenseur de déformation élastique dans l'inclusion. L'énergie libre spécifique et le pseudo-potential de dissipation du modèle statistique sont alors donnés par :

$$\begin{cases} \Psi &= \psi_e(\mathbf{B}_e) + \psi_v(\mathbf{B}_v) + \int_0^\infty \tilde{\Psi}_\mu(\omega, \mathbf{b}_e(\omega)) \mathcal{P}(\omega) d\omega \\ \Phi &= \varphi_v(\mathbf{D}_v^o) + \int_0^\infty \tilde{\Phi}_\mu(\omega, \mathbf{d}_{vp}^o(\omega)) \mathcal{P}(\omega) d\omega \end{cases} \quad (1)$$

où  $\mathbf{D}_v^o$  et  $\mathbf{d}_{vp}^o(\omega)$  définissent la mesure eulérienne objective du taux de déformation anélastique, respectivement dans la matrice et dans l'inclusion ; soit, avec le choix des formes de potentiels :

$$\begin{cases} \rho_0 \psi_e = C_1 (I_1(\mathbf{B}_e) - 3) + C_2 \text{Ln}\left(\frac{I_2(\mathbf{B}_e)}{3}\right) \\ \psi_v = A (I_1(\mathbf{B}_v) - 3) \\ \varphi_v = \frac{H}{2} \mathbf{D}_v^o : \mathbf{D}_v^o \end{cases} \begin{cases} \tilde{\Psi}_\mu(\omega) = a(\omega) (I_1(\mathbf{b}_e(\omega)) - 3), \quad \forall \omega \geq 0 \\ \tilde{\Phi}_\mu(\omega) = \frac{\eta(\omega)}{2} \|\mathbf{d}_{vp}^o(\omega)\|^2 + \chi(\omega) \|\mathbf{d}_{vp}^o(\omega)\| \end{cases} \quad (2)$$

Afin de représenter statistiquement les différentes populations de charges, nous adoptons la fonction de distribution et les évolutions des caractéristiques comme suit :

$$\begin{cases} P(\omega) = \frac{1}{P_0} \exp\left(-\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2\right), \quad \forall \omega \geq 0 \quad \text{avec} \quad P_0 = \int_0^\infty \exp\left[-\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)^2\right] d\omega \\ \chi(\omega) = \bar{\chi} \frac{\omega}{\omega_0}, \quad a(\omega) = a_0 \text{Exp}\left(-\frac{\omega}{\omega_0}\right), \quad \eta(\omega) = \bar{\eta} \frac{\omega}{\omega_0} \end{cases} \quad (3)$$

Avec ces écritures, les paramètres caractéristiques sont au nombre de **9**, **7** paramètres déterministes ( $C_1, C_2, A, H, a_0, \bar{\eta}$  et  $\bar{\chi}$ ) et **2** paramètres statistiques ( $\Omega$  et  $\omega_0$ ).

### 3 Caractérisation expérimentale

Dans le but d'identifier les paramètres du modèle et d'en évaluer l'évolution vis-à-vis de la fatigue, une campagne d'essais a été menée sur un matériau en silicone chargé en silices. Ces essais ont été réalisés sur des éprouvettes de traction uniaxiale et de double-cisaillement avec ménisque (cf figure 3(a), en adoptant la stratégie suivante :

- Réalisation des essais de fatigue cycliques à différentes fréquences et amplitudes et à différents nombre de cycles (jusqu'à 50000 cycles pour la traction et 700000 en cisaillement),
- Réalisation des essais de caractérisation à chaque niveau de fatigue, qui consistent en :
  - des essais de traction uniaxiale sur éprouvettes haltères, sous sollicitations quasi-statiques, triangulaires et en relaxation ;
  - des essais de cisaillement, en relaxation à différentes amplitudes, et sous sollicitations triangulaires quasi-statiques et à différentes vitesses de déformation.

les premières constatations de cette campagne de fatigue indiquent que l'évolution de la réponse du matériau vis-à-vis de la fatigue se concrétise par l'assouplissement du comportement et la diminution de la dissipation.

### 4 Modélisation de l'endommagement en fatigue

Des observations au MEB, précédée d'essais de fatigue cyclique et couplée à des essais de traction in situ ont permis d'une part de mettre en évidence les micro-mécanismes d'endommagement induits dans un premier temps par une décohésion au niveau des interfaces charge/matrice et

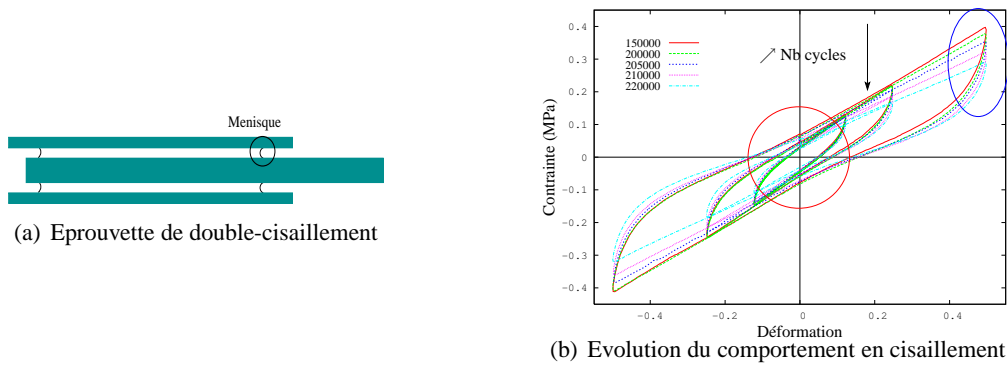


Figure 3 – Essais de fatigue.

à souligner d'autre part le caractère permanent de cette décohésion.

Par ailleurs, les constatations faites à partir des résultats expérimentaux ainsi qu'une analyse de

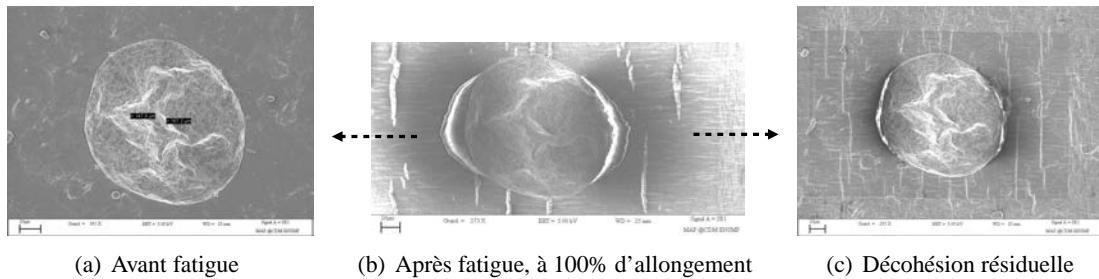


Figure 4 – Observation microscopique du mécanisme d'endommagement en fatigue

l'influence des paramètres caractéristiques sur la réponse cyclique en cisaillement ont montré que les paramètres influents sur l'assouplissement de la réponse sont les coefficients hyperélastiques de la matrice ( $C_1, C_2$ ) et que seul le paramètre statistique de glissement aux interfaces  $\Omega$  joue sur la dissipation cyclique (Figures 4). À partir de ce constat microscopique et phénoménologique, nous

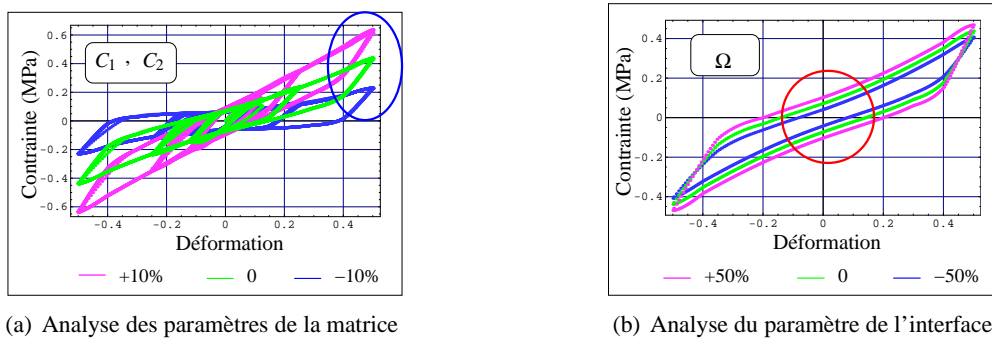


Figure 5 – Caractérisation phénoménologique de l'endommagement par fatigue

pouvons modéliser l'endommagement en fatigue selon deux mécanismes :

- L'endommagement au niveau des interfaces inclusion/matrice qui peut être défini via la diminution statistique des seuils de glissement  $d$ ,
- l'endommagement de la matrice, induisant la perte de rigidité sur un cycle stabilisé  $D$ .

L'évolution de ces deux variables d'endommagement en fonction du nombre de cycles a été obtenue via l'identification des paramètres  $C_1, C_2$  et  $\Omega$  à partir des essais de traction et à différentes étapes de fatigue (cf figure 6(a) et 6(b)). Au vu de ces deux courbes, l'endommagement du maté-

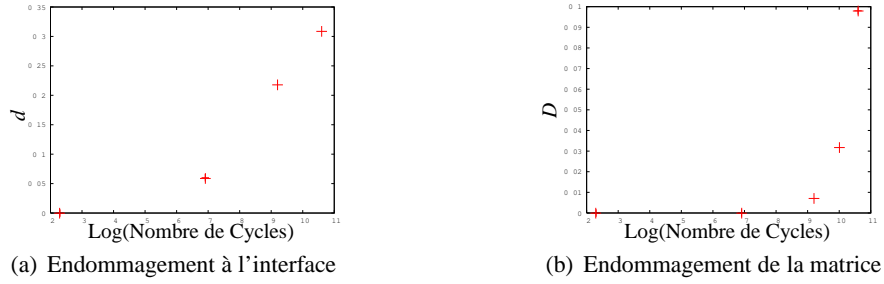


Figure 6 – Evolutions des variables d'endommagement vis-à-vis de la fatigue

riau semble s'initier dès les premiers cycles au niveau des interfaces, et se propage ensuite dans la gomme.

Avec l'hypothèse du cumul linéaire de l'endommagement, on peut postuler les équations d'évolution suivantes :

$$\frac{\delta d}{\delta N} = \frac{d^\alpha}{1 - \alpha} \left( \frac{R_\mu}{R_\mu^0} \right), \quad \frac{\delta D}{\delta N} = \mathcal{H}(d - d_0) \frac{D^A}{1 - A} \left( \frac{R_M}{R_M^0} \right) \quad (4)$$

Dans ces expressions  $R_M$  et  $R_\mu$  représentent les *densités d'énergie cyclique restituable* et  $d_0$  est assimilable au seuil d'endommagement des interfaces à partir duquel il y a propagation dans la matrice. Ce modèle nécessite l'identification de 5 paramètres,  $\alpha$ ,  $A$ ,  $R_\mu^0$ ,  $R_M^0$  et  $d_0$  qui sont directement identifiés des courbes 6(a) et 6(b).

## 5 Simulation par éléments finis

Nous avons implémenté le modèle hyper-visco-plastique statistique dans un code de calcul E.F orienté objets. Ces développements sont d'une part, basés sur une formulation variationnelle quasi-incompressible et d'autre part, sur une triple discrétisation : spatiale, statistique et temporelle pour l'intégration locale de la loi de comportement. Ces schémas d'intégration locale sont basés sur un algorithme de retour radial selon la nature de la branche rhéologique à intégrer [5]. Le modèle d'endommagement a été ensuite couplé à cette implémentation, via la démarche suivante :

- Simulation des premiers cycles de fatigue jusqu'à stabilisation de la réponse.
- Evaluation des énergies cycliques  $R_M$  et  $R_\mu$ , afin d'obtenir les champs  $d$  et  $D$ ,
- Simulation d'un essai de caractérisation en tenant compte des champs d'endommagement calculés.

Partant de ces développements, une simulation des essais de double-cisaillement a été effectuée, les résultats globaux et locaux obtenus, avec la simulation de l'essai de fatigue suivi de l'essai de caractérisation montrent :

- une parfaite concordance dans la prévision de la zone d'initiation de rupture (cf figures 7(a), 7(b) et 7(c)),
- une bonne corrélation entre les résultats numériques l'essai de caractérisation, réalisé après 170000 et 180000 cycles de fatigue (cf courbes 7(d)).

## 6 Conclusion

Dans le but de modéliser le comportement des élastomères chargés et d'en prévoir le comportement en fatigue, nous avons proposé, via une schématisation rhéologique micro-physiquement motivée, une approche statistique pour l'écriture d'un modèle hyper-visco-plastique permettant de

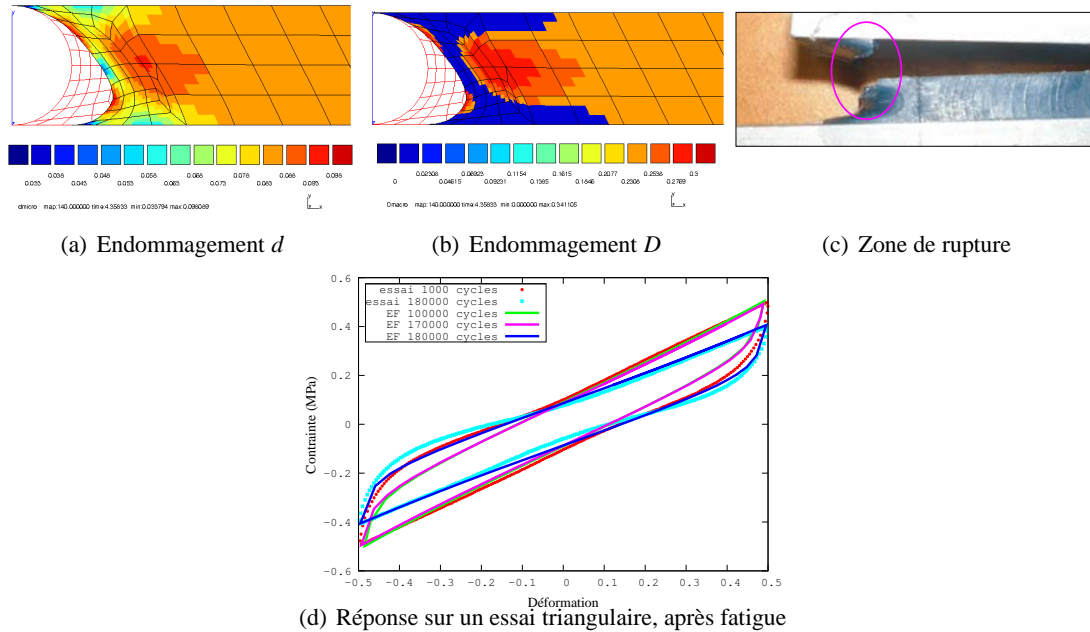


Figure 7 – Confrontation calculs/essais sur une éprouvette de double-cisaillement.

traduire le comportement de populations variées de V.E.R. composés d'agglomérats de charges noyés dans une matrice élastomérique. Ce modèle a été couplé à une loi d'endommagement par fatigue, avec un mécanisme à deux niveaux : décohésion des interfaces inclusions/matrice, puis propagation dans la matrice.

Sur le plan expérimental, nous avons mené une campagne d'essais expérimentaux, alternant des essais cycliques de fatigue en cisaillement et des essais de caractérisation, permettant ainsi de quantifier l'évolution des paramètres du modèle vis-à-vis de la fatigue.

Finalement l'implémentation numérique de ce modèle et la simulation des essais ont permis de montrer une bonne corrélation globale entre le modèle et l'expérience.

## Références

- [1] A. Boukamel. *Modélisation mécanique et numérique des matériaux et structures en élastomères*. Mémoire HDR, Université de la Méditerranée, Octobre 2006.
- [2] J. Grandcoïn. *Contribution à la modélisation du comportement dissipatif des élastomères chargés : D'une modélisation micro-physiquement motivée vers la caractérisation de la fatigue*. PhD thesis, Université de la Méditerranée, Juillet 2008.
- [3] Mars W.V. Cracking energy density as a predictor of fatigue life under multiaxial conditions. *Rubber chemistry and technology*, pages 1–17, 2002.
- [4] C. Miehe. Discontinuous and continuous damage evolution in ogden-type large-strain elastic materials. *European Journal of Mechanics*, pages 697–720, 1995.
- [5] S. Lejeunes, S. Méo and A. Boukamel. Un schéma direct d'intégration numérique de modèles visco-hyperélastiques par relaxation radiale. In *Actes du Colloque National en Calcul des Structures*, 2009.
- [6] JM. Martinez. *Modélisation et caractérisation du comportement hyper-visco-plastique d'un élastomère sous sollicitations multi-harmoniques et à différentes températures*. PhD thesis, Université d'Aix-Marseille II, 2005.
- [7] A. D. Drozdov and A. Dorfmann. A micro-mechanical model for the response of filled elastomers at finite strains. *International Journal of Plasticity*, vol. 19 :p. 1037–1067, 2003.
- [8] F. Sidoroff. Un modèle viscoélastique non linéaire avec configuration intermédiaire. *J. Méc.*, pages 679–713, 1974.