



**HAL**  
open science

# Outils pour l'optimisation structurelle d'assemblages de structures 3D en contexte incertain

Laurent Champaney

► **To cite this version:**

Laurent Champaney. Outils pour l'optimisation structurelle d'assemblages de structures 3D en contexte incertain. 9e Colloque national en calcul des structures, CSMA, May 2009, Giens, France. hal-01412132

**HAL Id: hal-01412132**

**<https://hal.science/hal-01412132>**

Submitted on 8 Dec 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Outils pour l'optimisation structurelle d'assemblages de structures 3D en contexte incertain

L. Champaney

LMT Cachan (ENS Cachan/CNRS/UPMC/PRES UniverSud Paris)  
61 av. du Pt Wilson - 94235 Cachan cedex  
laurent.champaney@lmt.ens-cachan.fr

---

**Résumé** — Ce travail porte sur la mise en place d'outils de simulation du comportement d'assemblages de structures 3D avec contact et frottement en présence de modifications structurelles importantes. On s'intéresse en particulier aux effets de l'oubli d'un élément de fixation (vis, boulon, rivet, ...) sur le comportement de l'assemblage. Une approche rapide et efficace de construction des réponses de l'assemblage pour différentes configurations d'oubli est proposée.

**Mots clés** — Contact, Frottement, Incertitudes, Études Paramétriques, Assemblages, Optimisation.

---

## 1 Introduction

La simulation du comportement mécanique d'assemblages de structures complexes est de plus en plus courante dans les bureaux d'études modernes. Les récents progrès réalisés dans le domaine du calcul par éléments finis associés aux puissances toujours croissantes des calculateurs modernes permettent de conduire des calculs incluant de plus en plus de détails relatifs à la géométrie et au comportement mécanique d'une pièce seule. Néanmoins, on constate que les principales difficultés et erreurs rencontrées sont dues à la modélisation des conditions aux limites. Dans le calcul d'une pièce seule, la prise en compte de ses interaction avec le reste de l'assemblage est trop souvent réalisée de manière grossière. Pour palier à ces difficultés, la plupart des industriels se tourne vers la modélisation complète de tous les composants d'un assemblage et de leurs interactions. Le problème de modélisation des conditions aux limites est alors reportés vers celui de la modélisation du comportement mécaniques des liaisons entre pièces.

Les techniques d'assemblages les plus classiques (vissage, boulonnage, rivetage, ...) nécessitent de prendre en compte des conditions unilatérales dans le comportement des liaisons entre pièces. Ces conditions introduisent des non linéarités très fortes (de type contact ou de type frottement sec) dans le comportement mécaniques des assemblages. Le traitement de ce type de non linéarité reste très délicat et nécessite l'utilisation de méthodes de résolution adaptées. Les surcoûts en temps de calcul dus à l'introduction de conditions unilatérales dans le comportement d'un assemblage tridimensionnel complexe sont très importants.

Depuis une quinzaine d'années, le LMT Cachan développe une approche spécifique dédiée au calcul d'assemblages. Cette technique de calcul est basée sur une sous-structuration de l'assemblage qui met en avant les liaisons en les modélisant par un comportement mixte d'interface. L'algorithme de résolution employé est basée sur la méthode LATIN [?]. Cette méthode construit à chaque itération une solution approchée du problème sur tout l'intervalle de temps étudiée. Cette

méthode a déjà prouvé son efficacité pour le calcul quasi-statique d'assemblages tridimensionnels incluant un grand nombre de zones de contact avec frottement [?].

L'idée de base de l'approche proposée est la ré-utilisation de la solution d'un calcul obtenue pour un jeu de paramètres pour initialiser un nouveau calcul itératif pour un autre jeu de paramètres. Cette procédure peut se faire très facilement dans la méthode LATIN. Lorsque les réponses obtenues pour les deux jeux de paramètres sont proches, cette initialisation permet une réduction importante du coût du deuxième calcul. Le gain reste encore très appréciable lorsque, à cause du comportement fortement non linéaire de l'assemblage, les réponses sont plus éloignées.

Cette approche a été développées avec succès pour la prise en compte de l'influence d'incertitudes sur les paramètres de liaison tels que les coefficients de frottement ou les pré-charges [?]. Ces paramètres sont simplement changés au cours des itérations afin de construire efficacement toute une famille de solutions en réutilisant au mieux les solutions calculées pour des jeux de paramètres différents.

L'approche présentée ci-dessus est ici étendue à la prise en compte de modifications structurales.

## 2 La méthode LATIN

Nous présentons ici un rappel des points principaux de la méthode LATIN. Une présentation détaillée de la méthode peut être trouvée dans [?] et son application au cas particulier des problèmes de contact avec frottement dans [?].

### 2.1 Décomposition d'un assemblage

Un assemblage est composé d'un ensemble de sous-structures qui communiquent au travers d'interfaces (voir figure ??). Chaque interface est une entité mécanique à part entière qui possède ses propres inconnues et relations de comportement. Ici nous ne considérons que des interfaces de contact avec frottement de type Coulomb. Deux sous-structures reliées par une interface  $\Gamma^{EE'}$  sont notées  $\Omega_E$  et  $\Omega_{E'}$ . Les variables d'interface sont deux champs de forces  $\mathbf{f}^E$  et  $\mathbf{f}^{E'}$  et deux champs de vitesses deux  $\dot{\mathbf{w}}^E$  et  $\dot{\mathbf{w}}^{E'}$  (figure ??).

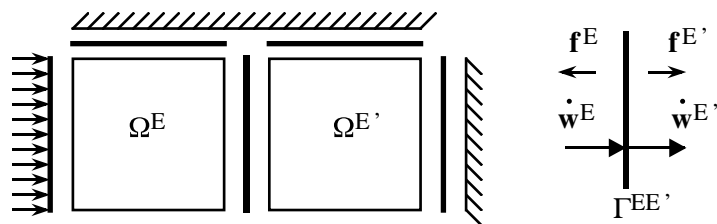


Figure 1 – Décomposition d'un assemblage et variables d'interface

### 2.2 Problème pour les sous-structures

Le champ de déplacement en tout point  $M$  de  $\Omega_E$  et à tout instant  $t$  de  $[0, T]$  est noté  $\mathbf{u}^E(M, t)$ ; l'espace associé est  $\mathcal{U}^{[0, T]}$ .  $\varepsilon$  est le champ de déformation et l'état de la structure est caractérisé par le champ de contrainte  $\sigma^E$ . Le problème mécanique à résoudre sur chaque sous-structure est :

- Trouver les champs de déplacement  $\mathbf{u}^E(M, t)$  et de contrainte  $\sigma^E(M, t)$  tels que :
- Admissibilité cinématique :  $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{u}^E)$ ;  $\mathbf{u}^E(M, t)|_{\partial\Omega_E} = \mathbf{w}^E(M, t)$ ;  $\mathbf{u}^E \in \mathcal{U}^{[0, T]}$

- Équilibre :  $\forall \dot{\mathbf{u}}^* \in \mathcal{U}_0^{[0,T]}$ ,  $\int_{\Omega_E} \text{Tr}(\boldsymbol{\sigma}^E \boldsymbol{\varepsilon}(\dot{\mathbf{u}}^*)) d\Omega_E - \int_{\Omega_E} \mathbf{f}_d \cdot \dot{\mathbf{u}}^* d\Omega - \int_{\partial\Omega_E} \mathbf{f}^E \cdot \dot{\mathbf{u}}^* dS = 0$   
où  $\mathcal{U}_0^{[0,T]}$  est un champ de vitesses à énergie finie sur  $\Omega_E$  qui s'annule sur  $\partial\Omega_E$  et  $\dot{\mathbf{u}}^*$  un champ de vitesses virtuelles.
- Comportement élastique :  $\forall M \in \Omega_E$  et  $\forall t \in [0, T]$ ,  $\boldsymbol{\sigma}^E(M, t) = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}^E(M, t))$  où  $\mathbf{D}$  est l'opérateur de Hooke.

### 2.3 Problème sur les interfaces

Le problème mécanique à résoudre sur chaque interface est :

- Trouver les forces ( $\mathbf{f}^E(M, t)$  et  $\mathbf{f}^{E'}(M, t)$ ) et les vitesses ( $\dot{\mathbf{w}}^E(M, t)$  et  $\dot{\mathbf{w}}^{E'}(M, t)$ ) telles que :  $\forall M \in \Gamma^{EE'}$  et  $\forall t \in [0, T]$ ,
- Équilibre :  $\mathbf{f}^E(M, t) + \mathbf{f}^{E'}(M, t) = 0$
- Comportement :  $\mathbf{f}^E(M, t) = \mathcal{R}(\dot{\mathbf{w}}^{EE'}(M, \tau), \tau \in [0, t])$

où le comportement est écrit sous la forme d'une loi d'évolution non-linéaire  $\mathcal{R}$  entre les forces et le saut de vitesse  $\dot{\mathbf{w}}^{EE'} = \dot{\mathbf{w}}^{E'} - \dot{\mathbf{w}}^E$  au travers de l'interface. Par exemple, si l'interface est de type contact parfait entre deux sous-structures, le comportement s'écrira :  $\dot{\mathbf{w}}^{EE'}(M, t) = 0$ . On ne décrira pas ici dans le détail les différents comportement possibles tels que par exemple le contact avec frottement dont on trouvera une présentation complète dans [?].

### 2.4 L'algorithme LATIN

L'approche LATIN est utilisée pour résoudre le problème. La solution  $s$  du problème est décrite par un ensemble de champs dépendant du temps sur les sous-structures et les interfaces :

$$s = \sum_E s^E \quad ; \quad s^E = \{\mathbf{u}^E(M, t), \boldsymbol{\sigma}^E(M, t), \dot{\mathbf{w}}^E(M, t), \mathbf{f}^E(M, t)\} \quad t \in [0, T]$$

L'approche LATIN se base sur une séparation des difficultés pour ne pas résoudre simultanément un problème global *et* non-linéaire. Les équations sont donc séparées en deux groupes qui suivent le schéma suivant :

- L'ensemble  $\mathcal{A}_d$  des éléments  $s^E$  associés aux équations linéaires relatives aux sous-structures
- L'ensemble  $\Gamma$  des éléments  $s^E$  associés aux équations locales (éventuellement non-linéaires) relatives aux interfaces

La recherche de la solution (i.e. à l'intersection des deux ensembles  $\mathcal{A}_d$  et  $\Gamma$ ) se fait itérati-vement en construisant des approximations successives de la solution  $s$  qui vérifient alternativement chacun des deux groupes d'équations. Ainsi chaque itération de la méthode est composée de deux étapes :

Étape locale : connaissant  $s_n \in \mathcal{A}_d$ , trouver  $\hat{s}$  tel que :

$$\hat{s} \in \Gamma \text{ (interfaces)} \quad \text{et} \quad \hat{s} - s_n \in E^+ \text{ (direction de recherche)}$$

Étape globale : connaissant  $\hat{s} \in \Gamma$ , trouver  $s_{n+1}$  tel que :

$$s_{n+1} \in \mathcal{A}_d \text{ (sous-structures)} \quad \text{et} \quad s_{n+1} - \hat{s} \in E^- \text{ (direction de recherche)}$$

Les directions de recherche sont choisies pour que la convergence de l'algorithme soit assurée ([?]). Les deux directions de recherche sont conjuguées et ne dépendent que d'un paramètre scalaire  $k_0$  :

$$\hat{s} - s_n \in E^+ \quad \equiv \quad (\hat{\mathbf{f}}^E - \mathbf{f}_n^E) = k_0(\hat{\dot{\mathbf{w}}}^E - \dot{\mathbf{w}}_n^E) \quad (1)$$

$$s_{n+1} - \hat{s} \in E^- \quad \equiv \quad (\mathbf{f}_{n+1}^E - \hat{\mathbf{f}}^E) = -k_0(\dot{\mathbf{w}}_{n+1}^E - \hat{\dot{\mathbf{w}}}^E) \quad (2)$$

La solution du problème ne dépend pas de la valeur du paramètre scalaire qui n'affecte que la vitesse de convergence de l'algorithme. Pour les cas quasi-statiques présentés ici, on prend  $k_0 = E/(TL_c)$  où  $E$  est le module d'Young,  $[0, T]$  est l'intervalle d'étude et  $L_c$  la plus grande dimension de la structure. La convergence de l'algorithme est contrôlé par un indicateur d'erreur qui est une mesure énergétique de la distance entre deux éléments  $s_n$  et  $\hat{s}$ . Une itération de la méthode LATIN peut être schématisée comme sur la figure ??.

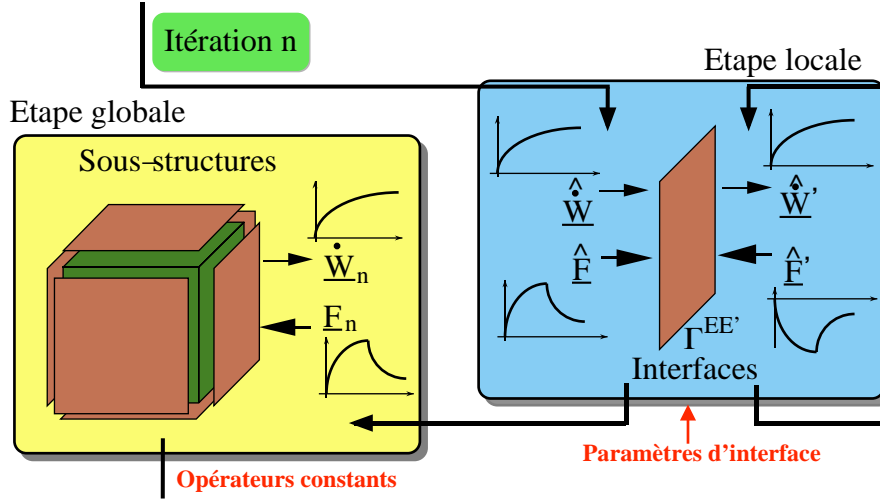


Figure 2 – Itération LATIN.

## 2.5 Discrétisation

Pour l'implémentation numérique, une discrétisation standard par Éléments Finis est utilisée dans les sous-structures et une discrétisation compatible des champs de vitesse est utilisée sur les interfaces :

$$\mathbf{u} = [N]\{u\}, \varepsilon(\mathbf{u}) = [B]\{u\} \quad \text{et} \quad \hat{\mathbf{w}}^E = [N]\{\hat{w}^E\}, \dot{\mathbf{w}}_n^E = [N]\{\dot{w}_n^E\} \quad (3)$$

Les directions de recherche conduisent (Eq. ?? et ??) à choisir la même discrétisation pour les forces et les vitesses :

$$\hat{\mathbf{f}}^E = [N]\{\hat{f}^E\} \quad \text{et} \quad \mathbf{f}_n^E = [N]\{f_n^E\} \quad (4)$$

À l'étape locale, les équations de contact et de frottement sont résolues directement en terme de forces nodales et de vitesses. Après discrétisation, l'étape globale conduit à résoudre le problème suivant :

$$k_0 [\mathbf{h}^E] \{\dot{u}(t)\} + [\mathbf{K}^E] \{u(t)\} = [\mathbf{h}^E] \left( \{\{\hat{f}^E\}(t)\} + k_0 \{\hat{w}^E\}(t) \right) \quad (5)$$

où

$$[\mathbf{h}^E] = \int_{\partial\Omega_E} [N]^t [N] ds \quad \text{et} \quad [\mathbf{K}^E] = \int_{\Omega_E} [\mathbf{B}]^t \mathbf{D} [\mathbf{B}] d\Omega$$

$[\mathbf{K}^E]$  est la matrice de rigidité usuelle de la sous-structure  $\Omega_E$  et  $[\mathbf{h}^E]$  représente les termes relatifs aux interfaces. Pour la résolution de cette équation différentielle (Eq. ??), on utilise un schéma d'intégration implicite en temps.

### 3 Prise en compte de modifications structurelles

#### 3.1 Principe

Afin de prendre en compte l'influence des paramètres de conception sur le comportement de l'assemblage, une stratégie de multi-résolution a été mise en place [?]. Elle consiste à accélérer le calcul des solutions correspondant à différents jeux de paramètres. Pour cela, le calcul itératif pour une configuration est initialisé par la solution déjà calculée pour un autre jeux de paramètres. Le nombre d'itérations nécessaires pour atteindre la convergence est réduit par rapport à un calcul sans initialisation. Cette initialisation est possible car la méthode LATIN construit une approximation sur l'intervalle d'étude complet à chaque itération. Les paramètres dont l'influence est observée sont ceux liés au comportement des interfaces (jeux, précharges, coefficients de frottement, ...). Cette stratégie permet une forte réduction des coups de calcul comme monté dans [?]. Il est évident que la stratégie est particulièrement efficace lorsque deux solutions calculées successivement sont proches. Une stratégie d'optimisation de l'ordonancement des calculs est présentée dans [?].

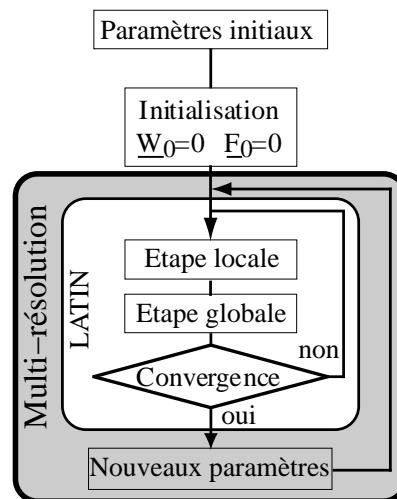


Figure 3 – Algorithme Multi-résolution

Dans le travail présenté ici, on utilise la même stratégie d'initialisation afin d'accélérer le calcul de plusieurs solutions. Dans un premier temps, on s'intéresse à l'étude de l'influence d'éléments de fixation manquants sur le comportement de l'assemblage. Pour cela, un premier calcul comprenant tous les éléments de fixation est réalisé jusqu'à convergence. Ensuite, les sous-structures correspondant à une fixation sont désactivées. Dans la suite des itérations, l'étape globale sur ces sous-structures n'est pas réalisée : elle rend un champ de forces  $\mathbf{f}_n^E$  nul et un champ de vitesses associé par la direction de recherche. Ces nouvelles itérations, jusqu'à convergence, permettent donc le calcul de la solution sans cet élément de fixation. Les sous-structures sont ensuite ré-activées et celles associées à une nouvelle fixation désactivées.

#### 3.2 Amélioration

On constate souvent que la solution pour une fixation manquante est plus proche de la solution comprenant toutes les fixations plutôt que de celle correspondant à une autre fixation manquante. La première solution calculée est donc stockée pour être rechargée au début de chaque nouveau calcul. Cette amélioration est facile à réaliser. En effet, pour les types de problèmes étudiés, une solution est représentée par l'ensemble des champs sur les interfaces. Il s'agit donc d'un petit nombre d'informations à stocker. L'intérêt de cette amélioration est montré sur l'exemple suivant.

## 4 Premier exemple : assemblage boulonné

On considère un assemblage de trois plaques en aluminium serrées par deux boulons soumis à de la traction. On recherche la solution pour les deux fixations présentes et celles pour chacune des deux boulons manquants successivement. Pour des raisons de symétrie, un quart de l'assemblage est observé (fig. ??). La figure ?? présente la contrainte équivalente de Von Mises calculée pour

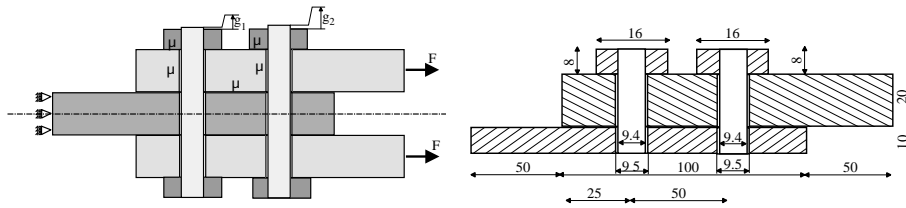


Figure 4 – Problème étudié.

les trois configurations étudiées.

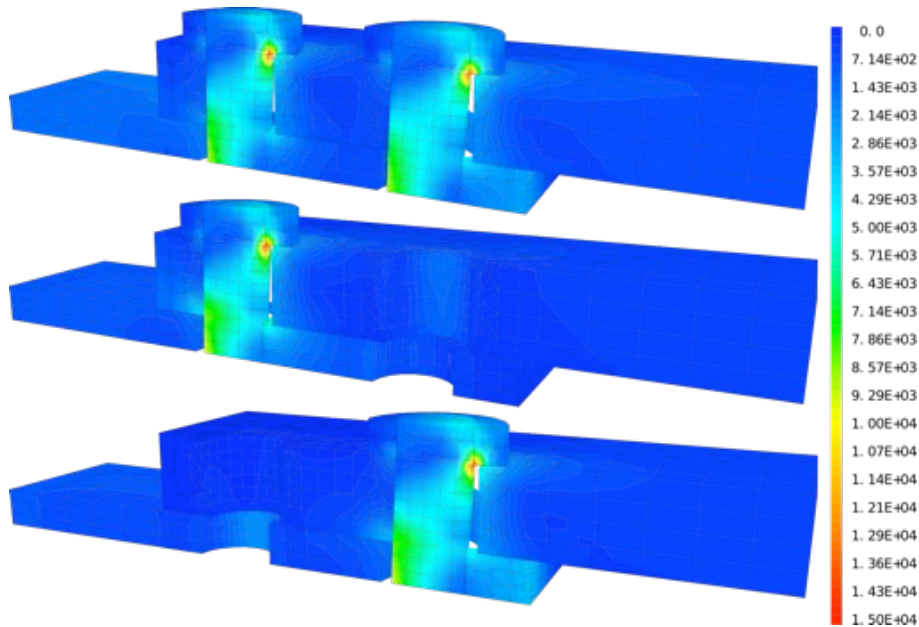


Figure 5 – Contrainte de Von Mises pour les trois configurations simulées

La figure ?? présente l'évolution de l'indicateur de convergence de la méthode LATIN au cours des itérations. On remarque la variation forte de l'indicateur lorsque des sous-structures sont désactivées et réactivées. On remarque la réduction du nombre d'itérations sur le second calcul liée à l'initialisation.

Le tableau ?? présente les nombres d'itérations pour chaque configuration calculée et pour les différentes stratégies envisagées : Sans multirésolution (un calcul différent pour chaque configuration), Sans amélioration (multirésolution sans réinitialisation à partir de la solution contenant les deux fixations) et Avec amélioration (multirésolution avec réinitialisation à partir de la solution contenant les deux fixations).

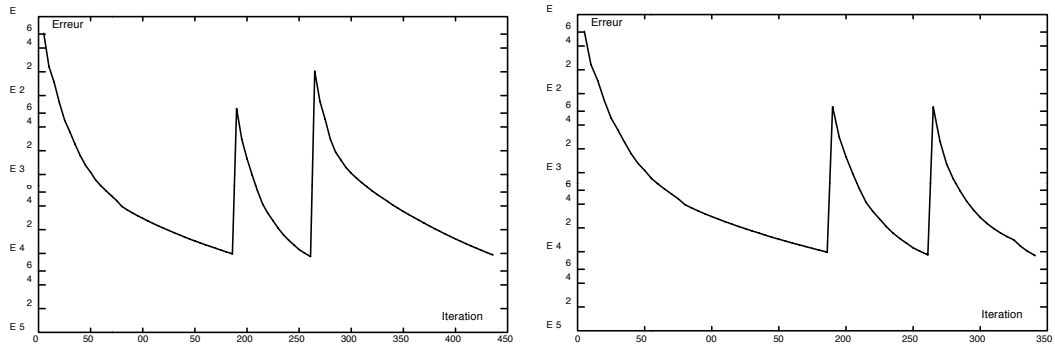


Figure 6 – Indicateur d’erreur pour les deux types de simulation : sans amélioration (g) ; avec amélioration (d).

Type	Sans multirésolution	Sans amélioration	Avec amélioration
Calcul 1	186	186	186
Calcul 2	190	75	75
Calcul 3	192	175	80
Total	568	436	339

Tableau 1 – Un exemple de tableau

## 5 Second exemple : assemblage roue-arbre

On s’intéresse à l’assemblage d’une roue sur un arbre par l’intermédiaire de huit vis préchargées (fig. ??). L’arbre est encastrée et la roue est soumise à un effort représentatif d’un effort sur une dent d’une denture hélicoïdale. La figure ?? présente la contrainte équivalente de Von Mises

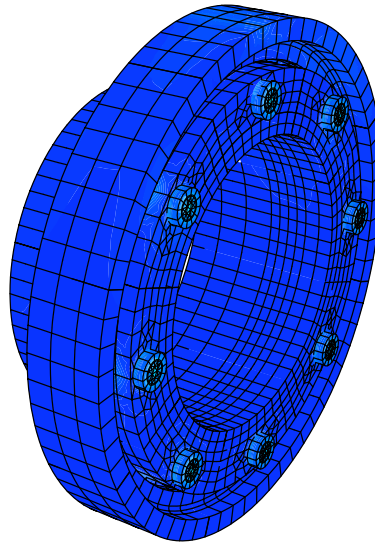


Figure 7 – Problème étudié.

calculée pour les neuf configurations étudiées.

La figure ?? présente l’évolution de l’indicateur de convergence de la méthode LATIN au cours des itérations. On remarque la variation forte de l’indicateur lorsque des sous-structures sont désactivées et réactivées. On remarque que le nombre d’itérations nécessaire à l’obtention des huit configurations où une vis manque est a peine plus important que le nombre d’itération nécessaire



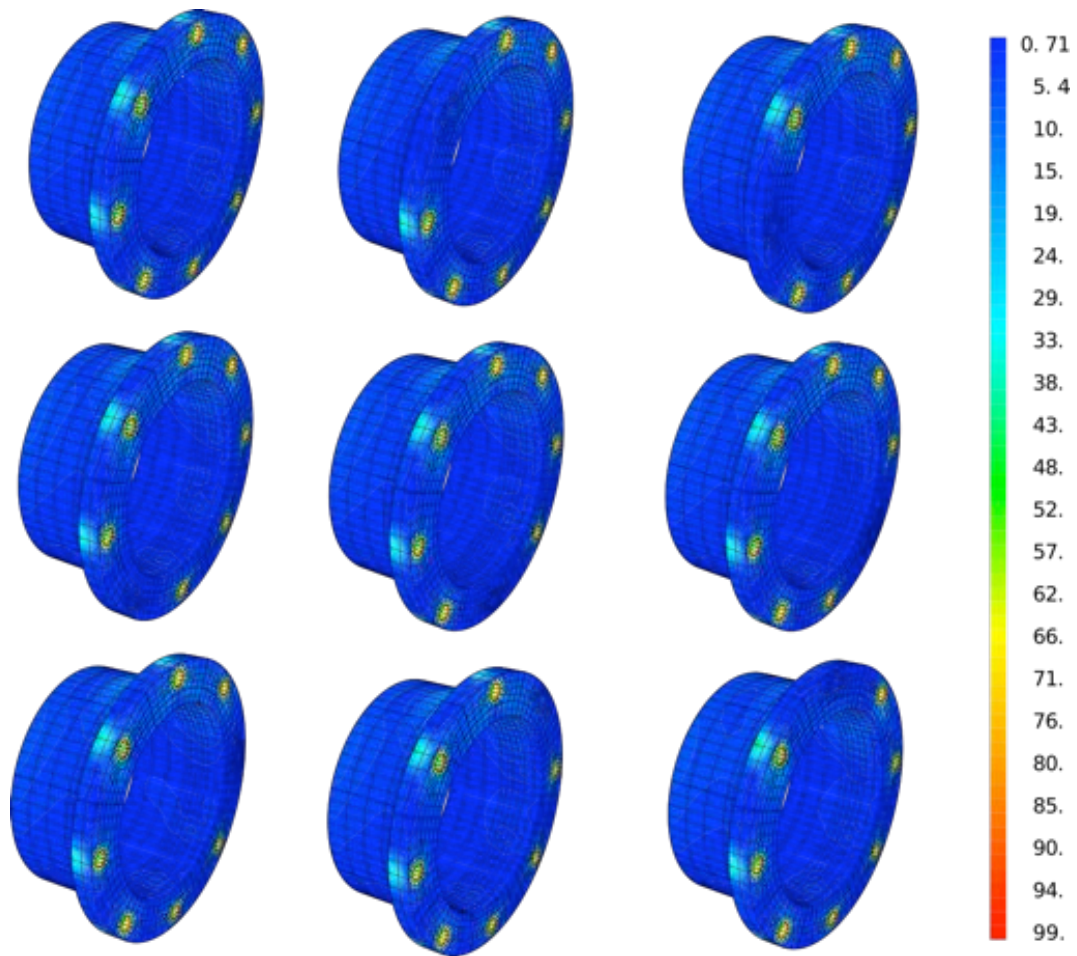


Figure 8 – Contrainte de Von Mises pour les neuf configurations simulées

à la construction de la solution dans la configuration où toutes les vis sont présentes.

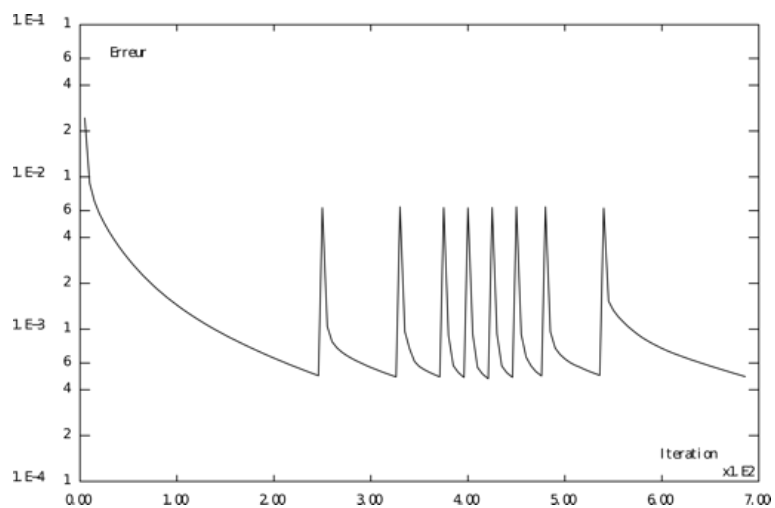


Figure 9 – Indicateur d'erreur pour la simulation complète (neuf calculs).

## 6 Conclusions

Une stratégie d'accélération des calculs pour l'étude de l'influence de fixations manquantes dans un assemblage a été présentée. Elle permet une forte réduction du nombre d'itérations à calculer. Les autres exemples concernent différents types d'assemblages boulonnés. Les extensions proposées sont la prise en compte des effets du remplacement d'une sous-structure par une autre.

## Références

- [1] P.A. Boucard, L. Champaney. A suitable computational strategy for the parametric analysis of problems with multiple contact. *Int Jal for Numerical Methods in Engineering*, **57**, 1259–1282, 2003.
- [2] P.A. Boucard, S. Buytet, P.A. Guidault. A multiscale strategy for structural optimization. *Int Jal for Numerical Methods in Engineering*, available online 2008.
- [3] L. Champaney, J.Y. Cognard, P. Ladevèze. Modular analysis of assemblages of 3D structures with unilateral contact conditions. *Computers & Structures*, **73**, 249–266, 1999.
- [4] L. Champaney, P.A. Boucard et S. Guinard Adaptive multi-analysis strategy for contact problems with friction. Application to aerospace bolted joints. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, **42**, 305–316, 2008.
- [5] L. Champaney. Computational Strategy for Taking Geometrical Uncertainties into Account in Structural Assemblies. *Proc. WCCM8 - 8th World Congress on Computational Mechanics*, Venice, Italy, on CD, 2008.
- [6] P. Ladevèze. *Nonlinear Computational Structural Mechanics - New Approaches and Non-Incremental Methods of Calculation*, Springer Verlag, 1999.